

УДК: 52:53

## МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ. V. НЕКОГЕРЕНТНОЕ ОСВЕЩЕНИЕ\*

В. Ю. ТЕРЕБИЖ, О. К. ЧЕРБУНИНА, Ю. Г. ЧЕРБУНИН, В. В. БИРЮКОВ

Поступила 2 ноября 1990

Конкретизировала общая схема MLIR [1] восстановления изображений для случая, когда имеется априорная информация о пуассоновском распределении накопленных за время экспозиции событий. Алгоритм восстановления при этом заметно упрощается, однако фактический выигрыш от сообщения указанной информации значим лишь для объектов очень малой яркости.

1. *Введение.* Последующее обсуждение базируется на общей схеме формирования и восстановления изображений, которая была предложена в [1]. Формулы этой статьи цитируются ниже с добавлением римской цифры 1.

Нетрудно видеть, что хотя в упомянутой схеме говорится о «событиях», составляющих «изображение», в действительности информация о свойствах порождающего «события» потока излучения сводится лишь к констатации неотрицательности оригинала. Поэтому рассматриваемая в [1] схема по существу имеет дело с общей постановкой линейной *обратной задачи* для случая неотрицательного решения. Для оптических изображений принятый в [1] способ рассмотрения отвечает физической природе задачи; в более общем случае произвольной обратной задачи метод максимально правдоподобного восстановления изображений (MLIR) можно использовать, если только иметь в виду, что «события» здесь — просто удобная вспомогательная модель. То обстоятельство, что в обоих контекстах — и для фотонных изображений, и при решении произвольных обратных задач — «события» подчиняются классической статистике, обусловлено рассмотрением лишь *возможных и действительных* их положений, т. е. пространственной различимостью «событий».

Конкретизируем теперь задачу, ограничиваясь обсуждением действительно фотонных изображений. Как отмечено выше, при отсутствии каких-либо дополнительных сведений применять общую методику MLIR (см.

\* По вине редакции в статье В. Ю. Терембжа и В. В. Бирюкова «Максимально правдоподобное восстановление изображений. III. Алгоритмы. Одномерные тестовые задачи», напечатанной в т. 33, вып. 2, стр. 313, 1990 г., допущены ошибки: на рис. 4b и 5a масштаб по оси ординат искажены в 10 раз. В правильном виде рисунки 4 и 5 представлены в конце настоящей статьи (см. стр. 102).

[1—4]), предполагающую лишь неотрицательность искомой оценки оригинала (объекта). Однако часто в распоряжении исследователя имеются дополнительные сведения о свойствах источника излучения. Например, может быть известно, что объект испускает полностью некогерентный по времени поток (как это имеет место для тепловых источников), либо, напротив, его излучение близко к чисто когерентному (как у лазеров). Естественно, что дополнительная априорная информация о том, как формировалось изображение, должна учитываться при построении оператора восстановления  $R$  (см. [1]), и в принципе она позволяет обеспечить более глубокое восстановление, т. е. найти более точную оценку объекта.

В данном сообщении мы обсудим конкретизацию общей схемы для часто встречающегося в приложениях случая, когда поступающий поток излучения некогерентен для различных моментов времени в фиксированной точке наблюдения. При этом, как будет показано, формальная сторона процесса восстановления упрощается, однако фактический выигрыш от сообщения априорной информации такого рода значим лишь для объектов очень малой яркости.

2. *Функционал правдоподобия для пуассоновских объектов.* Как полуклассическое приближение, так и строгая квантовая теория временного распределения фотоотсчетов показывают, что при полностью некогерентном по времени освещении поток порожденных фотонами событий представляет собой *дважды стохастический пуассоновский процесс*, или *процесс Кокса-Мандела* [5—10]. Этот процесс получается из обычного процесса Пуассона, если считать, что его интенсивность в свою очередь является стационарным случайным процессом. Общие свойства процесса Кокса-Мандела с трудом поддаются аналитическому изучению, однако, к счастью, для весьма широкого круга явлений этот процесс аппроксимируется простым пуассоновским потоком; для этого достаточно, чтобы время экспозиции значительно превосходило время когерентности света. Именно это условие типично для огромного большинства астрономических и физических экспериментов, так что в дальнейшем мы считаем процесс образования событий при регистрации некогерентного потока пуассоновским процессом с постоянной интенсивностью.

Напомним, что в рассматривавшейся в [1] схеме формирования изображения объект задавался набором  $n$  неотрицательных чисел  $(S_1, S_2, \dots, S_n)$ , соответствующих записанию пикселей событиями при идеальной системе формирования изображения. Для удобства вместо указанного набора вводилась полная яркость объекта  $N_* = \sum_1^n S_k$  и относительное распределение яркости  $\{S_k \equiv S_k/N_*\}$ , однако во всяком случае нужно найти  $n$ -мерную оценку объекта, скажем,  $\{\hat{S}_k\}$ , на основании зарегистрированной со-

вокупности  $\{N_j\}_{j=1}^m$ , списывающей размытое и зашумленное изображение объекта. Способ получения максимально правдоподобной оценки и обсуждался в [1].

Допустим теперь, что имеется информация, согласно которой процесс регистрации фотонов является пуассоновским, так что накопленные за время экспозиции количества событий в пикселах объекта  $S_1, \dots, S_n$  — взаимно независимые пуассоновские случайные величины с некоторыми неизвестными средними значениями  $C_1, \dots, C_n$ . Этот факт позволяет нам продвинуться в постановке решаемой задачи и конкретизировать приведенное в [1] общее выражение для функционала правдоподобия в соответствии с поступившей информацией. Именно теперь вместо поиска оценки реализации  $\{S_k\}$  можно искать оценку средних чисел заполнения  $\{C_k\}$ . Другими словами, мы можем теперь рассматривать  $\{S_k\}$  в качестве типичной реализации  $n$ -мерной пуассоновской случайной величины и, погружив эту реализацию в воображаемый ансамбль всех возможных реализаций, искать оценку среднего  $\{C_k\}$ .

Согласно принятой схеме формирования изображения каждое из поступивших в пиксел  $k$  объекта событий с некоторой заданной вероятностью  $h_{jk}$  независимо от других событий перераспределяется в  $j$ -ый пиксел изображения. При этом, конечно, выполняется условие нормировки (1.3). Ясно, что линейное перераспределение световых событий из объекта в изображение приводит для пуассоновских входных потоков к пуассоновскому же распределению количества световых событий  $\{\eta_j\}_{j=1}^m$  в пикселах изображения (Приложение А), причем вектор средних значений равен

$$\langle \eta_j \rangle \equiv g_j = \sum_{k=1}^n h_{jk} C_k, \quad \sum_{j=1}^m g_j = \sum_{k=1}^n C_k \equiv C, \quad (1)$$

где  $C$  — среднее количество световых событий, накопленных за время экспозиции в пределах всего изображения.

Поскольку в [1] совокупность  $\{\eta_j\}$  считалась подчиняющейся полинормальному распределению (1.22), может возникнуть подозрение в противоречивости высказанных утверждений, но следует иметь в виду, что общая схема предполагала фиксированное (хотя и неизвестное) количество световых событий  $N_*$ , а рассматриваемая здесь пуассоновская схема включает ансамбль возможных значений  $N_*$  в соответствии с реализациями потоков в отдельных пикселах. Говоря формально, пуассоновская рандомизация суммарного количества событий в полиномиальной схеме приводит к многомерному распределению Пуассона, и наоборот, условное распределение совокупности независимых пуассоновских случайных величин

при заданном значении их суммы совпадает с полиномиальным распределением (Приложение В).

Наконец, заметим, что принятый закон распределения аддитивного шума  $\{\xi_j\}$ —многомерный закон Пуассона с вектором средних значений  $\{b_j\}$ . Поскольку при суммировании в (1.21) независимых пуассоновских величин это распределение сохраняет свой вид (с естественным суммированием средних), мы приходим к выводу, что итоговое содержимое пикселей изображения  $\{\xi_j\}_{m-1}^m$  есть многомерная пуассоновская случайная величина с плотностью распределения

$$D \equiv \Pr(\zeta_1 = N_1, \dots, \zeta_m = N_m) = \prod_{j=1}^m \exp[-(g_j + b_j)] \frac{(g_j + b_j)^{N_j}}{N_j!} \quad (2)$$

Это и есть функционал правдоподобия в случае пуассоновских входных потоков. Ввиду (1) отсюда находим следующее выражение для той части  $\ln D$ , которая включает искомые величины  $\{C_k\}$ :

$$\ln D = \text{const} + \sum_{j=1}^m N_j \ln \left( \sum_{k=1}^n h_{jk} C_k + b_j \right) - C. \quad (3)$$

Согласно принципу максимального правдоподобия, оценка  $\{C_k\}$  неизвестной совокупности средних разыскивается путем максимизации функционала (3) при естественных ограничениях

$$C_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

Как легко видеть, выражение (3) для функционала правдоподобия при пуассоновском потоке следует из выражений (1.32), (1.34) для функционала в общей схеме, если принять в последних  $\Lambda = 1$  (см. также представление (1.17)). В [1] уже отмечалось, что при большой яркости объекта, т. е. при  $N_j \gg 1$ , параметр  $\Lambda$  стремится к 1. Это соответствует возможности пуассоновской аппроксимации основного функционала для больших яркостей. Если же изначально входные потоки пуассоновские, то пуассоновость распределения световых событий в изображении является не только асимптотическим, но и строгим свойством при любых значениях яркости объекта. Таким образом, возможность положить  $\Lambda = 1$  и при анализе слабых объектов есть формальное следствие, определяемое дополнительной априорной информацией о пуассоновском распределении входных потоков. В полной мере обусловленной этой информацией выигрыш станет ясен при сравнении максимально правдоподобных оценок объекта, найденных по общей схеме и для чисто пуассоновского функционала (3).

Заметим, что отсутствие в (1.18) имеющегося в (3) слагаемого, отвечающего полной яркости оригинала, обусловлено не принципиальными причинами, а только выбранным в [1] способом максимизации основного функционала (1.32), (1.34). Параметр  $N_*$  содержится в экспоненте выражения (1.32), но при последовательном оценивании сначала полной яркости объекта и затем относительного распределения яркости в функционале (1.18) оценка для  $N_*$  предполагается уже найденной согласно (1.16) и включена в постоянное слагаемое.

3. Сопоставление с методом максимума энтропии в случае пуассоновских потоков. В недавней работе [11] было показано, что восстановление изображений с помощью метода максимума энтропии (МЕМ) базируется на произвольном предположении, а именно, предполагается, что самое подходящее решение является наиболее вероятным с точки зрения равномерного распределения событий. В случае пуассоновских потоков некоторые детали аргументации меняются, и мы обсудим здесь эти изменения.

Напомним сначала кратко ход рассуждений для общей схемы. Пусть  $\{v_k\}_{k=1}^n$  — совокупность чисел заполнения для оригинала (объекта),  $\{N_j\}_{j=1}^m$  — наблюдаемое размытое и зашумленное изображение. Для линейной системы формирования изображения и ярких объектов стандартная обратная задача ставится следующим образом. Из уравнений

$$N_j = \sum_{k=1}^n h_{jk} v_k + \zeta_j, \quad j=1, \dots, m \quad (5)$$

нужно получить оценку  $\{\hat{v}_k\}_{k=1}^n$  исходного объекта, являющуюся в определенном смысле близкой к истинному набору  $\{v_k\}$ .

Подход МЕМ заключается в том, чтобы из множества решений системы (5) выбрать такое решение  $\{v_k^E\}$ , которое имеет максимальный статистический вес, т. е. может быть реализовано наибольшим числом способов. Последняя величина равна

$$W = \frac{N_*!}{v_1! v_2! \dots v_n!}, \quad (6)$$

где  $N_* = \sum v_k$  — полное количество световых событий в оригинале. При  $v_k \gg 1$  максимизация  $W$  эквивалентна условию

$$S \equiv - \sum_{k=1}^n (v_k / N_*) \ln (v_k / N_*) \max, \quad (7)$$

где  $S$  — энтропия согласно Шеннону [12].

Основная аргументация [11] сводится к следующему. Вероятность получить реализацию  $\{v_k\}$  при исходном объекте  $\{s_k\}$ ,  $\sum_1^n s_k = 1$  равна

$$\text{Pr}(v_1, \dots, v_n) = \frac{N_*!}{v_1! \dots v_n!} s_1^{v_1} \dots s_n^{v_n}, \quad (8)$$

и максимум этой функции, вообще говоря, не достигается при  $v_k = v_k^E$ , когда максимальна  $W$ . Другими словами, максимально вырожденное решение системы (5) не обязательно является наиболее вероятным решением. Оно будет таковым при

$$s_k = 1/n, \quad k = 1, \dots, n \quad (9)$$

т. е. при равномерном заполнении пикселей объекта. Но сравнительная оценка возможных решений должна производиться не на основе произвольно выбранного исследователем распределения вероятностей, представляющегося ему оптимальным, а на основе истинного (неизвестного) распределения  $\{s_k\}$ . Поэтому требование (7), вообще говоря, противоречит имеющейся информации об оригинале. Например, лучше было бы принять  $s_k = v_k/N_*$ , что приводит к требованию максимума функционала Берга [13, 14]:

$$-\sum_{k=1}^n \ln(v_k/N_*) = \max. \quad (10)$$

Возможны и другие формы максимизируемого функционала в зависимости от выбора исходного способа оценки оригинала, предоставленного на усмотрение исследователя.

При пуассоновских входных потоках вместо (8) для вероятности получения набора  $\{v_k\}$  имеет место представление:

$$\text{Pr}(v_1, \dots, v_n) = e^{-C} \frac{C^{v_1}}{v_1!} \dots \frac{C^{v_n}}{v_n!}, \quad (11)$$

где  $C = \sum_{k=1}^n C_k$ . Вновь нужно констатировать, что максимум этой вероятности не обязательно достигается при  $v_k = v_k^E$ . Строго говоря, и при равномерном объекте, когда  $C_k = C/n$ , вероятность (11) достигает максимума при условии

$$-\sum_{k=1}^n (v_k/C) \ln(v_k/C) - \ln n \sum_{k=1}^n (v_k/C) = \max. \quad (12)$$

не совпадающем с (7), однако фактическая разница уже при умеренно

больших потоках невелика. Это означает, что при пуассоновских потоках требование (7) равносильно максимальной вероятности решения с точки зрения некоторого распределения, близкого к равномерному. Ввиду того, что ни равномерное, ни близкое к нему распределения не обязательно близки к истинному объекту  $\{s_k\}$ , указанное требование по-прежнему остается произвольным и почти всегда противоречит имеющимся данным.

Таким образом, МЕМ неизбежно базируется на логически противоречивых посылах, и это обстоятельство непредсказуемым образом может сказаться на результатах восстановления в конкретных условиях.

4. Численные эксперименты. Поскольку выполнить расчеты с точным функционалом правдоподобия (1.25) не представляется возможным при сколь-нибудь значительной яркости объекта, приведенные в [1] соображения в пользу быстрой «пуассонизации» схемы формирования событий носили качественный характер. Они опирались на тот факт, что при количестве испытаний и возможных исходов порядка нескольких десятков полиномиальное распределение мало отличается от многомерного распределения Пуассона. Ввиду этого следует ожидать, что результаты восстановления при помощи максимизации общего функционала (1.17), (1.18), с одной стороны, и функционала (3) для пуассоновских входных потоков, с другой, будут близки уже при  $N_* \cong 10-100$ .

Для проверки были выполнены два численных эксперимента. В первом из них принимались следующие значения основных параметров:  $m = n = 2$ ;  $N_* = 15$ ;  $h_{11} = h_{22} = 2/3$ ;  $h_{12} = h_{21} = 1/3$ ;  $b_1 = b_2 = 3$ . Во втором эксперименте считалось, что  $m = n = 17$ ;  $N_* = 122$ ;  $\{h_i\} = \{0.1, 0.2, 0.4, 0.2, 0.1\}$ ;  $b_j = 1$ . В обоих случаях результаты восстановления при помощи общего и пуассоновского функционалов совпали с точностью до малых долей процента.

Полученные данные можно интерпретировать с различных точек зрения. Прежде всего следует заключить, что введение дополнительной информации о пуассоновском характере входных потоков вносит лишь формальное упрощение в выражение для максимизируемого функционала, но практически не дает выигрыша в качестве восстановления, т. е. «пуассоновость» — незначительная информация. Вместе с тем это говорит о том, что сравнительно простой функционал (3) может рассматриваться как хорошее приближение к общему функционалу (1.17), (1.18), так что численная реализация MLIR во многих случаях может быть значительно упрощена. Этим обстоятельством мы неоднократно будем пользоваться в дальнейшем.

С целью предварительной проверки надежности восстановления при помощи функционала (3) мы повторили вычисления для второго из указанных выше примеров при  $N_* = 12200$ ,  $b = 100$ . Семь оценок оригинала, 7—370

полученных из различных реализаций его случайно размытого и зашумленного изображения, представлены на рис. 1. В данных условиях относительная точность восстановления (отношение стандартного отклонения оценок потоков в пикселях к действительным значениям потоков) составляет около 20% при статистически не значимой зависимости от яркости. Конечно, важный вопрос о соотношении между точностью восстановления и заданными условиями наблюдения (прежде всего—априорной информацией, а затем отношением сигнала к шуму и видам ФРТ) нуждается в обстоятельном изучении как с теоретической точки зрения, так и на основе численных экспериментов. Такое исследование будет представлено в одной из последующих публикаций.

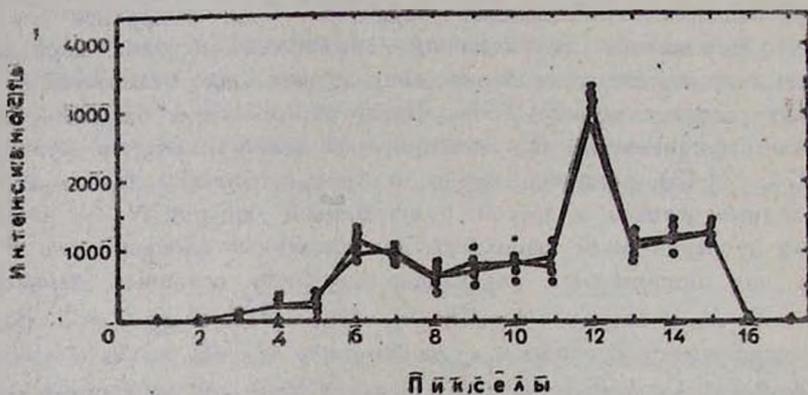


Рис. 1. Оценки (·) оригинального объекта (сплошная линия) на основании семи случайных реализаций его размытого и зашумленного изображения при отношении сигнала к шуму  $\cong 25$ . Вторая сплошная линия—оценка объекта по усредненной реализации изображения.

**5. Заключительные замечания.** Выше было показано, каким образом следует включить в общую схему информацию о пуассоновском характере входных потоков событий. Очевидно, аналогично проводится рассмотрение и других сходных ситуаций, скажем, схемы восстановления когерентного по времени потока.

С другой стороны, нетрудно учесть и отсутствие части априорной информации, которая полагалась заданной. Например, в [1] отмечалось, что в функции рассеяния точки  $\{h_{jk}\}$  можно оставить неопределенными некоторые параметры и включить в задачу максимизации уже найденного функционала правдоподобия поиск оптимальных значений этих параметров. В другом контексте можно оставить свободной часть или даже всю

совокупность значений ФРТ, хотя, конечно, качество восстановленной картины при этом сильно снижается. Однако при всяких обстоятельствах оно соответствует имеющейся априорной информации, величине отношения сигнала к шуму и характеру размывания изображения.

Крымская лаборатория государственного  
астрономического института им. П. К. Штернберга

#### Приложение А

*Деление пуассоновского потока.* Приведем вывод известного свойства пуассоновского потока образовывать взаимно независимые пуассоновские же потоки при случайном разбиении его на компоненты.

Предположим, что на вход некоторого «делителя» поступает пуассоновский поток с постоянной интенсивностью  $I$  соб/с, так что вероятность получить  $k$  событий в течение интервала времени длиной  $t$  равна

$$p_k(t) = e^{-a} \frac{a^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (A1)$$

где  $a = It$ . Пусть далее делитель направляет каждое из поступающих событий независимо от других событий в один из двух каналов соответственно с вероятностями  $p$  и  $1-p$ . Нас интересует совместная плотность распределения зарегистрированных в каналах за время  $t$  количество событий  $P_{n_1, n_2}(t)$ .

Очевидно, искомая вероятность есть произведение вероятности получить на входе в точности  $n_1 + n_2$  событий за время  $t$ , т. е., согласно (A1), величины

$$e^{-a} \frac{a^{n_1 + n_2}}{(n_1 + n_2)!}, \quad (A2)$$

на биномиальную вероятность

$$C_{n_1 + n_2}^{n_1} p^{n_1} (1-p)^{n_2} \quad (A3)$$

получить заданное разделение событий по каналам. Производя простые преобразования, находим:

$$p_{n_1, n_2}(t) = \exp(-ap) \frac{(ap)^{n_1}}{n_1!} \cdot \exp[-a(1-p)] \frac{[a(1-p)]^{n_2}}{n_2!}, \quad (A4)$$

$$n_1, n_2 \geq 0,$$

т. е. потоки в каналах являются взаимно независимыми пуассоновскими потоками с интенсивностями  $I\rho$  и  $I(1-\rho)$  соответственно. Аналогичное свойство справедливо и при произвольном количестве каналов.

Связь многомерного пуассоновского и полиномиального распределений. Первое из использованных в тексте утверждений заключается в следующем.

Пусть  $\zeta_1, \dots, \zeta_m$  — взаимно независимые пуассоновские случайные величины со средними значениями  $\langle \zeta_j \rangle = a_j$ ,  $j = 1, \dots, m$ . Тогда условная плотность распределения совокупности  $(\zeta_1, \dots, \zeta_m)$  при фиксированной сумме

$$\sum_{j=1}^m \zeta_j = N \quad (B1)$$

есть полиномиальное распределение:

$$\Pr(\zeta_1 = N_1, \dots, \zeta_m = N_m \mid \sum_1^m \zeta_j = N) = \frac{N!}{N_1! \dots N_m!} p_1^{N_1} \dots p_m^{N_m}, \quad (B2)$$

где

$$\sum_1^m N_j = N, \quad p_j = a_j/a, \quad a = \sum_1^m a_j. \quad (B3)$$

Доказательство следует из формулы

$$\Pr(\zeta_1 = N_1, \dots, \zeta_m = N_m \mid \sum_1^m \zeta_j = N) = \frac{\Pr(\zeta_1 = N_1, \dots, \zeta_m = N_m)}{\Pr(\sum_1^m \zeta_j = N)}, \quad (B4)$$

если учесть, что числитель здесь представляет собой произведение  $m$  пуассоновских плотностей с параметрами  $\{a_j\}$ , а знаменатель — пуассоновскую плотность с параметром  $a$ .

Второе утверждение в определенном смысле обратно первому. Пусть  $(\eta^1, \dots, \eta^m)$  — такая совокупность случайных величин, что их сумма

$$\sum_{j=1}^m \eta_j \equiv S \quad (B5)$$

подчиняется пуассоновскому закону со средним  $\langle S \rangle = \alpha$ , и совместная плотность при заданном значении  $S$  есть полиномиальное распределение:

$$\Pr(\eta_1 = N_1, \dots, \eta_m = N_m \mid S = N) = \frac{N!}{N_1! \dots N_m!} p_1^{N_1} \dots p_m^{N_m}, \quad (B6)$$

где

$$\sum_1^m N_j = N, \quad \sum_1^m p_j = 1. \quad (B7)$$

Тогда  $\eta_1, \dots, \eta_m$  — взаимно независимые пуассоновские случайные величины со средними значениями  $a_j \equiv \alpha p_j$ .

Для доказательства запишем искомое совместное распределение в виде:

$$Pr(\gamma_{11} = N_1, \dots, \gamma_m = N_m) = e^{-a} \frac{a^N}{N!} \cdot \frac{N!}{N_1! \dots N_m!} p_1^{N_1} \dots p_m^{N_m} \quad (B8)$$

С учетом (B7) выражение в первой части (B8) разбивается на произведение пуассоновских плотностей с параметрами  $ap_j$ , что равносильно высказанному утверждению.

## MAXIMUM LIKELIHOOD IMAGE RESTORATION. V. UNCOHERENT FLUXES

V. YU. TEREVIZH, O. K. CHERBUNINA, Yu. G. CHERBUNIN, V. V. BIRYUKOV

The general approach of Maximum Likelihood Image Restoration [1] is adapted to the case, when a *priori* information concerning the Poisson distribution of stored events is available. The restoring algorithm has a simpler form, but the real gain due to such an information is appreciable only for very faint objects.

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ю. Теревиж, *Астрофизика*, 32, 27, 1990.
2. В. Ю. Теревиж, *Астрофизика*, 33, 1990.
3. В. Ю. Теревиж, В. В. Бирюков, *Астрофизика*, 33, 1990.
4. В. Ю. Теревиж, *Астрофизика*, 33, 1990.
5. D. R. Cox, *J. Roy. Stat. Soc.*, 17, B, 129, 1955.
6. L. Mandel, *Proc. Phys. Soc. London*, 72, 1037, 1958.
7. L. Mandel, *Proc. Phys. Soc. London*, 74, 233, 1959.
8. R. Loudon, *The Quantum Theory of Light*, Clarendon Press, Oxford, 1973.
9. C. L. Mehta, in „Progress in Optics“, ed. E. Wolf, North-Holland, Amsterdam, London, 8, 1970, p. 375.
10. В. Ю. Теревиж, *Анализ временных рядов в астрофизике*, Наука, М. (в печати).
11. В. Ю. Теревиж, *Astronomy and Astrophysics* (в печати).
12. C. Shannon, *Bell Syst. Techn. J.*, 27, 379, 623, 1948.
13. J. P. Burg, „Maximum Entropy Spectral Analysis“. Stanford Univ. Geoph. Dep. (paper presented at 37th Ann. Soc. of Exploration Geoph. Meeting), Oklahoma, City, 1967.
14. B. R. Frieden, in „Picture Processing and Digital Filtering“, ed. T. S. Huang, Springer, 1979, p. 179

## Поправка

Исправленные рисунки статьи В. Ю. Теребижа и В. В. Бирюкова, напечатанной в т. 33, вып. 2, стр. 313, 1990 г.

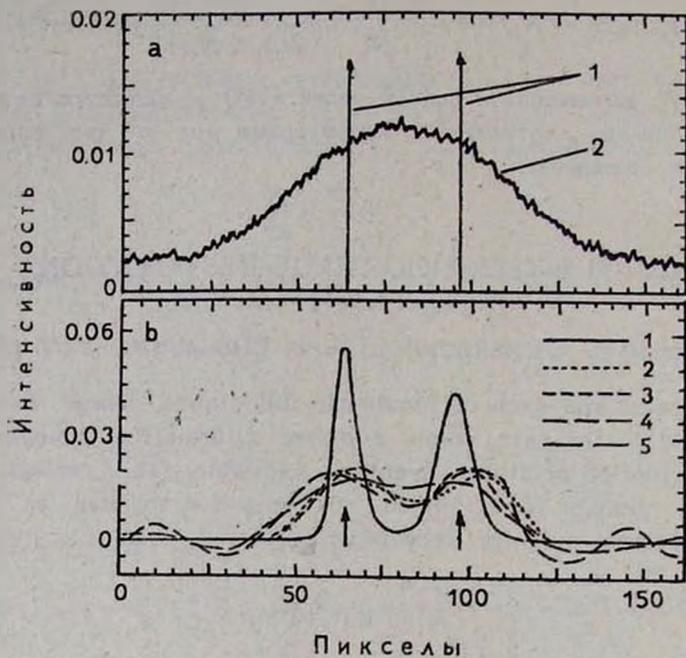


Рис. 4.

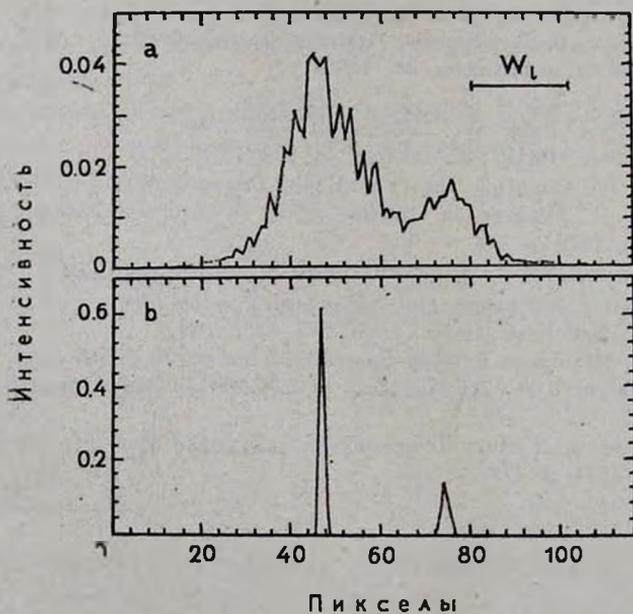


Рис. 5.