АСТРОФИЗИКА

ТОМ 36 АВГУСТ, 1993 ВЫПУСК 3

УДК: 52-423

ИЗЛУЧЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В БСТТ

А.А. СААРЯН

Поступила 27 апреля 1993
Принято к печати 10 мая 1993

Исследовано излучение гравитационных волн в биметрической скалярно - тензорной теории в случае медленных движений и слабых полей. Для решений с переменным скалярным полем наряду с квадрупольным теория предсказывает также дипольное излучение. В случае двойной системы определены коэффициенты Петерса-Метьюза и дипольного излучения.

В качестве новой альтернативы общей теории относительности (ОТО) в работах [1-3] предложена биметрическая скалярно-тензорная теория гравитации (БСТТ). В постньютоновском приближении эти теории совпадают [4] и поэтому постньютоновские гравитационные тесты не могут привести к однозначному выбору в пользу одной из них. Отсюда следует важность рассмотрения в рамках БСТТ тех явлений, в которых разница предсказаний теорий может стать наблюдаемой. Одной из таких явлений может оказаться гравитационное излучение.

Ранее было показано [4], что в БСТТ связанные со слабой волной возмущения метрики и скалярного поля распространяются со скоростью света (космологическую функцию связи полагаем равной нулю). Теория принадлежит к классу N_2 по, предложенной в [5], классификационной схеме E(2). Ниже мы рассмотрим излучение гравитационных волн медленно движущимися источниками, в частности, мультипольность такого излучения. Важность последнего обусловлена тем, что информацию о мультипольности излучения можно получить, анализируя изменение периода орбитального движения двойной системы, обусловленное потерей энергии системой в результате гравитационного излучения [6].

Прежде чем перейти к конкретным вычислениям сделаем следующее замечание. Уравнения БСТТ могут иметь два различных класса решений: с постоянным и переменным скалярным полем [7,8].

Поскольку для первой группы решений предсказания теории совпадают с результатами ОТО, ниже мы рассмотрим второй класс решений, когда БСТТ и ОТО существенно отличны друг от друга.

Уравнения, описывающие гравитационное поле в БСТТ, имеют вид [2]

$$\varphi R_{ik} + \varphi_{,n}\overline{\Gamma}^{n}_{ik} - \varphi_{,(i}\overline{\Gamma}^{n}_{k)n} - \zeta(\varphi)\varphi_{,i}\varphi_{,k}/\varphi = T_{ik} - Tg_{ik}/2, \quad (1a)$$

$$2\zeta\varphi^{;n}_{;n} + (\zeta' - \zeta/\varphi)\varphi^{,n}\varphi_{,n} + \varphi\Lambda_{g} = 0, \quad (1b)$$

где

$$\Lambda_{g} = g^{ik}(\overline{\Gamma}^{l}_{im}\overline{\Gamma}^{m}_{kl} - \overline{\Gamma}^{l}_{ik}\overline{\Gamma}^{n}_{ln}), \quad \overline{\Gamma}^{l}_{ik} = \Gamma^{l}_{ik} - \check{\Gamma}^{l}_{ik}, \quad (2)$$

Γ^{l}_{ik} и $\check{\Gamma}^{l}_{ik}$ - символы Кристоффеля для метрик g_{ik} и γ_{ik} соответственно, а круглые скобки в индексном выражении означают симметризацию по индексам i и k. Как и в любой метрической теории уравнения негравитационной материи здесь те же, что и в ОТО.

Рассмотрим слабую гравитационную волну в рамках БСТТ. В квазидекартовой системе координат с

$$\overset{(o)}{\gamma}_{ik} = \mathrm{diag}(c_0, c_1, c_1, c_1)$$

(c_0 и c_1 космологические коэффициенты связи, определяемые из решения соответствующей космологической задачи [6]) поля, представим в виде

$$g_{ik} = \overset{(o)}{g}_{ik} + h_{ik},\ \varphi = \varphi_0(1+\varphi_1),\ g^{ik} = \overset{(o)}{g}{}^{ik} - h^{ik},$$
$$\overset{(o)}{g}_{ik} = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1), \quad (3)$$

где h_{ik} и φ_1 обусловленные волной малые поправки. Заметим, что уравнения (1a) для h_{ik} в линейном приближении совпадают с уравнениями Эйнштейна. Преобразованием координат $x^i \to x^i + \eta^i$, $\eta^i \sim h$ всегда можно добиться условия

$$\psi^{ik}_{,k} \equiv (h^{ik} - \overset{(o)}{g}{}^{ik}\, h/2)_{,k} = 0,\ h^{ik} = \overset{(o)}{g}{}^{im}\,\overset{(o)}{g}{}^{kn}\, h_{mn},\ h = \overset{(o)}{g}{}^{ik} h_{ik}. \quad (4)$$

В новой системе координат

$$\gamma_{ik} = \overset{(o)}{\gamma}_{ik} - \overset{(o)}{\gamma}_{il}\,\eta^{l}_{,k} - \overset{(o)}{\gamma}_{kl}\,\eta^{l}_{,i}, \quad \check{\Gamma}^{l}_{kl} = -\eta^{l}_{,kl} \quad (5)$$

С учетом дополнительного условия (4) уравнения (1) можно представить в виде

$$\Box\psi^{ik} = -2\tau^{ik}/\varphi_0, \quad \tau^{ik} = T^{ik} + t^{ik} \quad \Box\varphi_1 = S, \quad (6)$$

где функции t^{ik} и S являются квадратичными и высших порядков функциями возмущений:

$$S = h^{mn}\varphi_{1,mn} + \frac{1}{2}\left(\varphi_0 \frac{\zeta_0'}{\zeta_0} - 1\right)\varphi_{1,n}\varphi_1^{,n} + \frac{1}{2\zeta_0}\Lambda_g + O(h^3) \tag{7}$$

(выражение для t^{ik} нам не понадобится),

$$\zeta_0 = \zeta(\varphi_0), \quad \zeta_0' = d\zeta / d\varphi|_{\varphi=\varphi_0}.$$

Уравнения (6) представим в интегральном виде

$$\psi^{ik} = \frac{1}{2\pi\varphi_0}\int \frac{1}{R}\tau^{ik}(t-R,\bar{r}')d\bar{r}',$$
$$\varphi_1(t,\bar{r}') = -\frac{1}{4\pi}\int \frac{1}{R}S(t-R\bar{r}')d\bar{r}', R = |\bar{r}-\bar{r}'| \tag{8}$$

Для точек поля вдали от источника и в предположении малых скоростей φ_1 в (8) можно разложить в ряд

$$\varphi_1(t,\bar{r}) = -\frac{1}{4\pi r}\sum_m \frac{1}{m!}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^m \int S(t-r,\bar{r}')(\bar{n}\cdot\bar{r}')^m d\bar{r}', \bar{n} = \bar{r}'/r \tag{9}$$

(аналогичное разложение имеет место для ψ^{ik}). Исходя из $\tau^{ik}_{,k}=0$, с помощью аналогичных ОТО вычислений (см., например, [9]) можно показать, что с достаточной степенью точности

$$\psi^{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi\varphi_0 r}\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^2 \int \rho(t-r,\bar{r}')x'^{\alpha}x'^{\beta}d\bar{r}', \quad \alpha,\beta = 1-3, \tag{10}$$

где ρ - плотность массы излучающей материи. Для нахождения φ_1 из (9) выполним постньютоновское разложение функции источника S в подынтегральном выражении. Воспользуемся полученными в [2] постньютоновскими выражениями в ближней зоне

$$h_{00} = -2U + O(4), \quad h_{\alpha\beta} = 2\overset{(o)}{g}_{\alpha\beta}U + O(4) \quad \varphi_1 = O(4),$$

где U - ньютоновский потенциал, O(n) - означает члены порядка v^n, v - характерная скорости масс внутри источника, греческие индексы пробегают значения 1-3. Отсюда, с учетом (5), приходим к следующему выражению для функции источника

$$S = \frac{\Lambda_g}{2\zeta_0} + O(6) = -\frac{1}{\zeta_0}\overset{(o)}{g}{}^{\alpha\beta}U_{,\alpha}U_{,\beta} + \frac{1}{2\zeta_0}\overset{(o)}{g}{}^{\alpha\beta}\left(\eta^{\omega}_{,\alpha\tau}\eta^{\tau}_{,\omega\beta} - \eta^{\omega}_{,\alpha\beta}\eta^{\tau}_{,\omega\tau}\right) + O(6)$$

или с точностью до дивергенций, моменты которых пренебрежимо малы (см., например, [10])

$$S = \frac{4\pi G}{\zeta_0}\rho U + O(6),$$

$G = 1/8\pi\varphi_0$ - ньютоновская гравитационная постоянная. Подставляя это выражение в правую часть (9), для возмущения скалярного поля в волновой зоне с достаточной степенью точности, находим

$$\varphi_1 = -\frac{G\Phi}{\zeta_0 r}, \quad \Phi = \int \rho U d\bar{r}' + \frac{\partial}{\partial t}\int \rho U(\bar{n}'\cdot\bar{r}')d\bar{r}'. \qquad (11)$$

Для расчета интенсивности гравитационного излучения воспользуемся ковариантным дифференциальным законом сохранения [11]

$$\left[(-g)\left(T^{lm} + t^{lm}_{LL}\right)\varphi_0/\varphi\right]_{|l} = 0 \qquad (12)$$

где t^{lm}_{LL} - обобщение псевдотензора Ландау-Лифшица ОТО (в БСТТ оно является истинным тензором, его выражение приведено в [11]), вертикальная черточка означает ковариантную производную по метрике γ_{ik}. С помощью векторов Киллинга ξ_m фоновой метрики (12) можно записать в виде обычного закона сохранения

$$\left(\xi_m \Theta^{lm}\right)_{,l} = 0, \quad \Theta^{lm} = \frac{-g\varphi_0}{\sqrt{-\gamma\varphi}}\left(T^{lm} + t^{lm}_{LL}\right). \qquad (13)$$

В соответствии с тем, что плоское пространство-время обладает десятью независимыми векторами Киллинга $\xi^{(i)}_m$, i=0-9; из (13) следует десять интегральных сохраняющихся величин энергии-импульса и моменты импульса

$$P^{(i)} = \int \xi^{(i)}_m \Theta^{om} dV. \qquad (14)$$

Например, для четырех-импульсов в системе координат (5) соответствующие векторы Киллинга равны $\xi^{(i)}_m \approx \delta^i_m - \eta^i_{,m}$, i =0–3. Для локализованного источника, интегрируя (13) по достаточно большому объему, получим

$$\frac{d}{dt}\int \xi_m \Theta^{om} dV = -\oint \frac{-g\varphi_0}{\sqrt{-\gamma\varphi}}\xi_m t^{\alpha m}_{LL} dS_\alpha, \qquad (15)$$

где интегрирование в правой части проводится по двумерной поверхности, окружающей область интегрирования левой части. Поток энергии гравитационного излучения через элементарную площадку $dS_{\alpha} = -n_{\alpha} r^2 d\Omega$ определяется формулой

$$\frac{dI}{d\Omega} = -n_{\alpha} r^2 \frac{-g\varphi_0}{\sqrt{-\gamma\varphi}} t_{II.}^{\alpha\iota}$$

На больших расстояниях от излучающей системы в достаточно малых областях волну можно считать плоской, для которой в ТТ - калибровке (отличны от нуля только h_{23} и h_{22}=-h_{33}) после некоторых преобразований, находим

$$t_{II.}^{\alpha\iota} = \varphi_0^{n''}\left(\frac{1}{4} h^{ik}_{,0} h_{ik,0} + \zeta_0 \varphi^2_{1,0}\right)$$

(заметим, что в это выражение не входит η^1) и поэтому

$$\frac{dI}{d\Omega} = \left(\frac{dI}{d\Omega}\right)_{\text{ОТО}} + \frac{G}{8\pi\zeta_0}\Phi^2_{,0}. \tag{16}$$

Первое слагаемое в правой части (16) представляет собой интенсивность излучения гравитационных волн в ОТО (см., например, [9]) и определяется квадрупольным моментом гравитирующей системы. Второе же слагаемое - описывает интенсивность скалярных волн. В частности, при $\zeta_0 > 0$, уносимая волной энергия всегда положительна. Полное излучение по всем направлениям

$$I = \frac{G}{45}\dddot{D}^2_{\alpha\beta} + \frac{G}{8\pi\zeta_0}\int \Phi^2_{,0} d\Omega, \tag{17}$$

$D\alpha\beta$ - квадрупольный момент системы.

Приложим полученные результаты к системе тел, размеры которых малы по сравнению с расстояниями между ними, так что приливными взаимодействиями между ними можно пренебречь. Будем также предполагать, что каждое тело имеет статическую сферически-симметричную структуру в собственной покоящейся системе отсчета. Для данного элемента материи тела

$$\bar{v} = \bar{v}_a, \quad \bar{r} = \bar{r}_a + \bar{r},$$

где первое равенство отражает статичность структуры. В ньютоновском приближении (достаточно ограничиться этим приближением)

$$\bar{r} = m_a^{-1}\int_a \rho \bar{r}\, d\bar{r}, \quad \bar{v}_a = d\bar{r}_a/dt, \quad m_a = \int_a \rho\, d\bar{r}.$$

Ньютоновский потенциал определяется выражением

$$(\bar{r},t) = \bar{U}_a + G\sum_{b\neq a} m_b\left|\bar{r} - \bar{r}_b\right|^{-1}$$

внутри тела a, и

$$(\bar{r},t) = G\sum_{b} m_b\left|\bar{r} - \bar{r}_b\right|^{-1}$$

вне тела. Подставляя эти выражения в формулу (11) для Ф, получим

$$\Phi = -2\sum_a \Omega_a\left[1+\left(\bar{n}\bar{v}_a\right)\right] + G\sum_{a\neq b}\frac{m_a m_b}{r_{ab}} + A,\ r_{ab} = \left|\bar{r}_a - \bar{r}_b\right|, \tag{18}$$

где

$$\Omega_a = -(G/2)\int_a \rho(\bar{r})\rho(\bar{r}')\left|\bar{r} - \bar{r}'\right|^{-1} d\bar{r}\, d\bar{r}'$$

- гравитационная энергия связи тела a, слагаемое A содержит малые члены порядка $(Gm/r)^{3/2}$, $(Gm/r)\cdot(Gm/d)$ и выше (r - расстояние между телами, d - радиус тела, $d << r$). Обсуждение вклада этих членов в гравитационное излучение можно найти в [6]. Подставляя (18) во второе слагаемое формулы (17), для потери энергии, вследствие излучения скалярных волн, получим следующее выражение

$$I_s = \frac{G^3}{2\zeta_0}\left\{\frac{4}{3}\left(\sum_{a\neq b}\Omega_a m_b\frac{\bar{r}_{ab}}{r_{ab}^3}\right)^2 + \left[\sum_{a\neq b}\frac{m_a m_b}{r_{ab}^3}\bar{v}_{ab}\bullet \bar{r}_{ab}\right]^2\right\},\ \bar{v}_{ab} = \bar{v}_a - \bar{v}_b. \tag{19}$$

В случае двойной системы, вводя координаты центра масс и координаты относительного движения

$$m\bar{R} = m_1\bar{r}_1 + m_2\bar{r}_2,\ \bar{r} = \bar{r}_2 - \bar{r}_1,\ m = m_1 + m_2$$

из (19), находим

$$I_s = \frac{2G^3 m^2 M^2}{\zeta_0 r^4}\left(v_r^2 + \frac{1}{3}\Gamma^2\right) M = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2},\ v_r = \dot{r},\ \Gamma = \Omega_1/m_1 - \Omega_2/m_2.$$

Объединение этой формулы с результатами ОТО для скорости потери орбитальной энергии приводит к следующей формуле полных потерь энергии

$$I = \frac{G^3 m^2 M^2}{r^4}\left\{\frac{8}{15}\left[12v^2 - \left(11 - \frac{15}{4\zeta_0}\right)v_r^2\right] + \frac{2}{3\zeta_0}\Gamma^2\right\} \tag{20}$$

Сравнивая с общей формулой в метрических теориях [6], для параметров k_1 и k_2 - Петерса-Мэтьюза и k_D - дипольного излучения, получим следующие значения

$$k_1=12,\ k_2=11-15/4\zeta_0,\ k_D=2/\zeta_0$$

Отметим, что отношение дипольной части излучения к квадрупольной в формуле (20) порядка $(Gm/d)\cdot r/d$.

Отметим, что основным моментом проведенного выше анализа было использование приближения слабых полей и малых скоростей, как внутри тел, так и в пространстве между ними. Это делает неприменимым полученные выше результаты к системам типа двойных пульсаров, в которых имеются нейтронные звезды с релятивистским внутренним строением. Специально для таких систем в рамках метрических теорий гравитации разработан формализм, обобщающий подход Эйнштейна-Инфельда-Хофмана (ЭИХ), называемый модифицированным ЭИХ формализмом [6]. Его применение к БСТТ будет рассмотрено в следующих наших работах. Это позволит сравнить предсказания теории с наблюдательными данными двойного пульсара PSR 1913+16.

Автор выражает искреннюю благодарность Л.Ш. Григоряну за интерес к работе и ценные обсуждения.

Ереванский государственный
университет

RADIATION OF GRAVITATIONAL WAVES IN BSTT

A.A. SAHARIAN

The radiation of gravitational waves in the bimetric scalar-tensor theory of gravitation is investigated in slow-motion and weak-field limit. For solutions with the variable scalar field the theory predicts a dipole gravitational radiation as well as a quadrupole radiation. In the case of a binary system the coefficients of Peters-Mathews and the coefficient of dipole radiation are determined.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян,* Материалы VII Всесоюзной конференции "Современные теоретические и экспериментальные проблемы теории относительности" (18-20) октября 1988 г.), стр. 307, Ереван, 1988.
2. *Л.Ш. Григорян, А.А. Саарян,* Астрофизика, 31, 359, 1989.

3. *L.Sh. Grigorian, A.A. Saharian*, Astrophys. Space Sci., 167, 271, 1990.
4. *А.А. Саарян, Л.Ш. Григорян*, Астрофизика, 32, 491, 1990.
5. *D.M. Eardley et al.*, Phys. Rev. Lett., 30, 884, 1973.
6. *К. Уилл*, Теория и эксперимент в гравитационной физике, Энергоатомиздат. М., 1985.
7. *А.А. Саарян, Л.Ш. Григорян*, Труды IV семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны" с. 193, Дубна, 1992.
8. *А.А. Саарян*, Астрофизика,36,245,1993.
9. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц*, Теория поля, Наука, М., 1973.
10. *R. Epstein, R.V. Wagoner*, Astrophys. J., 197, 717, 1975.
11. *А.А. Саарян, Л.Ш. Григорян*, Астрофизика, 33, 107, 1990.