

УДК: 52—337

К ВОПРОСУ ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ФЕРМИ-ГАЗА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

М.А.ИВАНОВ, С.С.ЛИПОВЕЦКИЙ, В.С.СЕКЕРЖИЦКИЙ

Поступила 1 февраля 1993

Принята к печати 3 апреля 1993

Получены выражения для химического потенциала, давления и средней полной энергии крайне вырожденного идеального релятивистского газа заряженных фермионов с учетом их статических аномальных магнитных моментов в присутствии квантуемого магнитного поля. Рассмотрены случаи квантового предела сверхсильных магнитных полей и слабых полей, в которых можно не учитывать квантование Ландау при описании ферми-газов в сверхплотном веществе.

Согласно существующим представлениям, в сверхплотных астрофизических объектах могут существовать фермионы релятивистских и ультрарелятивистских энергий, а сами эти объекты обладают весьма сильными магнитными полями. Термодинамические свойства равновесной релятивистской плазмы в сильном магнитном поле рассматривались в [1–6], но при этом не учитывалась величина аномального магнитного момента релятивистского электрона. В настоящем сообщении мы получим общие соотношения для вычисления энергетических характеристик крайне вырожденного релятивистского газа заряженных фермионов в магнитном поле с учетом статических аномальных магнитных моментов микрочастиц.

Спектр энергии свободного заряженного релятивистского фермиона в постоянном и однородном магнитном поле с индукцией B определяется выражением [7]:

$$\varepsilon = \left\{ c^2 p_z^2 + \left[\sqrt{m^2 c^4 + 2mc^2 \mu B (2n+1+s)} + s(\sigma-1) \mu B \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (1)$$

где m — масса частицы, p_z — проекция ее импульса p на направление вектора индукции поля, n — номер квантового уровня Ландау, $s = \pm 1$, $\mu = e\hbar(2mc)^{-1}$, e — заряд фермиона, σ — отношение собственного магнитного момента частицы к магнетону μ .

Воспользовавшись методом, изложенным в [8], для большого термодинамического потенциала ферми-газа получим:

$$-\Omega(B) = 0.5N \sqrt{\chi^2(0) - m^2 c^4} \cdot R_1 \cdot R_2^{-4/3} \quad (2)$$

Здесь N — число частиц в объеме V , χ — химический потенциал,

$$R_1 = 1.5 \sum_s \sum_{n=0}^l \left\{ \sqrt{x^2 + y} \sqrt{x^2 - z} - 0.5(y+z) \ln \left| \frac{\sqrt{x^2 + y} + \sqrt{x^2 - z}}{\sqrt{x^2 + y} - \sqrt{x^2 - z}} \right| \right\}, \quad (3)$$

$$R_2 = 1.5 \sum_s \sum_{n=0}^l \sqrt{x^2 - z} \quad ; \quad x^2 = \frac{\chi^2(B) - m^2 c^4}{2mc^2 \mu B} \quad ; \quad y = \frac{mc^2}{2\mu B}, \quad (4)$$

$$z = (2n+1+s) + \frac{(\sigma-1)^2}{4y} + s(\sigma-1)\sqrt{1 + 1/y(2n+1+s)} \quad , \quad (5)$$

суммирование в (3) и (4) ведется до тех пор, пока $x^2 \geq z$.

Отсюда для химического потенциала, давления и средней полной энергии соответственно получаем:

$$\chi(B) = \left\{ m^2 c^4 + [\chi^2(0) - m^2 c^4] \cdot x^2 \cdot R_2^{-2/3} \right\}^{1/2}, \quad (6)$$

$$P(B) = -\Omega(B)V^{-1} = 0.5NV^{-1} \sqrt{\chi^2(0) - m^2 c^4} \cdot R_1 \cdot R_2^{-4/3}, \quad (7)$$

$$E(B) = \Omega(B) + N\chi(B) = 0.5N \sqrt{\chi^2(0) - m^2 c^4} (2\sqrt{x^2 + y} R_2 - R_1) R_2^{-4/3} \quad (8)$$

В квантовом пределе сверхсильных магнитных полей $n = 0$, $s = -1$,

$$x^2 \leq 2 + \frac{(\sigma-1)^2}{4y} - (\sigma-1)\sqrt{1 + 2/y} \quad ; \quad z = (\sigma-1) \left(\frac{\sigma-1}{4y} - 1 \right). \quad (9)$$

Полученные формулы описывают свойства крайне вырожденного релятивистского газа заряженных фермионов в магнитном поле, не оказывающем влияния на величины аномальных магнитных моментов микрочастиц. Это ограничивает их применимость условием $B \ll 4.414 \cdot 10^{13}$ Гс для электронов и $B \leq 10^{17}$ Гс для протонов. При $B \geq 10^{13}$ Гс для релятивистских электронов $\sigma = \sigma(B)$, однако известно, что в сильном магнитном поле аномальный магнитный момент электрона, малый по сравнению с магнетоном Бора ($\sigma = 1.00116$), имеет тенденцию к уменьшению [7]. Тем самым, при $B \geq 10^{13}$ Гс мы вправе положить $\sigma \approx 1$, что не отразится существенно на точности численных расчетов термодинамических величин, но значительно их упростит. При этом

$$z = 2n + 1 + s, \quad (10)$$

$$\varepsilon = [c^2 p_z^2 + m^2 c^4 + 2mc^2 \mu B(2n + 1 + s)]^{1/2}. \quad (11)$$

Формулы [4–6], описывающие термодинамические характеристики ультрарелятивистского электронного газа в квантующем магнитном поле, являются частным случаем полученных нами соотношений при $\sigma = 1$ и $\chi \gg mc^2$.

Известно, что магнитное поле оказывает заметное квантующее действие на движение электрона, если ларморовский радиус последнего порядка и меньше длины волны де Бройля. Полагая импульс электрона равным импульсу Ферми при $B=0$, несложно показать, что магнитное поле будет квантующим для релятивистских электронов при

$$B \geq B_{\kappa 0} = \frac{\chi^2(0) - m^2 c^4}{4\pi m c^2 \mu} = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 N^{2/3}}{4\pi m c^2 \mu}. \quad (12)$$

Для протонов электронейтральной плазмы нижняя граница квантующего магнитного поля та же. В табл. 1 приведены значения $B_{\kappa 0}$ для заданных концентраций электронов. При величинах B , меньших указанных в таблице, мы вправе считать газ парамагнитным и не учитывать квантование Ландау. В частности, для $\sigma \approx 1$ в этом случае имеем:

$$\varepsilon = (c^2 p^2 + m^2 c^4 + 2mc^2 \mu B s)^{1/2}, \quad (13)$$

$$R_1 = 0.12s \sum_j \left[\sqrt{x^2+y} \sqrt{x^2-s} (2x^2 - 3y - 5s) + \right. \\ \left. + 1.5(y+s)^2 \ln \left| \frac{\sqrt{x^2+y} + \sqrt{x^2-s}}{\sqrt{x^2+y} - \sqrt{x^2-s}} \right| \right] ; \quad R_2 = 0.5 \sum_s (x^2 - s)^{3/2} . \quad (14)$$

Сверхсильные магнитные поля для релятивистского парамагнитного электронного газа рассматривать не приходится, т.к. условию $s = -1$ ($x^2 \leq 1$) соответствует $B \geq 2^{2/3} \pi B_{\kappa e} > B_{\kappa e}$.

Для протонов $\sigma = \text{const}$ при $B \leq 10^{17}$ Гс. При этом энергия взаимодействия протона с магнитным полем $\sigma \mu B < 1$ МэВ, что существенно меньше $mc^2 \sim 1$ ГэВ. Аналогичная ситуация имеет место и для нейтронного газа. Поэтому для нуклонов целесообразно ограничиться лишь нерелятивистским приближением, что вполне приемлемо для описания свойств вещества при плотностях, меньших ядерной. Соответствующие выражения для термодинамических характеристик крайне вырожденных нерелятивистских ферми-газов в магнитном поле получены нами в [9, 10].

Таблица 1

$N/V, \text{см}^{-3}$	$\sqrt{x^2(0) - m^2 c^4}, \text{МэВ}$	$B_{\kappa e}, \text{Гс}$
10^{27}	$6.2 \cdot 10^{-2}$	10^{11}
10^{28}	$1.3 \cdot 10^{-1}$	$4.6 \cdot 10^{11}$
10^{29}	$2.7 \cdot 10^{-1}$	$2.2 \cdot 10^{12}$
10^{30}	$6.1 \cdot 10^{-1}$	10^{13}
10^{31}	1.3	$4.6 \cdot 10^{13}$
10^{32}	2.7	$2.2 \cdot 10^{14}$
10^{33}	6.1	10^{15}
10^{34}	$1.3 \cdot 10$	$4.6 \cdot 10^{15}$
10^{35}	$2.7 \cdot 10$	$2.2 \cdot 10^{16}$
10^{36}	$6.1 \cdot 10$	10^{17}

Приведенные соотношения могут быть использованы для расчета термодинамических параметров вещества оболочек нейтронных звезд и недр магнитных белых карликов в рамках модели крайне вырожденных идеальных ферми-газов.

Брестский педагогический институт

ON THE PROBLEM OF ENERGETIC CHARACTERISTICS OF RELATIVISTIC FERMI-GAS IN MAGNETIC FIELD

M.A.IVANOV, S.S.LIPOVETSKI, V.S.SEKERJITSKI

Relations for chemical potential, pressure and average full energy of extremely degenerated ideal relativistic gas of charged fermions are derived taking into account their static abnormal magnetic moments in the presence of quantized magnetic field. The cases of quantum limit of superforced magnetic fields and weak fields are considered, in which it may be not taken into account the Landau quantizing to describe the Fermi-gas in the superdense matter.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А.Рубан, Изв. вузов. Физ., 3, 67, 1967.
2. V. Canuto, H.Y.Chiu, Phys. Rev., 173, 1210, 1220, 1229, 1968.
3. V. Canuto, H.Y.Chiu, Space Sci. Rev., 12, 3, 1977.
4. Г.А.Шульман, Изв. вузов. Физ., 10, 24, 1974.
5. Г.А.Шульман, Астрофизика, 10, 543, 1974; 11, 89, 1975.
6. Г.А.Шульман, Астрон.ж., 52, 1166, 1975; 53, 755, 1976; 56, 51, 1979.
7. С.В.Вонсовский, Магнетизм микрочастиц, М., Наука, 1973.
8. Ю.Б.Румер, М.Ш.Рыбкин, Термодинамика, статистическая физика и кинетика, М., Наука, 1977.
9. С.С.Липовецкий, А.А.Олесик, В.С.Секержицкий, Изв. вузов. Физ., 5, 21, 1987.
10. М.А.Иванов, С.С.Липовецкий, В.С.Секержицкий, Астрофизика, 31, 191, 1989.