

УДК: 524.86Н

РЕКОМБИНАЦИЯ ВОДОРОДА  
В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

С. И. ГРАЧЕВ, В. К. ДУБРОВИЧ

Поступила 10 января 1991

Принята к печати 10 февраля 1991

Путем совместного численного решения уравнений статистического равновесия для водорода и уравнения энергии рассчитаны зависимости от красного смещения  $z$  ( $0 < z < 1800$ ) степени ионизации  $y = N_e/N$  и электронной температуры  $T_e$  в расширяющейся Вселенной при разных значениях постоянной Хаббла и космологических параметров плотности  $\Omega$  и  $\Omega_H$ . Получены приближенные формулы для  $y(z)$  и  $\tau(z) = T_e/T$  ( $T$  — температура фонового чернотельного излучения) при  $z < 100$ . Показано, что при  $z > 900$  имеется хорошее согласие с предыдущими исследованиями ([1, 2, 4, 5]), в которых использовалась более упрощенная трактовка задачи, а при  $z < 900$  рассчитанные нами  $y$  и  $\tau$  оказываются систематически меньше, чем в указанных работах (при  $z=0$  величина  $y$  получается в  $\sim 2$  раза меньше). Найдено также, что более строгое описание переноса излучения в линии водорода  $Ly\alpha$  с учетом частичного перераспределения по частоте (включая отдачу) практически не влияет на кинетику рекомбинации, вопреки утверждениям, сделанным в [10].

1. *Введение.* Расчеты изменения со временем степени ионизации и температуры догалактической плазмы важны для анализа поведения возмущений, из которых образовались наблюдаемые нами структуры во Вселенной (галактики, скопления галактик). С тепловой историей догалактической плазмы связана и проблема флуктуаций температуры микроволнового реликтового излучения. Первые детальные расчеты кинетики рекомбинации догалактической плазмы проделали в 1968 г. Пиблс [1] и Зельдович, Курт и Сюняев [2] при предположении, что плазма чисто водородная, нет дополнительного энерговыделения, вклад в среднюю плотность дают только барионы. В обеих указанных работах решались некоторые приближенные уравнения рекомбинации. Так, в [1] считалось, что отношения населенностей верхних уровней атома водорода, начиная с уровня  $2p$ , к населенности состояния  $2s$  даются формулой Больцмана. В [2] решались фактически два уравнения, в первом из которых (на ранних стадиях эпохи рекомбинации) населенности верхних состояний (начиная со второго) вычислялись по формуле Больцмана—Саха, а во вто-

ром (на поздних стадиях) предполагалось, что каждый акт рекомбинации (сначала через состояние  $2s$ , а потом и через состояние  $2p$ ) является безвозвратным, и полное решение получалось шивкой решений двух этих уравнений. При этом первое уравнение решалось в [2] численно, а впоследствии Сюняев и Зельдович [3] нашли и его приближенное аналитическое решение. Приближенные решения из [2] и [3] были обобщены на случай наличия фона массивных нейтрино Заботиным и Насельским [4].

В одной из недавних работ по изучению рекомбинации в догалактической плазме—работе Джонса и Вайзе [5]—используется несколько уточненное уравнение Пиблса [1]. Уточнение фактически состоит в учете вынужденного излучения в линии  $Ly\alpha$ , что, однако, несущественно, как это и видно из табл. 1 в [5], где приведены для сравнения и результаты из [1]. В [5] найдены и приближенные аналитические решения для степени ионизации при красных смещениях  $800 < z < 2000$ . Расчеты кинетики рекомбинации догалактической плазмы проводились и другими авторами [6—9]. При этом работа [6], в которой была сделана попытка уточнить результаты Пиблса [1], подверглась критике в [5], а способы расчетов в [7—9] не указаны—приведены только результаты. В статье Кролика [10] изучалось влияние диффузии фотонов  $Ly\alpha$  на кинетику рекомбинации водорода в расширяющейся Вселенной. Однако использованное в [10] уравнение диффузии неверно, и выводы о роли диффузии фотонов  $Ly\alpha$  ошибочны (см. ниже в следующем разделе).

Резюмируя, можно сказать, что в большинстве исследований по кинетике рекомбинации догалактической плазмы используются приближенные уравнения для степени ионизации, полученные в [1] или в [2]. Эти уравнения могут быть близки к точным в предельных случаях—в начале и в конце эпохи рекомбинации. Однако имеется промежуточная область, для которой сделанные в [1] и в [2] предположения о заселенности верхних состояний атома водорода не выполняются, и населенности этих состояний следует находить из решения уравнений статистического равновесия, что и делается в настоящей работе. Наряду с этим более точно (с учетом частичного перераспределения по частоте и отдаче при рассеянии) трактуется перенос излучения в линии  $Ly\alpha$ . Полученные результаты сравниваются с результатами работ [1—5].

2. Основные уравнения и соотношения. Уравнение, описывающее изменение со временем  $t$  степени ионизации  $y = N_e/N$  в однородно расширяющейся чисто водородной среде, имеет вид (см. [1])

$$N \frac{dy}{dt} = \sum_{i=2}^{\infty} (N_i R_{i,c} - N_e^2 \alpha_i), \quad (1)$$

где  $N_e$  и  $N_1$ —концентрации электронов и нейтральных атомов водорода

на  $i$ -ом уровне соответственно,  $\alpha_i$  и  $R_{ic}$ —коэффициенты фоторекомбинации и фотоионизации соответственно,

$$N = N_e + \sum_{i=1}^{\infty} N_i. \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) следует дополнить системой уравнений статистического равновесия. При этом надо иметь в виду, что к началу эпохи рекомбинации: 1) роль ударных переходов по сравнению с радиативными становится пренебрежимо малой (см., например, [1, 6]); 2) Вселенная оказывается прозрачной в субординатных линиях и континуумах водорода и сильно непрозрачной в лаймановских линиях и континууме. Таким образом, можно принять, что вынужденные радиативные переходы (как вниз, так и вверх) в субординатных линиях и континуумах происходят под действием чернотельного фонового излучения с температурой  $T$ , а спонтанные и вынужденные переходы вниз в лаймановских линиях практически полностью компенсируются переходами при поглощении диффузных лаймановских фотонов, причем небольшая несбалансированность радиативных переходов между основным и первым возбужденным состояниями определяет темп рекомбинации (см. [1, 2]). В итоге, обозначив через  $R_s$  и  $R_p$  темпы нескомпенсированных радиативных переходов вниз из состояний  $2s$  и  $2p$  соответственно, можно записать систему уравнений статистического равновесия в виде

$$N_k \sum_{i=2}^{\infty} R_{ki} = N_e^2 \alpha_k + \sum_{i=2}^{\infty} N_i R_{ik}, \quad R_{lk} = 0, \quad k = 3, 4, \dots, \quad (3)$$

$$N_{2l} \sum_{i=3}^{\infty} R_{2l,i} = N_e^2 \alpha_{2l} + \sum_{i=3}^{\infty} N_i R_{i,2l} - R_l, \quad l = s \text{ и } p, \quad (4)$$

где индекс  $i = c$  обозначает континуум,

$$R_{ki} = \begin{cases} A_{ki} / [1 - \exp(-h\nu_{ik}/kT)], & k > i, \\ (g_i/g_k) A_{ik} / [\exp(h\nu_{ik}/kT) - 1], & k < i, \end{cases} \quad (5)$$

коэффициент фоторекомбинации (с учетом вынужденной)

$$\alpha_k = R_{kc}^* [g_k/2g(T_e)] \exp(h\nu_{kc}/kT_e). \quad (6)$$

причем для  $R_{kc}^*$  и коэффициента фотоионизации  $R_{kc}$  имеем

$$R_{kc}^* = f(\nu_{kc}, T, T_e), \quad R_{kc} = f(\nu_{kc}, T, T_e), \quad (7)$$

а

$$J(\nu_{kc}, T, T_e) = \frac{8\pi}{c^2} \int_{\nu_{kc}}^{\infty} k_{kc}(\nu) \frac{\exp(-h\nu/kT_e)}{1 - \exp(-h\nu/kT)} \nu^2 d\nu. \quad (8)$$

В формулах (5)—(8) наряду с общепринятыми обозначениями физических постоянных использованы также следующие обозначения:  $g_i$ —статистический вес  $i$ -го уровня,  $A_{ki}$ —эйнштейновский коэффициент вероятности спонтанных переходов,

$$g(T_e) = (2\pi m k T_e)^{3/2} h^{-3}, \quad (9)$$

$T_e$ —электронная температура,  $\nu_{kc}$  и  $k_{kc}(\nu)$ —частота и сечение фотоионизации с  $k$ -го уровня соответственно.

Подстановка (3) и (4) в (1) дает

$$N dy/dt = -R_s - R_p, \quad (10)$$

причем для введенных выше темпов несбалансированных переходов, очевидно, имеем

$$R_s = A_s [N_{2s} - N_1 \exp(-h\nu_{12}/kT)], \quad (11)$$

поскольку заселение подуровня  $2s$  (с энергией  $h\nu_{12}$ ) снизу определяется двухфотонным поглощением чернотельного излучения, и

$$R_p = N_{2p} A_p - N_1 B_p J_{12} \equiv \beta N_{2p} A_p, \quad (12)$$

где  $J_{12}$ —средняя по частотам и углам интенсивность излучения в линии  $Ly\alpha$ . В (11) и (12)  $A_s = 8.23 \text{ с}^{-1}$  и  $A_p = 6.24 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ —вероятности спонтанных переходов из состояний  $2s$  (двухфотонное излучение) и  $2p$  соответственно.

Вторым равенством в (12) вводится вероятность выхода  $\beta$  фотонов  $Ly\alpha$  из процесса рассеяний вследствие доплеровского смещения частоты в расширяющейся Вселенной. Поскольку можно считать, что диффузия фотонов  $Ly\alpha$  происходит в квазистационарном режиме (характерное время диффузии гораздо меньше характерного времени рекомбинации), то  $\beta$  определяется из решения стационарного уравнения переноса в линии  $Ly\alpha$  при заданных альbedo однократного рассеяния  $\lambda$  и безразмерном градиенте скорости

$$\gamma = (8\pi H/3\lambda_{12}^3)/(N_1 A_p), \quad (13)$$

где  $H$ —фактор Хаббла,  $\lambda_{12} = 1216 \text{ \AA}$ —длина волны в центре линии. При частичном перераспределении по частоте с учетом отдачи такое решение было получено в [11] в диффузионном приближении. При этом использовалось нулевое граничное условие ( $I(+\infty) = 0$ ) в далеком ко-

ротковолновом крыле профиля линии. В настоящей работе граничное условие должно, очевидно, иметь вид  $I(+\infty) = B(T)$ , где  $B(T)$  — функция Планка на частоте центра линии. Тогда методом, предложенным в [11], можно получить для интенсивности в линии  $\text{Ly}\alpha$  на безразмерной частоте  $x = (\nu - \nu_{12})/\Delta\nu_D$  следующее выражение:

$$I(x) = S \cdot i(u) + B(T) \vartheta(u) v_1(u)/v_1(\infty), \quad (14)$$

где  $\vartheta(u)$  — функция единичного скачка:  $\vartheta(u) = 0$  при  $u < 0$  и  $\vartheta(u) = 1$  при  $u > 0$ .

$$S = (2h\nu_{12}^3/c^2)N_{2p}/3N_1, \quad B(T) = (2h\nu_{12}^3/c^2)e^{-h\nu_{12}kT}, \quad (15)$$

причем вынужденным излучением в линии  $\text{Ly}\alpha$  пренебрегается. Функции  $i(u)$  и  $v_1(u)$  аргумента  $u = x/x_1$ , входящие в (14), зависят от параметров

$$\sigma = x_1/x_\lambda, \quad \rho = 2\delta x_1, \quad (16)$$

где  $\delta$  — параметр отдачи, а  $x_1$  и  $x_\lambda$  — характерные безразмерные частоты:

$$\delta = h\nu_{12}/Mv_{th}c, \quad x_1 = (3a^2/2\pi\gamma)^{1/3}, \quad x_\lambda = \sqrt{\lambda/2(1-\lambda)}. \quad (17)$$

Здесь  $M$  — масса атома водорода,  $v_{th} = \sqrt{2kT_e/M}$  — средняя скорость теплового движения атомов,  $a = \Delta\nu_E/\Delta\nu_D$  — фойгтовский параметр ( $\Delta\nu_E$  — естественная полуширина линии,  $\Delta\nu_D = \nu_{12}v_{th}/c$  — доплеровская полуширина).

Аналитические представления для функций  $i(u)$  и  $v_1(u)$  получены в [11]. Функция  $i(u)$  монотонно убывает с ростом  $u$ , а  $v_1(u)$  монотонно растет, причем  $i(0) = 1$ ,  $v_1(0) = 0$ ,  $i(+\infty) = 0$ ,  $v_1(+\infty) < +\infty$ . Если отдача не учитывается ( $\rho = 0$ ), то  $i(u) = 1$  при  $u < 0$  и  $i(u) = 1 - v_1(u)/v_1(\infty)$  при  $u > 0$ . В [11] для величины  $\beta$ , входящей в (12), найдено точное выражение, справедливое при любом законе перераспределения по частотам при рассеянии. С учетом другого граничного условия ( $I(+\infty) = B(T)$  вместо  $I(+\infty) = 0$ ) и несколько иного определения  $S$  и  $\gamma$  по сравнению с [11] это точное выражение записывается в виде.

$$\beta = \gamma [I(-\infty) - B(T)]/S. \quad (18)$$

Подстановка формулы (14) при  $x = -\infty$  ( $u = -\infty$ ) в (18) дает

$$\beta = \gamma [i(-\infty) - B(T)/S]. \quad (19)$$

Асимптотики и приближенная формула для  $i(-\infty)$ , а также таблица значений при разных величинах параметров  $\rho$  и  $\sigma$  имеются в [11]. При  $\rho = 0$  имеем  $i(-\infty) = 1$ .

Альbedo однократного рассеяния  $\lambda$  фотонов  $Ly\alpha$  определяется в рассматриваемом случае возбуждением и ионизацией атомов водорода из состояния  $2p$  чернотельным излучением, так что

$$i = A_{\alpha} / (A_{\beta} + \sum_{i=1}^{\infty} R_{2p,i}). \quad (20)$$

Как показали расчеты а posteriori, ударные переходы, между подуровнями  $2s$  и  $2p$ , а также ионизация атомов в состояниях  $2s$  и  $2p$  излучением в линии  $Ly\alpha$  и излучением, возникающим при двухфотонных переходах  $2s-1s$ , не играют роли.

Подстановка (19) в (12) дает (с учетом (13)) для темпа рекомбинации за счет выхода фотонов  $Ly\alpha$  из процесса рассеяний следующее выражение:  $R_p = (8\pi H / v_{12}^3) [i(-\infty) N_{2p} / 3N_1 - e^{-h\nu_{12}/kT}]$ . Если отдача не учитывается (роль ее на самом деле оказывается пренебрежимо малой), то, как указывалось выше,  $i(-\infty) = 1$  и тогда  $R_p = (8\pi H / v_{12}^3) \times [N_{2p} / 3N_1 - e^{-h\nu_{12}/kT}]$ , что совпадает с выражением, использованным сначала в [1] (заметим, что в [1] полагалось  $N_{2p}/N_{2s} = g_{2p}/g_{2s} = 3$ ) и в [2], а затем и в других работах, посвященных рекомбинации водорода в расширяющейся Вселенной. Последняя формула для  $R_p$  следует из точного соотношения (18), если положить  $I(-\infty) = S$ . Это равенство получается из решения уравнения переноса в линии  $Ly\alpha$  в приближении полного перераспределения по частоте (ППЧ) при рассеянии [2]. Таким образом, величина темпа рекомбинации практически (при значениях параметров, характерных для эпохи рекомбинации) не зависит от предположений о характере переноса излучения в линии  $Ly\alpha$ : полное перераспределение по частоте при рассеянии или более адекватное частичное перераспределение в диффузионном приближении. К иному выводу пришел Кролик [10], который, как и мы, использовал диффузионное приближение (без учета отдачи). Однако выводы, сделанные в [10], ошибочны по нескольким причинам. Во-первых, в [10] используется неправильное выражение для дифференциального оператора, описывающего диффузию фотонов  $Ly\alpha$  в пространстве частот (правильное выражение получено в [12], см. также [13]). Во-вторых, в уравнении диффузии необоснованно пренебрегается первичными источниками и не учитывается неконсервативность рассеяния. Следует отметить, что корректное решение задачи о переносе излучения в линии  $Ly\alpha$  при частичном перераспределении по частоте (без учета отдачи) в бесконечной неконсервативной среде с хаббловской кинематикой было получено в диффузионном приближении в [14]. Затем в [11] было найдено более строгое решение, причем с учетом отдачи при рассеянии.

Продолжим далее вывод основной системы уравнений. Вместо населенностей  $N_k$  удобно ввести величины

$$r_k = N_k 2g(T_e) / g_k N_e^2, \quad (21)$$

связанные с мензельскими множителями  $b_k = r_k \exp(-h\nu_{kc}/kT_e)$ . Кроме того, целесообразно перейти от времени  $t$  к красному смещению  $z$ . Из определений  $z$  и фактора Хаббла  $H$  следует, что

$$dz/dt = -(1+z)/t. \quad (22)$$

В результате с учетом (11), (12) и (19) уравнение (10) принимает вид

$$(1+z)g(T_e) \frac{dy}{dz} = A_s y^2 [r_{2s} - r_1 e^{-h\nu_{2s}/kT}] \frac{N}{H} + \\ + \frac{8\pi}{i^3} \frac{N}{N_1} y^2 [i(-\infty) r_{7p} - r_1 e^{-h\nu_{12}/kT}], \quad (23)$$

а система уравнений (3) и (4) переходит в

$$r_k \sum_{i=2}^k R_{ki} = K_{ke}^* \exp(h\nu_{kc}/kT_e) + \sum_{i=2}^k r_i g_i R_{ik} / g_k, \quad k=3, 4, \dots, \quad (24)$$

$$r_{2l} (K_l + \sum_{i=3}^l R_{2l,i}) = M_l r_1 e^{-h\nu_{12}/kT} + K_{2l,c}^* e^{h\nu_{kc}/kT_e} + \\ + \frac{2}{g_{2l}} \sum_{i=3}^l r_i i^2 R_{l,2i},$$

где  $l=s$  и  $p$ ,  $K_s = M_s = A_s = 8.23 c^{-1}$ ,  $K_p = A_p \gamma i(-\infty)$ ,  $M_p = A_p \cdot \gamma$ ,  $A_p = 6.24 \cdot 10^8 c^{-1}$  и согласно (2) и (21)

$$r_1 = \frac{1-y}{y^2} \frac{g(T_e)}{N} - \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{\infty} g_i r_i. \quad (25)$$

К этой системе следует добавить уравнение энергии, которое в предположении о равенстве температур электронов, ионов и нейтральных атомов имеет вид (см. [1, 2])

$$(1+z) \frac{d\tau}{dz} = \tau - \frac{8\sigma_0 a T^4}{3Hmc} (1-\tau) y, \quad \tau = T_e / T, \quad (26)$$

где  $\sigma_0 = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$  — сечение томсоновского рассеяния,  $a$  — постоянная плотности излучения. Второе слагаемое в правой части (26) описывает нагрев газа за счет комптоновского рассеяния чернотельного фонового

излучения на электронах, а первое—адиабатическое охлаждение газа. В дальнейшем мы пренебрегаем числом атомов в возбужденных состояниях по сравнению с числом атомов в основном состоянии и считаем (см. формулы (2) и (25))

$$N_1 = (1 - y)N, \quad r_1 = (1 - y)g(T_1)/(y^2N). \quad (27)$$

При этом предположении (которое оказывается очень хорошим) система уравнений (24) является линейной относительно  $r_1$ .

В выписанные выше уравнения входят температура фонового черного излучения  $T$ , концентрация атомов и ионов водорода  $N$  и фактор Хаббла  $H$ , для которых справедливы следующие зависимости от красного смещения  $z$ :

$$T = T_0(1 + z), \quad N = N_0(1 + z)^3, \quad H = H_0(1 + z) \sqrt{1 + \Omega z}, \quad (28)$$

где  $T_0$ ,  $N_0$  и  $H_0$ —современные значения указанных величин, а космологический параметр

$$\Omega = 8\pi G \rho_0 / 3H_0^2 \quad (29)$$

есть отношение средней плотности  $\rho_0$  к критической в современную эпоху ( $G$ —гравитационная постоянная). Величину  $N_0$  удобно измерять в единицах критической концентрации:

$$N_0 = 0.632 \cdot 10^{-5} \Omega_H h_0^2 \text{ см}^{-3}, \quad h_0 = H_0 / 75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}, \quad (30)$$

причем параметр  $\Omega_H$  включает в себя в качестве множителя содержание водорода по массе ( $\Omega_H = X\Omega_B$ ).

3. *Результаты расчетов степени ионизации и электронной температуры.* Для вейнштейновских коэффициентов  $A_{ki}$ , входящих в (5), при  $i=2s$  и  $2p$  использовались значения (при  $k \leq 8$ ) и асимптотики (при  $k > 8$ ) из [15], а при  $k > i > 3$  применялась приближенная формула Мензела—Пекериса (см. [16]). Для сечения фотоионизации, входящего в (8), использовались приближенные выражения из [15].

Система уравнений (23) и (26) для  $y$  и  $\tau$  решалась численно методом Рунге—Кутты четвертого порядка. При этом входящие в (23) и (26) величины  $r_{2s}$  и  $r_{2p}$  находились из решения линейной (согласно (27)) по  $r_1$  системы уравнений (24). Входными параметрами являются  $T_0$ ,  $H_0$ ,  $\Omega$  и  $\Omega_H$ . Эти параметры определяют модель (см. табл. 1). Модель М1 рассматривалась в [1], в модели М2 используются более точные современные данные о  $T_0$  и  $H_0$ , модель М3 рассматривалась в [4], где изучалось влияние гипотетического фона массивных нейтрино на

флуктуации температуры микроволнового реликтового излучения, модели М4, М5 и М6 рассчитывались в [5].

Таблица 1

## ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛЕЙ

Входные параметры					Рассчитанные параметры ( $z = 0$ )					
Мод.	$T_0, K$	$H_0$	$\Omega$	$\Omega_H$	$y$	$T_e/T$	$\rho$	$i(-\infty)$	$\gamma$	$x_T$
М1	2.7	98	1	1	5.97-6	1.90-3	36.9	8380	2.21-6	52.1
М2	2.76	55	1	1	1.28-5	2.87-3	22.8	2000	3.92-6	40.1
М3	2.7	50	5.13	0.03	1.26-3	1.07-2	2.90	8.83	1.44-4	9.72
М4	2.7	100	1	1	5.79-6	1.88-3	37.6	8840	2.16-6	52.7
М5	2.7	100	0.1	0.1	2.54-5	4.01-3	10.5	202	2.16-5	21.5
М6	2.7	100	1	0.1	7.45-5	4.04-3	10.5	200	2.16-5	21.5

Начальное (при  $z = z_0$ ) значение  $y$  находилось по формуле Саха. При решении системы (24) использовалась модель атома водорода с 60-ю уровнями, причем верхние уровни с  $60 \geq i > n_{np}(z)$  считались находящимися в равновесии с континуумом (для них мензеловские множители  $b_i = 1$ ). Эмпирически было найдено, что

$$n_{np}(z) \approx T_* / [T_0(1+z)], \quad (31)$$

где  $T = 39450 K$ —температура порога ионизации со второго уровня. При  $z_0 > z > z_1$ , где  $z_1$ —параметр (обычно  $\sim 1000$ ), все верхние уровни, начиная со второго, находятся в равновесии с континуумом ( $b_i = 1$ ,  $i > 2$ ),  $T_e = T$ , и решается лишь одно уравнение (23). При  $z < z_1$  населенности уровней с  $i < n_{np}(z)$  определяются из решения системы (24). В дальнейшем, при еще меньших  $z$ , к уравнению (23) подключается уравнение (26), когда начальное значение  $\tau$ , определяемое из условия равенства нулю правой части (26), станет меньше 0.99.

Результаты расчетов приведены на рис. 1, где для сравнения представлены также и данные [1] и [5] для моделей М1 и М4, М5, М6 соответственно (графики  $\lg y$  и  $\tau$  для М1 и М4 неразличимы). Видно, что расхождения имеются при  $z < 900$ . Как раз в этой области населенности уровней с  $n \geq 2$  заметно отличаются от равновесных. Предельная (при  $z = 0$ ) степень ионизации получается примерно в 2 раза меньше, чем в [1]. В табл. 1 приведены предельные значения параметров для всех рассмотренных моделей, а в табл. 2—более подробные данные для моделей М2, М4, М5 и М6. В табл. 2а приведены значения  $\tau_2$  и

$r_{2p}/r_{2s}$  лишь при  $z < 1100$ , поскольку при  $z > 1100$  мензеловские множители  $b_{2s} = b_{2p} = 1$ . На рис. 2а приведены графики зависимости степени ионизации от красного смещения согласно решению системы (23) и (26) и по формуле Саха. Для модели М3 дан также график зависимости  $y(z)$ , рассчитанной без учета выхода фотонов  $Lu\alpha$  из процесса рассеяний вследствие космологического расширения. В моделях М1 и М2 выход фотонов  $Lu\alpha$  практически не влияет на степень ионизации: для модели М1 его вклад меньше 3% при  $z > 600$ , а для модели М2—меньше 4.5% при  $z > 700$ .

Таблица 2а

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ М2, М4, М5 И М6

z	М2		М4		М5		М6	
	$r_{2s}$	$r_{2p}/r_{2s}$	$r_{2s}$	$r_{2p}/r_{2s}$	$r_{2s}$	$r_{2p}/r_{2s}$	$r_{2s}$	$r_{2p}/r_{2s}$
1100	4.35+5	1	5.81+5	1	5.73+5	1.00	5.72+5	1.00
1000	1.53+6	1.00	2.18+6	1.00	2.08+6	1.00	2.05+6	1.00
900	6.50+6	1.00	8.61+6	1.00	8.53+6	1.00	8.30+6	1.00
800	2.18+7	1.00	2.42+7	1.00	2.40+7	1.00	2.16+7	1.00
700	2.90+7	1.01	2.8+7	1.01	2.84+7	1.01	2.41+7	1.01
600	2.54+7	1.06	2.40+7	1.09	2.40+7	1.18	1.95+7	1.08
500	1.88+7	1.86	1.75+7	2.24	1.67+7	2.16	1.15+7	1.96
440	9.07+6	7.11	8.20+6	10.5	6.64+6	7.88	4.63+6	4.49
400	4.08+6	18.0	3.50+6	21.2	3.52+6	13.7	3.18+6	5.22
350	2.51+6	22.6	2.05+6	37.8	2.60+6	13.8	2.57+6	4.69
300	1.72+6	17.7	1.35+6	27.3	1.91+6	10.6	1.89+6	3.56
200	8.18+5	9.13	5.94+5	14.4	9.84+5	5.53	9.84+5	1.90
100	2.55+5	2.74	1.75+5	3.86	3.31+5	1.73	3.31+5	0.627
60	1.04+5	1.04	6.93+4	1.34	1.35+5	0.692	1.36+5	0.267
20	1.40+4	9.34-2	9.15+3	7.97-2	1.92+4	7.59-2	1.93+4	3.61-2
0	36.2	2.05-6	23.4	8.66-7	50.0	3.78-6	50.4	3.83-6

Результаты наших расчетов и результаты численных расчетов Джонса и Вайзе [5] приведены на рис. 2б. Для модели М4 между ними имеется хорошее согласие, а для модели М6 результаты из [5] хорошо «ложатся» на нашу кривую, но построенную без учета выхода фотонов  $Lu\alpha$ .

Сравнение точных зависимостей  $y(z)$  с рассчитанными по приближенным формулам Сюняева и Зельдовича [3], Зельдовича и др. [2],

Заботина и Насельского [4], Джонса и Вайзе [5] приведено на рис. 3. Согласно рис. 2 для моделей M1 и M2 при  $z > 1000$  степень ионизации не сильно отличается от равновесной, т. е. наряду с двухфотонными «распадами» состояния  $2s$  существенную роль играют и обратные пере-

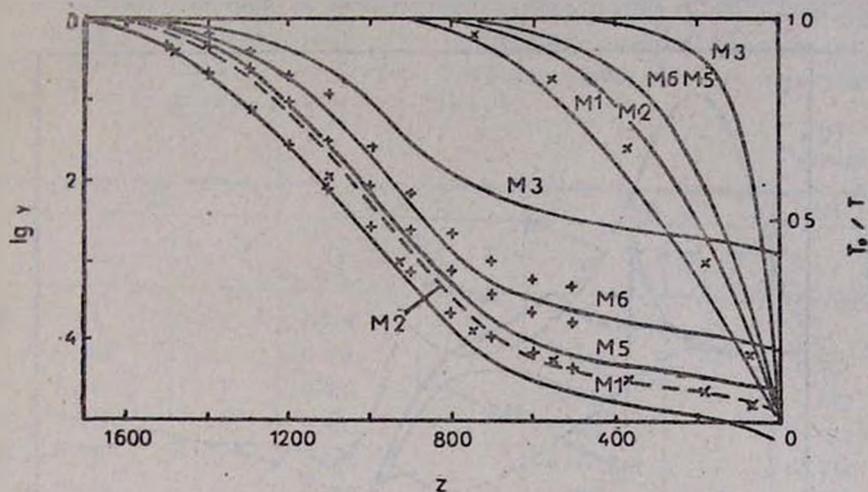


Рис. 1. Зависимости  $\lg y(z)$  и  $\tau(z) = T_0/T$ : линии—согласно настоящей работе (указаны номера моделей по табл. 1), косые крестики—согласно [1] для модел M1; прямые крестики—согласно [5] для моделей M4, M5 и M6.

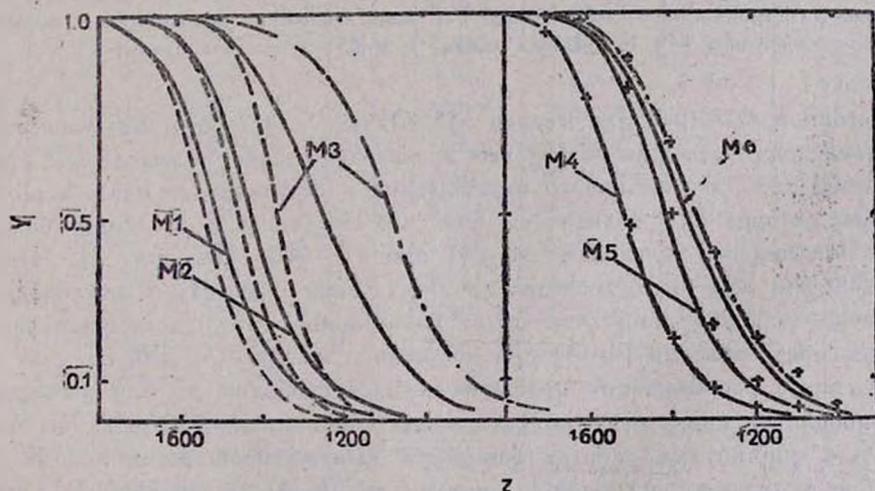


Рис. 2. Зависимости  $y(z)$ : сплошные линии—согласно настоящей работе; штриховые—по формуле Саха; штрихпунктирные—по нашим расчетам, но без учета выхода фотонов  $Ly\alpha$ ; крестики—согласно [5].

ходы—с поглощением двух фотонов фонового чернотельного излучения, которые в [3] и в [4] не учитывались. Этим и объясняется существенное отличие от точных результатов для модели М1 при  $z > 1000$ . В [5] было предложено другое (более точное, чем в [3]) приближенное решение. Как видно на рис. 3, оно действительно не сильно отличается от

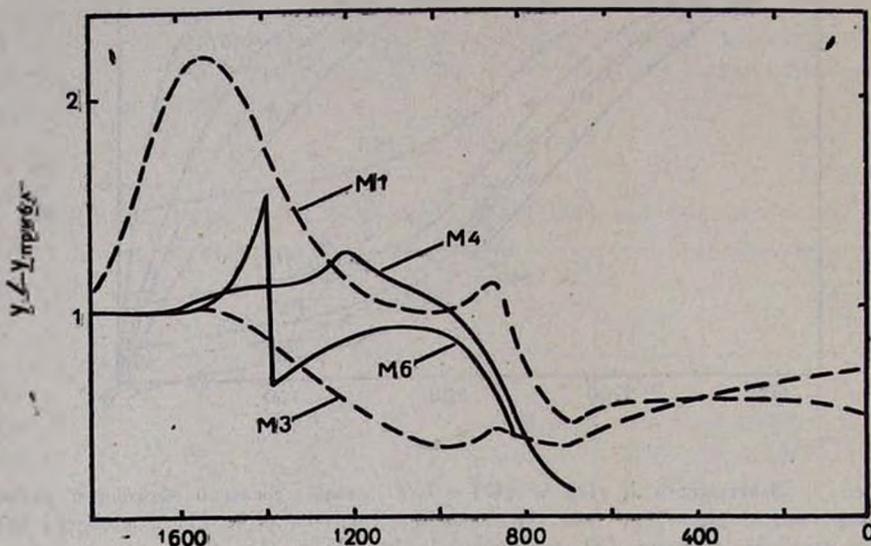


Рис. 3. Отношения точных значений  $y$  к вычисленным по приближенным формулам, приведенным в [4] (штриховая линия) и в [5] (сплошная линия).

точного при  $z > 1000$  для модели М1. Однако для модели М6 точность приближенного решения из [5] уже значительно ниже. В модели М3 при  $z > 1600$  роль двухфотонного возбуждения в состоянии  $2s$  мала, а роль выхода фотонов  $Ly\alpha$  велика (см. рис. 2). Последнее и объясняет большую погрешность решения из [4] при  $z > 900$  (см. рис. 3). При  $z < 900$  для всех шести моделей начинает также сказываться отклонение населенностей состояний  $2s$  и  $2p$  от равновесных. Что же касается различий с результатами [1—4] при достаточно малых  $z$  ( $< 320$ , см. рис. 1 и 3), когда рекомбинация практически идет свободно, то они вызваны и недооценкой суммарного коэффициента рекомбинации, который вычислялся в упомянутых работах без учета вынужденной рекомбинации в поле чернотельного излучения, причем в [2—4] предполагалось, что «отрыв» излучения от вещества происходит при  $z = 150$ , тогда как на самом деле (для модели М1) он происходит гораздо раньше (см. рис. 1).

Для сравнения нами были проведены также расчеты в предположении, что отдачи нет, т. е.  $\rho = 0$ ,  $i(-\infty) = 1$ . Оказалось, что отдача практически не влияет ни на кинетику рекомбинации, т. е. на  $y(z)$  и  $\tau(z)$ , ни на крупномасштабный спектр  $I(\nu)$  рекомбинационного излучения в линии  $Ly\alpha$  (см. в следующем разделе формулу (37)). Влияние отдачи на  $y$  составляет менее 1%, на  $\lg I(\nu)$ —менее 0.4%. Отдача заметно влияет лишь на локальный профиль линии  $Ly\alpha$  в современную эпоху ( $z = 0$ ) в окрестности  $\lambda = 1216 \text{ \AA}$ .

Таблица 26

z	M2		M4		M5		M6
	y	$T_e/T$	y	$T_e/T$	y	$T_e/T$	y
1800	—	1	0.990	1	—	1	—
1700	0.992	1	0.950	1	0.994	1	0.994
1600	0.949	1	0.784	1	0.967	1	0.962
1500	0.766	1	0.465	1	0.802	1	0.842
1400	0.429	1	0.201	1	0.479	1	0.614
1300	0.176	1	7.41-2	1	0.208	1	0.362
1200	6.28-2	1	2.58-2	1	7.71-2	1	0.174
1100	2.06-2	1	8.40-3	1	2.56-2	1	6.71-2
1000	5.95-3	1	2.39-3	1	7.34-3	1	2.04-2
900	1.43-3	1	5.73-4	1	1.76-3	1	5.00-3
800	3.29-4	1	1.40-4	0.968	4.39-4	1	1.29-3
700	1.17-4	0.969	5.46-5	0.917	1.78-4	0.985	5.37-4
600	6.48-5	0.930	3.13-5	0.844	1.05-4	0.965	3.22-4
500	4.38-5	0.871	2.12-5	0.752	7.35-5	0.932	2.27-4
400	3.32-5	0.784	1.60-5	0.639	5.73-5	0.875	1.77-4
300	2.69-5	0.661	1.29-5	0.507	4.75-5	0.779	1.47-4
200	2.25-5	0.493	1.07-5	0.356	4.05-5	0.621	1.25-4
100	1.85-5	0.272	8.66-6	0.186	3.41-5	0.368	1.06-4
60	1.67-5	0.169	7.80-6	0.113	3.14-5	0.234	9.68-5
20	1.44-5	5.95-2	6.76-6	3.93-2	2.78-5	8.37-2	8.49-5
0	1.25-5	2.85-3	5.79-6	1.88-3	2.54-5	4.01-3	7.45-5

В конце этого раздела отметим некоторые законы подобия в рассматриваемой задаче. Речь идет о зависимости решений систем (23) и (26) от параметров  $H_0$ ,  $\Omega$  и  $\Omega_H$ . Согласно (28) и (30) при  $z \gg 1/\Omega$  решения зависят лишь от двух комбинаций этих трех параметров:  $h_0 \sqrt{\Omega}$  и  $h_0^2 \Omega_H$ . Кроме того, при  $1/\Omega \ll z \ll 1000$  справедлив и такой закон подобия:

$$y(z, T_0, h_0 \sqrt{\Omega}, h_0^2 \Omega_H) = h_0 \sqrt{\Omega} y(z, T_0, 1, h_0^2 \Omega_H), \quad (32)$$

$$\tau(z, T_0, h_0 \sqrt{\Omega}, h_0^2 \Omega_H) = \tau(z, T_0, 1, h_0^2 \Omega_H). \quad (33)$$

Он был обнаружен из сравнения результатов численных расчетов для моделей М5 и М6 при  $h_0 = 4/3$  и проверен на модели с  $h_0 = 2/3$ . Соотношения (32) и (33) вытекают и из уравнений (23) и (26) и справедливы тогда, когда двухфотонное возбуждение атомов водорода из состояния  $1s$  в состояние  $2s$  играет малую роль, а роль выхода фотонов  $Ly\alpha$  либо мала с самого начала, либо рекомбинация через состояние  $2p$  уже идет беспрепятственно. В последнем случае величина  $r_{2p}$  в правой части (23) пропорциональна  $1/\gamma$  согласно последнему уравнению в (24) при  $l = p$ . Отсюда, используя (13), получаем  $r_{2p} \propto (1 - y) N/H$ . В итоге правая часть уравнения (23) оказывается пропорциональной параметру  $p_1 = \sqrt{\Omega}/(h_0 \Omega_H)$ . Если сделать замены

$$y = p_1 p_2^{1/4} u(z, t_0, p_2), \quad \tau = v(p_2 z, t_0, p_2), \quad (34)$$

где

$$p_1 = \sqrt{\Omega} t_0 / (h_0 \Omega_H), \quad p_2 = t_0^{3/2} (h_0^2 \Omega_H)^{-1/2}, \quad t_0 = T_0 / 2.7 \text{ К}, \quad (35)$$

то можно убедиться, используя полученные численные решения, что  $u$  и  $v$  слабо зависят от параметров  $t_0$  и  $p_2$  в области  $z < 600$ . Приведем еще приближенные формулы

$$y = 0.83 \cdot 10^{-5} p_1 p_2^{1/4} / (1 - 3.12 \cdot 10^{-2} p_2^{-1/4} \sqrt{z}), \quad \tau = 0.23 \cdot 10^{-2} p_2 (z + 1), \quad (36)$$

которые дают  $y$  и  $\tau$  с ошибками менее 10% при  $z < 400$  и  $z < 100$  ( $< 60$  для модели М3) соответственно.

Масштабный фактор  $p_1$  (см. формулу (35)), характеризует также и влияние выхода фотонов  $Ly\alpha$  на кинетику рекомбинации, поскольку согласно (13) и (19) вероятность выхода  $\beta \propto p_1$ . Для моделей М4, М1 и М2 соответственно  $p_1 = 0.75, 0.77$  и  $1.36$ , а для моделей М5, М6 и М3 —  $p_1 = 2.37, 7.5$  и  $113$ . Таким образом, на стадиях рекомбинации при  $z < 800$  решения целесообразно классифицировать по величине параметра  $p_1$ . На важность параметра  $\psi = 1/p_1$  обращалось внимание и в [10]. Этот параметр появляется и в [5].

4. *Спектр рекомбинационного излучения в линии  $Ly\alpha$* . Профиль линии  $Ly\alpha$ , даваемый формулой (14) при значениях параметров при  $z = 0$ , формируется в современную эпоху и характеризует мелкомасштабное распределение энергии в районе  $\lambda = 1216 \text{ \AA}$ . С длинноволновой стороны от этого профиля должно «находиться» излучение в линии  $Ly\alpha$ , испущенное в предыдущие эпохи ( $z > 0$ ) и регистрируемое нами в настоящий

момент времени. Оно образует крупномасштабный спектр рекомбинационного  $Ly\alpha$ -излучения. Излучение на частоте  $\nu$  в этом спектре возникает ранее при  $z = \nu_{12}/\nu - 1$  в длинноволновом крыле соответствующего локального (мелкомасштабного) профиля линии  $Ly\alpha$  (на крупномасштабной частоте  $\nu_{12}$ ) и затем свободно распространяется в расширяющейся среде без рассеяний по пути, так что  $I(\nu) = (\nu/\nu_{12})^3 I(-\infty)$  и согласно (14)

$$I(\nu) = (2h\nu^3/c^2)(r_{2p}/r_1) i(-\infty), \quad (37)$$

где все величины, зависящие от  $z$ , вычисляются при  $z = \nu_{12}/\nu - 1$ . На рис. 4 приведены спектры для моделей М3, М4 и М6, рассчитанные по формуле (37). На больших длинах волн (малые частоты  $\nu$ ) все они переходят в планковский спектр, поскольку при соответствующих больших  $z$  степень ионизации и населенности—равновесные, а  $i(-\infty) \sim 1$ .

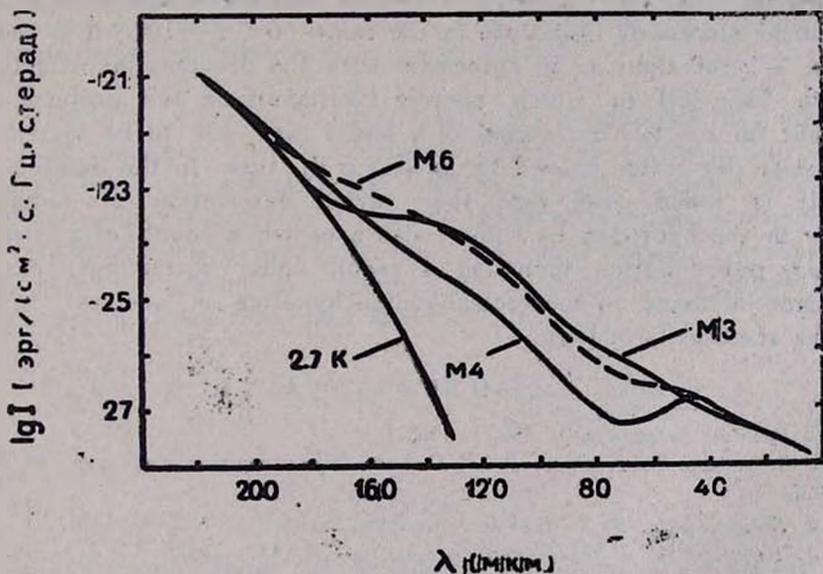


Рис. 4. Спектры рекомбинационного излучения в линии  $Ly\alpha$  в современную эпоху. Приведен также планковский спектр при  $T=2.7$  К.

5. **Заключение.** В настоящей работе показано, что более аккуратное описание кинетики рекомбинации с использованием уравнений статистического равновесия приводит к меньшим (примерно в 2 раза) предельным значениям степени ионизации и к меньшим температурам газа по сравнению с предыдущими исследованиями [1, 2, 4, 5]. Найдено также, что более детальное описание переноса излучения в линии  $Ly\alpha$  (ЧПЧ

в диффузионном приближении с учетом отдачи вместо ППЧ) практически не влияет на кинетику рекомбинации.

Ленинградский государственный университет

Специальная астрофизическая обсерватория АН СССР

## THE HYDROGEN RECOMBINATION IN THE EXPANDING UNIVERSE

S. I. GRACHEV, V. K. DUBROVICH

A fractional electron density  $y = N_e / N$  and an electron temperature  $T_e$  in the expanding Universe are calculated as functions of a redshift  $z$  ( $0 < z < 1800$ ) by means of combined numerical solutions of statistical equilibrium equations (for hydrogen atoms) and energy equation for different values of the Hubble constant and cosmological density parameters  $\Omega$  and  $\Omega_H$ . Approximate analytical expressions are obtained for  $y(z)$  and  $\tau(z) = T_e / T$  (where  $T$  is the temperature of the background blackbody radiation) in the range  $0 < z < 100$ . It is shown that for  $z > 900$  there is an agreement with the previous investigations ([1], [2], [4], [5]) in which simpler treatments of the problem are used, but for  $z < 900$  our values of  $y$  and  $\tau$  turn out to be systematically lesser (by factor of  $\sim 2$  for  $y$  at  $z = 0$ ) than in the pointed papers. It is found also that the strict description of radiation transfer in the hydrogen Ly $\alpha$  line (with a proper account of a partial frequency redistribution including a recoil under scatterings) has no significant influence on the recombination kinetics in contrast to the previous statements in [10].

### ЛИТЕРАТУРА

1. P. J. Peebles, *Astrophys. J.*, 153, 1, 1968.
- 2 Я. Б. Зельдович, В. Г. Курт, Р. А. Сюняев, *Ж. эксперим. и теор. физ.*, 55, 278, 1968.
3. R. A. Sunyaev, Ya. B. Zeldovich, *Astrophys. Space Sci.*, 7, 3, 20, 1970.
4. Н. А. Забогин, П. Д. Насельский *Астрон. ж.*, 59, 447, 1982.
5. B. J. T. Jones, R. F. G. Wyse, *Astron. and Astrophys.*, 149, 144, 1985.
6. T. Matsuda, H. Sato, H. Takeda, *Progr. Theor. Phys.*, 46, 416, 1971.
7. S. A. Bonometto, A. Caldarà, F. Lucchin, *Astron. and Astrophys.*, 126, 377, 1983.
8. M. L. Wilson, J. Silk, *Astrophys. J.*, 243, 14, 1981.
9. P. J. E. Peebles, *Astrophys. J.*, 248, 885, 1981.
10. J. H. Krolk, *Astrophys. J.*, 338, 594, 1989.
11. С. И. Грачев, *Астрофизика*, 30, 347, 1989.
12. J. P. Harrington, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, 162, 43, 1973.
13. М. М. Баско, *Ж. эксперим. и теор. физ.*, 75, 1278, 1978.
14. Н. Н. Чузай, *Астрофизика*, 26, 89, 1987.
15. К. У. Аллен, *Астрофизические величины*, ИЛ, М., 1960.
16. A. Burgess, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, 118, 477, 1958.