АСТРОФИЗИКА

TOM 38

МАЙ, 1995

ВЫПУСК 2

УДК:524.728

ЛЕГКАЯ ПОДСИСТЕМА ВНУТРИ ГРАВИТИРУЮЩЕГО ТРЕХОСНОГО ЭЛЛИПСОИДА

М.Г.АБРАМЯН, Х.Г.КОКОБЕЛЯН, Т.З.ХАЧИКЯН

Поступила 21 мая 1995 Принята к печати 3 июля 1995

Получены возможные эллипсоидальные и гиперболоидальные фигуры равновесия легкой подсистемы с внутренними течениями вещества постоянной завихренности внутри гравитирующего однородного трехосного эллипсоида. Получены области устойчивости этих фигур равновесия по отношению ко вторым формам колебаний.

1. Введение. Необходимость исследования поведения легкой подсистемы внутри гравитирующего трехосного эллипсоида возникает в связи с тем, что широкий класс астрономических объектов имеет четко выраженную форму трехосного эллипсоида. Представителями таких систем являются перемычки (бары) SB-галактик, некоторые эллиптические галактики, а также балджи SB-галактик и некоторых нормальных спиралей, как например, у M 31.

Из соображений симметрии ясно, что в общем случае фигуры равновесия легкой подсистемы внутри трехосного эллипсоида также будут трехосными. Очевидно также, что в стационарном состоянии главные оси фигуры вложенной подсистемы должны совпадать с главными осями внешнего эллипсоида и, следовательно, равновесие вложенной массы возможно лишь при условии синхронности вращения ее фигуры с гравитирующим трехосным эллипсоидом. Этим описываемая ситуация принципиально отличается от ситуации вложенной подсистемы внутри гравитирующего сфероида [1-3]. Внутри сфероида данной геометрии вложенная подсистема может вращаться разными угловыми скоростями, которым и соответствуют разные серии вложенных фигур равновесия. Условие синхронности вращения меняет положение дел. Задавая геометрию трехосного эллипсоида (в рамках конкретной модели), тем самым задаем угловую скорость его вращения. Поэтому влияния вращения и геометрии внешнего эллипсоида на возможные формы фигур равновесия легкой вложенной подсистемы оказываются взаимосвязанными. Выбором различных моделей гравитирующего трехосного эллипсоида, в принципе можно добиться того, чтобы внутри эллипсоида данной геометрии можно было рассмотреть легкие подсистемы с разными угловыми скоростями вращения. Однако диапазон угловых скоростей трехосного эллипсоида данной геометрии в разных известных моделях, как правило, не велик [4-6]. Словом, угловая скорость вращения вложенной подсистемы определяется не из динамических уравнений вложенной массы, а как и геометрия и плотность массы внещнего эллипсонда, является заданным параметром (Ω = Ω_).

Аналогичная задача для легкой бесстолкновительной подсистемы была поставлена и решена в работе [7].

2. Фигуры равновесия легкой подсистемы внутри трехосного эллипсоида. Равновесие легкой подсистемы в системе отсчета, связанной с главными осями внешнего трехосного эллипсоида описывается уравнением (по повторяюшимся индексам производится суммирование, время измеряется в единицах $(\pi G \rho)^{-1/2}$)

$$u_{k}\frac{\partial u_{l}}{\partial x_{k}} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial x_{l}} + \frac{\partial V_{\bullet}}{\partial x_{l}} + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x_{l}}\left[\vec{\Omega} \cdot \vec{x}\right]^{2} + 2\varepsilon_{lkl}u_{k}\Omega_{l} , \qquad (2.1)$$

где $V_{\bullet} = -A_{i}^{\bullet} x_{i}^{2}$ — гравитационный потенциал во внутренней точке трехосного эллипсонда с полуосями b_i (i = 1,2,3) [4]

$$A_{i}^{*} = b_{1}b_{2}b_{3}\int_{o(b_{i}^{2}+y)\Delta}^{\infty} ; \Delta^{2} = (b_{1}^{2}+y)(b_{2}^{2}+y)(b_{3}^{2}+y)$$

 ρ , p, — парциальные плотность и давление материи легкой подсистемы ε_{ijk} — единичный антисимметричный тензор Леви-Чивита,

$$u_i = Q_{ij} x_j , \quad Q_{ij} = -\lambda \frac{a_i}{a_i} \varepsilon_{ij3}$$
(2.2)

скорость внутренней циркуляции вещества легкой подсистемы с частотой $\lambda \Omega$. Заметны, что линии тока поля скоростей (2.2) представляют подобные и концентрические эллипсы с полуосями, пропорциональными a_1 и a_2 в плоскости вращения системы (X₁,X₂).

312

Интегрируя уравнение (2.1) с учетом (2.2), выражения для гравитационного потенциала V_{c} внешнего эллипсоида, а также условия $p_{c} = \pi G \rho a_{3}^{2} A_{3}^{*} - для$ центрального давления легкой подсистемы, получим

$$p(\mathbf{x}) = p_c. \qquad (2.3)$$

$$\left\{1 - \frac{x_3^2}{a_3^2} - \frac{2A_2 - \Omega^2(1 + \lambda^2 + 2\lambda a_1/a_2)}{2a_3^2 A_3^*} x_2^2 - \frac{2A_1^* - \Omega^2(1 + \lambda^2 + 2\lambda a_2/a_1)}{2a_3^2 A_3^*} x_1^2\right\},$$

откуда следует, что при выполнении условий

$$\Omega^{2}(1+\lambda^{2}+2\lambda a_{2}/a_{1})=2A_{1}^{\bullet}-2A_{3}a_{3}^{2}/a_{1}^{2}$$

$$\Omega^{2}(1+\lambda^{2}+2\lambda a_{1}/a_{2})=2A_{2}^{\bullet}-2A_{3}a_{3}^{*}/a_{2}^{2}$$
(2.4)

равновесие легкой подсистемы возможно в виде трехосного эллипсоида с полуосями a_i , вращающегося синхронно с внешним эллипсоидом с угловой скоростью $\Omega = \Omega_i$.

Без ограничения общности предположим, что вложенный эллипсоид вытянут вдоль оси $X_1: a_1 > a_2$. Так как в (2.4) угловая скорость устанавливается из динамики внешнего эллипсоида выбором конкретной модели трехосного эллипсоида, то система уравнений (2.4) определяет геометрию эллипсоидальных фигур равновесия легкой подсистемы и соответствующие им частоты внутренней циркуляции вещества λ :

$$\lambda^2 - 2\frac{\lambda}{f} + 1 = 0 , \qquad (2.5)$$

$$\Omega^{2} = \frac{\left(a_{1}^{2}A_{1}^{*} - a_{2}^{2}A_{2}\right) \cdot f^{2}}{\left(a_{1}^{2} - a_{2}^{2}\right)\left(1 \pm \sqrt{1 - f^{2}}\right)},$$
(2.6)

где

$$f = \frac{a_1^2 a_2^2 (A_1^* - A_2^*) - a_3^2 (a_1^2 - a_2^2) A_3^*}{a_1 a_2 (a_1^2 A_1^* - a_2^2 A_2^*)}$$
(2.7)

Уравнение (2.5) инвариантно к преобразованию $\lambda \rightarrow \lambda^{-1}$. Однако здесь это не означает выполнение теоремы Дедекинда о сопряженных эллипсоидах [4], так как угловая скорость вращения фиксирована заданием модели внешнего эллипсоида.

Необходимым условием существования вложенных легких эллипсоидов является действительность решения (2.5) и положительность правой части (2.6), которые дают

$$a_1^2 A_1^* - a_2^2 A_2^* > 0$$
 , $|f| \le 1$. (2.8)

2.1. Легкие эллипсоиды без внутренних течений. Прежде чем перейти к исследованию полученных условий (2.8), заметим, что в (2.5) и (2.6) предполагается $f=0, \lambda=0$. Случай $\lambda=0$ соответствует вложенным легким эллипсоидам без внутренних течений вещества, для которых из (2.4) получаем

$$(a_1^2 - a_2^2) \frac{a_3^2}{a_1^2 a_2^2} = \frac{A_2 - A_1}{A_3} , \ \Omega^2 = 2 \frac{a_1^2 A_1 - a_2^2 A_2}{a_1^2 - a_2^2} .$$
 (2.9)

Из первого соотношения видно, что вытянутые вдоль оси X₁ вложенные эллипсоиды легкой подсистемы возможны лишь внутри эллипсоида, вытянутого вдоль той же оси, т.е. когда большие оси вложенного и внешнего эллипсоидов параллельны. Геометрия этих легких эллипсоидов полностью определяется внешним эллипсоидом формулами

$$\frac{a_2}{a_1} = \left(\frac{2A_1^* - \Omega^2}{2A_2^* - \Omega^2}\right)^{1/2} , \ \frac{a_3}{a_1} = \left(\frac{2A_1^* - \Omega^2}{2A_3^*}\right)^{1/2} , \qquad (2.10)$$

откуда видно, что исключается их существование внутри сбалансированных аллинсовдов Фримана [8], так как для них $\Omega^2 = 2A_1^*$.

Для легких эллипсондов, вложенных внутри покоящихся эллипсондов Дедекинда [4], получаем

$$\frac{a_2}{a_1} = \sqrt{A_1^*/A_2^*} > \left(\frac{b_2}{b_1}\right)_{\mathcal{I}}, \ \frac{a_3}{a_1} = \sqrt{A_2^*/A_3^*} > \left(\frac{b_3}{b_1}\right)_{\mathcal{I}},$$
(2.11)

где в правых частях указаны соответствующие отношения полуосей эллипсондов Дедекинда. Следовательно, вложенные легкие эллипсонды менее асимметричны, чем заключающие их эллипсонды Дедекинда. Внутри же сопряженных им эллипсондов Якоби, которые имеют ту же геометрию, но вращаются с угловой скоростью

$$\Omega_{y}^{2} = 2 \frac{b_{1}^{2} A_{1}^{*} - b_{2}^{2} A_{2}^{*}}{b_{1}^{2} - b_{2}^{2}} , \qquad (2.12)$$

вложенные легкие эллипсоиды, как и следовало ожидать, подобны и концентричны им: $a_2/a_1 = (b_2/b_1)_g$, $a_3/a_1 = (b_3/b_1)_g$. Из (2.10) следует, что в пределах $\Omega^2 < 2A_1^*$, чем быстрее вращается внешний эллипсоид, тем более сплюснут по оси вращения и ассиметричен в плоскости вращения вложенный легкий эллипсоид.

2.2. Система эллипсоидов с параллельными большими осями. Исследуем теперь условия равновесия параллельно расположенного с внешним вложенного легкого эллипсоида с внутренними течениями вещества $(a_1 > a_2; A_2 > A_1)$. При этом (2.8) для этих эллипсоидов дают возможную геометрию легких эллипсоидов:

$$\frac{a_2}{a_1} \le \sqrt{A_2^*/A_1^*}, \qquad (2)$$

$$a_2(A_2^* - A_1^*) - a_1^2 A_1^* + a_2^2 A_2^* \le \frac{a_3^2 (a_1^2 - a_2^2)}{a_1 a_2} \cdot A_3^* \le a_1 a_2(A_2^* - A_1^*) + a_1^2 A_1^* - a_2^2 A_2^*.$$

На графике рис.1 изображены эти области для фигур равновесия легкой подсистемы внутри трехосного эллипсонда с $b_2/b_1 = 0.2$; $b_3/b_1 = 0.1$ (рис.1а) и $b_2/b_1 = 0.56$; $b_3/b_1 = 0.41$ (рис.16).

 a_1a

Как видно из рис.1 сплюснутость a_3/a_1 сверху ограничена значениями сплюснутости самосопряженных легких эллипсоидов с $\lambda = -1$, а снизу самосопряженных эллипсоидов с $\lambda = 1$. Область разделяется на две части последовательностью легких эллипсоидов без внутренних течений вещества $\lambda = 0$, геометрия которых определяется соотношениями (2.10). Следовательно, внутри гравитирующего трехосного эллипсоида "параллельный" легкий эллипсоид может иметь как положительная, так и отрицательная внутренняя циркуляция вещества. При этом более сплюснутые по оси вращения с данным значением отношения a_2/a_1 имеют положительные внутренние течения, а менее сплюснутые — отрицательные.

2.3. Система эллипсоидов с перпендикулярными большими осями. Предположим, внешний эллипсоид вытянут вдоль оси X_2 : $A_1^* > A_2^*$. Из (2.7) следует, что при этом f < 0 и тогда из (2.5) получаем $\lambda < 0$. Следовательно, вложенный "перпендикулярный" легкий трехосный эллипсоид может быть фигурой равновесия лишь при отрицательной внутренней циркуляции вещества.

.13)



a2/a1

Рис.1. Области геометрий вложенных "параллельных" трехосных эллипсоидов внутри трехосных гравитирующих эллипсоидов с указанными отношениями полуосей. Прерывистые линии представляют легкие эллипсоиды без внутренних течений вещества. Жирная линия представляет серию трехосных эллипсоидов внутри гравитирующего эллипсоида Якоби (рис.16). Заштрихованные области представляют легкие эллипсоиды, устойчивые ко вторым нечетным формам колебаний.

Геометрия "легких перпендикулярных" эллипсоидов определяется соотношениями (2.13), первое из которых выполняется автоматически, а второе принимает вид

$$\frac{a_3^2}{a_1^2} \frac{1 - a_2^2/a_1^2}{a_2/a_1} \le \frac{a_2}{a_1} \frac{A_2^* - A_1^*}{A_3^*} + A_1^* - \frac{a_2^2}{a_1^2} A_2^* \quad (2.14)$$

На графике рис.2 изображена возможная область геометрий изучаемых вложенных эллипсоидов, ограниченная последовательностью самосопряженных эллипсоидов с λ= -1. В отличие от "параллельного" легкого эллипсоида сплюснутость "перпендикулярного" вложенного эллипсоида может быть любой. В частности, здесь возможно существование сильно сплюснутых по оси вращения эллипсоидов любой геометрии.

Если внутри эллипсоида Фримана существование "параллельного" легкого эллипсоида невозможно, то "перпендикулярный" легкий эллипсоид может образоваться. Кривая 2 на рис.2а представляет последовательность "перпендикулярных" легких эллипсоидов внутри эллипсоида Фримана с $b_2/b_1 = 0.2$; $b_3/b_1 = 0.1$, а кривая 2 на рис.26 — последовательность "перпендикулярных" легких эллипсоидов внутри эллипсоида Якоби [4] с отношениями полуосей $b_2/b_1 = 0.56$; $b_3/b_1 = 0.41$.



Рис.2. "Перпендикулярные" легкие эллипсоиды внутри гравитирующих трехосных эллипсоидов. Области расположенные ниже кривых представляют эллипсоиды внутри гравитирующих трехосных эллипсоидов с указанными на рис. отношениями полуосей. Кривые 2 представляют последовательности легких эллипсоидов, вращающихся с соответствующими угловыми скоростями эллипсоидов Фримана а и Якоби б. Заштрихованные области представляют устойчивые к нечетным формам колебаний эллипсоиды.

При больших значениях угловой скорости вращения внешнего эллипсоида возможными фигурами равновесия легкой подсистемы в пределах внешнего эллипсоида являются гиперболонды (однополостные или двуполостные [2]). Заменой в формулах (2.5)-(2.8) $a_1 \ge a_2$ на $iR_1 \ge iR_2$ или a_3 на ih, получим аналогичные формулы для двуполостных и однополостных гиперболондальных фигур равновесия легкой подсистемы соответственно. На графике рис.3 представлены области возможных геометрий гиперболондов внутри эллипсондов Фримана в Якоби.

3. Устойчивость легких подсистем. Вопрос устойчивости вложенных фигур равновесия легкой подсистемы по отношению ко вторым формам колебаний определяется линеаризованными уравнениями вириала [4,6] в тензорной форме, которые в рассматриваемом случае имеют вид



Рис. 3. Области возможных геометрий вложенных трехосных гиперболоидов внутри трехосных эллипсоидов.

$$\omega^{2} N_{i,j} - i2\omega Q_{jl} N_{i,l} - i2\omega \Omega \varepsilon_{ll3} N_{l,j} + 2\Omega \varepsilon_{ll3} (Q_{lk} N_{j,k} - Q_{jk} N_{l,k}) - (3.1) - Q_{jl}^{2} N_{i,l} - Q_{ll}^{2} N_{j,l} = 2A_{l}^{*} N_{ij} - \Omega^{2} (N_{ij} - N_{3j} \delta_{l3}) - \delta U \delta_{ij} ,$$

где возмущение системы характеризовано лагранжевым смещением частиц из равновесного положения:

$$\vec{\xi}(\vec{x},t) = \vec{\xi}(\vec{x})e^{-i\omega t} , \qquad (3.2)$$

шели подлежащая определению частота возмущений,

$$N_{ij} = \int \rho(\xi_i x_j + \xi_j x_i) \, dx = N_{i,j} + N_{j,i} \, , \qquad (3.3)$$

δU — возмущение внутренней "тепловой" энергии [4].

К уравнениям (3.1) следует добавить условие соленоидальности возмущений, которое в рассматриваемом случае имеет вид [4]

$$\frac{N_{11}}{a_1^2} + \frac{N_{22}}{a_2^2} + \frac{N_{33}}{a_3^2} = 0 \quad . \tag{3.4}$$

Отдельно рассмотрим нечетную и четную формы колебаний.

3.1. Нечетная форма колебаний. Выписывая уравнения, нечетные относительно индекса 3, с учетом (2.2), (3.3) и (2.4), получим характеристическое уравнение этих колебаний в виде

$$\begin{vmatrix} \omega^{2} + \Omega^{2} - 2A_{1}^{*} & -2A_{3}^{*} \frac{a_{3}^{2}}{a_{1}^{2}} & -i2\omega\Omega & 0 \\ -2A_{3}^{*} & \omega^{2} + \lambda^{2}\Omega^{2} - 2A_{3}^{*} & 0 & i2\omega\Omega\lambda\frac{a_{1}}{a_{2}} \\ i2\omega\Omega & 0 & \omega^{2} + \Omega^{2} - 2A_{2}^{*} & -2A_{3}^{*}\frac{a_{3}^{2}}{a_{2}^{2}} \\ 0 & -i2\omega\Omega\lambda\frac{a_{2}}{a_{1}} & -2A_{3}^{*} & \omega^{2} + \lambda^{2}\Omega^{2} - 2A_{3}^{*} \end{vmatrix} = 0 . (3.5)$$

Для легких эллипсоидов внутри гравитирующего эллипсоида Дедекинда ($\Omega = 0$) это уравнение распадается на два биквадратных свободных члена, которые с учетом условий равновесия (2.4) обращаются в нуль:

$$\omega^{2} [\omega^{2} - 2(A_{1}^{*} + A_{3}^{*})] = 0 ,$$

$$\omega^{2} [\omega^{2} - 2(A_{2}^{*} + A_{3}^{*})] = 0 .$$
(3.6)

Устойчивость этих эллипсоидов очевидна.

В общем случае уравнение (3.5) допускает корень $\omega^2 = \lambda^2 \Omega^2$. После опускания множителя $\omega^2 - \lambda^2 \Omega^2$, получаем кубическое относительно ω^2 уравнение

$$\omega^{6} - F_{2}\omega^{4} + F_{1}\omega^{2} - F_{o} = 0 \quad , \tag{3.7}$$

где

F

$$F_{2} = \Omega^{2}(2+\lambda^{2})+2(2+A_{3}^{*}) ,$$

$$F_{1} = (2A_{1}^{*}-\Omega^{2})(2A_{2}^{*}-\Omega^{2})+4A_{3}^{*}(1-A_{3}^{*})-24\Omega^{2}A_{3}^{*}+$$

$$+4\lambda^{2}\Omega^{2}-10\lambda^{2}\Omega^{2}A_{3}^{*}+34\lambda^{2}\Omega^{4}-4\frac{a_{3}^{2}}{a_{1}^{2}}A_{3}^{*}-4A_{3}^{*}\frac{a_{3}^{2}}{a_{2}^{2}} ,$$

$$g_{0} = (\lambda^{2}\Omega^{2}+4A_{3}^{*})(2A_{1}^{*}-\Omega^{2})(2A_{2}^{*}-\Omega^{2})+16\Omega^{2}A_{3}^{*}(A_{3}^{*}-2\lambda\frac{a_{3}^{2}}{a_{1}a_{2}}) -$$

$$(3.8)$$

$$-4\lambda^{2}\Omega^{2}A_{3}^{*}(\frac{a_{3}^{2}}{a_{1}^{2}}-\frac{a_{3}^{2}}{a_{2}^{2}}A_{3}^{*}+8\Omega^{2})-8\frac{a_{3}^{2}}{a_{1}^{2}}A_{3}^{*}(A_{3}^{*}-\lambda^{2}\Omega^{2})\frac{a_{1}^{2}-a_{2}^{2}}{a_{2}^{2}}++A_{3}^{*}(A_{3}^{*}-2\lambda^{2}\Omega^{2})(4-2A_{3}^{*}-(2+\lambda^{2})\Omega^{2}).$$

Результаты исследования действительных корней уравнения (3.7) представлены на рис.1,2, где области устойчивых вложенных легких эллипсоидов заштрихованы. Заметим, что среди легких вложенных эллипсоидов, параллельно расположенных внешнему, устойчивы лишь те, сплюснутости которых не уступают сплюснутостям внешнего эллипсоида (рис.1). Среди "перпендикулярно" расположенных легких эллипсоидов все сильно сплюснутые вдоль оси вращения легкие эллипсоиды устойчивы к рассматриваемым формам колебаний независимо от их меры сплюснутости в плоскости вращения (рис.2).

3.2. Четная форма колебаний. Уравнения (3.1) с учетом (2.2) и условий равновесия (2.4) для четных по индексу 3 компонент тензора N₁₁ принимают вид:

$$\left(\frac{\omega^{2}}{2} - 2\frac{a_{3}^{2}}{a_{1}^{2}}A_{3}^{*} - \lambda\frac{a_{2}}{a_{1}}\Omega^{2}\right)N_{11} + i2\omega\Omega\lambda\frac{a_{1}}{a_{2}}N_{1,2} - i2\omega\Omega N_{2,1} + \lambda\frac{a_{1}}{a_{2}}\Omega^{2}N_{22} = -\delta U , \qquad (3.9)$$

$$\left(\frac{\omega^2}{2} - 2\frac{a_3^2}{a_2^2}A_3^* - \lambda\frac{a_1}{a_2}\Omega^2\right)N_{22} + i2\omega\Omega N_{1,2} - i2\omega\Omega\lambda\frac{a_2}{a_1}N_{2,1} + \lambda\frac{a_1}{a_2}\Omega^2 N_{11} = -\delta U , \qquad (3.10)$$

$$\omega^2 N_{1,2} - i\omega \Omega \lambda \frac{a_2}{a_1} N_{11} - i\omega \Omega N_{22} + [\Omega^2 (1 + \lambda^2) - 2A_1^*] N_{12} = 0, \quad (3.11)$$

$$\omega^2 N_{2,1} - i\omega \Omega N_{11} + i\omega \Omega \lambda \frac{a_1}{a_2} N_{22} + \left[\Omega^2 (1 + \lambda^2) - 2A_2\right] N_{12} = 0 , \quad (3.12)$$

$$\left(\frac{\omega^2}{2} - 2A_3^*\right)N_{33} = -\delta U \quad . \tag{3.13}$$

К ним следует добавить еще уравнение неразрывности (3.4).

С помощью уравнений (3.9) и (3.10) с учетом (3.13) получим пару уравнений:

$$\left(\frac{\omega^{2}}{2}-2\frac{a_{3}^{2}}{a_{1}^{2}}A_{3}^{*}\right)N_{11}+\left(\frac{\omega^{2}}{2}-2\frac{a_{3}^{2}}{a_{2}^{2}}A_{3}^{*}\right)N_{22}-(\omega^{2}-4A_{3}^{*})N_{33}++i2\omega\Omega\lambda\left(\frac{a_{1}}{a_{2}}N_{1,2}-\frac{a_{2}}{a_{1}}N_{2,1}\right)+i2\omega\Omega\left(N_{1,2}-N_{2,1}\right)=0, \quad (3.14)$$

$$\left(\frac{\omega^{2}}{2} - 2\frac{a_{3}^{2}}{a_{1}^{2}}A_{3}^{*}\right)N_{11} - \left(\frac{\omega^{2}}{2} - 2\frac{a_{3}^{2}}{a_{2}^{2}}A_{3}^{*} - 2\lambda\Omega^{2}\frac{a_{1}}{a_{2}}\right)N_{22} + i2\omega\Omega\lambda\left(\frac{a_{1}}{a_{2}}N_{1,2} - \frac{a_{2}}{a_{1}}N_{2,1}\right) - i2\omega\Omega N_{12} = 0 \quad .$$
(3.15)

Сложив уравнения (3.11) и (3.12) с учетом (3.3), получим

$$[\omega^{2} - 2A_{1}^{*} - 2A_{2}^{*} + 2(1+\lambda^{2})\Omega^{2}]N_{12} + i\omega\Omega(1+\lambda\frac{a_{2}}{a_{1}})N_{11} - i\omega\Omega(1-\lambda\frac{a_{1}}{a_{2}})N_{22} = 0 .$$
(3.16)

Исключая из уравнений (3.14) и (3.15) члены с $N_{1,2}$ и $N_{2,1}$ с помощью (3.11) и (3.12), и учитывая условия (2.4), получим

$$\left(\frac{\omega^{2}}{2} - 4A_{1}^{*} + 2\frac{a_{3}^{2}}{a_{1}^{2}}A_{3}^{*}\right)N_{11} - \left(\frac{\omega^{2}}{2} - 4A_{2}^{*} + 2\frac{a_{3}^{2}}{a_{2}^{2}}A_{3}^{*}\right)N_{22} - \left(\omega^{2} - 4A_{3}^{*}\right)N_{33} + i\frac{4\Omega}{\omega}(A_{1}^{*} - A_{2}^{*})N_{12} = 0, \qquad (3.17)$$

$$\left(\frac{\omega^{2}}{2} - 2\lambda^{2}\Omega^{2} - 2\frac{a_{3}^{2}}{a_{1}^{2}}A_{3}^{*}\right)N_{11} - \left(\frac{\omega^{2}}{2} - 2\lambda^{2}\Omega^{2} - 2\frac{a_{3}^{2}}{a_{2}^{2}}A_{3}^{*}\right)N_{22} + \frac{2}{2}N_{12}^{2} + \frac{2}$$

$$+i\frac{2\Omega}{\omega}\left[4\lambda(\lambda\Omega^{2}-\frac{a_{3}^{2}}{a_{1}^{2}}A_{3}^{*})-\omega^{2}\right]N_{12}=0 \quad .$$
(3.18)

Уравнения (3.17) и (3.18) вместе с уравнениями (3.16) и (3.4) приводят к характеристическому уравнению для ω , преобразованная, более простая форма которого является

$$\frac{1}{a_1^2} - \frac{1}{a_2^2} \frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} \frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \frac{1}{a_2^2} \frac{1}{a_3^2} = 0$$

$$\frac{\omega^2 - g_2}{\omega^2 - g_2} g_1 + \frac{4A_3^* - g_2}{4A_3^* - g_2} \frac{i\frac{4\Omega}{\omega}(A_1^* - A_2^*)}{i\frac{2\Omega}{\omega}(2\lambda\alpha - \omega^2)}$$

$$\frac{\omega^2 - f_1}{\omega\Omega d_1} - \frac{f_2}{\omega\Omega d_2} - \frac{-f_2}{\omega} \frac{i\frac{2\Omega}{\omega}(2\lambda\alpha - \omega^2)}{\omega^2 - \alpha(\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2})} = 0 , \quad (3.19)$$

где использованы обозначения

$$g_{1} = 4A_{2}^{*} - 4A_{1}^{*} - (1 - \frac{a_{2}^{2}}{a_{1}^{2}})\beta , \quad \beta = 2\frac{a_{3}^{2}}{a_{2}^{2}}A_{3}^{*} ,$$

$$g_{2} = 4A_{2}^{*} + 4A_{1}^{*} - (1 + \frac{a_{2}^{2}}{a_{1}^{2}})\beta , \quad \alpha = 2\lambda\Omega^{2} + \frac{a_{2}}{a_{1}}\beta ,$$

$$f_{1} = 4\lambda^{2}\Omega^{2} + (1 + \frac{a_{2}^{2}}{a_{1}^{2}})\beta , \quad f_{2} = (1 - \frac{a_{2}^{2}}{a_{1}^{2}})\beta ,$$

$$d_{1} = 2 - \lambda\frac{a_{1}^{2} + a_{2}^{2}}{a_{1}a_{2}} , \quad d_{2} = \lambda\frac{a_{1}^{2} - a_{2}^{2}}{a_{1}a_{2}} .$$
(3.20)

Уравнение (3.19) является квадратным относительно ω^2 . Из анализа этого уравнения следует, что характеристические частоты этих колебаний для эллипсондальных фигур равновесия легкой подсистемы вещественны, т.е. неустойчивость от четной формы колебаний не возникает.

Ереванский государственный университет. Иджеванский филиал ЕГУ, Армения.

THE LIGHT SUBSYSTEM IN THE GRAVITATING THREEAXIAL ELLIPSOID

M.G.ABRAMIAN, KH.G.KOKOBELIAN, T.Z.KHACHIKIAN

The possible ellipsoidal and hyperboloidal figures of equilibria of the light subsystem with the inner stream of matter of constant vorticity inside the gravitating threeaxial ellipsoid is obtained. The stability ranges of these figures with respect to second form occilliation are established.

ЛИТЕРАТУРА

1. М.Г.Абрамян, С.А.Каплан, Астрофизика. 11, 121, 1975; 13, 235, 1977.

2. М.Г.Абрамян, Астрофизика. 25, 173, 1986; 25, 357, 1986.

3. М.Г.Абрамян, Х.Г.Кокобелян, Астрофизика (в печати).

4. С. Чандрасекхар, Эллипсоидальные фигуры равновесия. Мир, М., 1973, 288с.

5. В.Л.Поляченко, А.М. Фридман, Равновесие и устойчивость гравитирующих систем. Наука. М., 1976, 347с.

 М.Г.Абрамян, Динамика вложенных гравитирующих подсистем. Докт. дисс., Бюракан, 1986, 350с.

7. М.Г.Абрамян, Письма астрон. ж., 11, 583, 1985.

8. K.C. Freeman, MN RAS. 139, 425, 1968.