АСТРОФИЗИКА

ТОМ 33 ОКТЯБРЬ, 1990 ВЫПУСК 2

УДК: 521.96

КИНЕМАТИКА ЗВЕЗД В ФИГУРАХ КОВАЛЬСКОГО—КАПТЕЙНА. I

Р. Б. ШАЦОВА, Г. Б. АНИСИМОВА

Поступила 12 марта 1990

Принята к печати 10 августа 1990

Для малой площади неба полярная диаграмма позиционных углов собственных движений звезд (фигура Ковальского—Каптейна, ФК—К) аппроксимируется эллипсом вокруг центра масс фигуры. Это возможно не только при экспоненциальном эллипсоидальном распределении скоростей. По координатам центра масс определяются движение Солнца и вращение Галактики, принимаемые одинаковыми для всех звезд площадки. По элементам эллипса определяются долгота вертекса и отношения дисперсий вдоль главных осей эллипсоида скоростей звезд.

1. *Введение.* Полярные диаграммы распределений собственных движений звезд по направлению или фигуры Ковальского—Каптейна (ФК—К) содержат богатейшую статистику, связанную со всеми видами движений от отражающих движение Солнца до общих, локальных и пекулярных движений звезд. При этом все кинематические параметры связываются здесь в единую естественную систему. Не менее важно выяснить, постоянны ли параметры для всего неба. Детальность метода ФК—К имеет в этом отношении преимущества перед рядом других сглаживающих методов, из которых получены средние или стандартные параметры.

ФК—К позволяют установить отклонения от схематичных распределений, например, эллиптического, если они имеются, и тем выделить локальные групповые движения.

Достоинством ФК—К считается и то, что они допускают совместное рассмотрение звезд некоторой площадки неба с разных расстояний (в разумных пределах), когда особенно ценны крупные собственные движения для близких звезд, как наиболее точные.

В первой трети нашего столетия, вслед за Каптейном, Эддингтоном и Шварцшильдом, ФК—К часто использовались. Однако в дальнейшем, когда предпочтение стали отдавать изучению однородных по спектру выборок звезд, все реже прибегали к этому методу, т. к. трудно на одной площадке набрать много звезд одного класса. Не способствовали широкому применению метода его сложность по сравнению с другими кинематическими методами, а также его несовершенство—сочетание аналитических и графических приемов с методом многих проб.

По мере расширения звездных каталогов и для решения задач звездной динамики, где совместно изучаются все спектральные классы, возникает потребность возродить и модифицировать полузабытый метод построения и анализа ФК—К.

В статье предложена аппроксимация ФК—К при помощи эллипса. Описан метод определения его элементов. Дано сравнение с историческим методом Шварцшильда. Обсуждается характер связи полярной диаграммы с распределением скоростей. Основные кинематические параметры выражены через элементы аппроксимирующих эллипсов.

2. *Построение и описание ФК—К.* Рассмотрим площадку неба S с центром O, имеющим экваториальные координаты (α, δ) или галактические (l, b). Размеры площадки $(\Delta l, \Delta b)$. Свяжем с центром две прямоугольных системы (x, y) и (ξ, η) с осями, касательными к кругам соответствующих сферических систем. Собственное движение некоторой звезды данной площадки будем описывать величиной μ и позиционным углом φ, отсчитываемым от положительного направления оси y к оси $x > 0$. Остановимся на распределении угла φ для совокупности звезд площадки S.

Совместим с центром О начала всех векторов μ и подсчитаем число звезд $n(\varphi_i)$ с φ в секторе $\varphi_i \pm 1/2\Delta\varphi$. Из полюса О проведем лучи длиной $n(\varphi_i)$ в направлении φ_i и соединим их концы ломаной линией. Полученный многоугольник—фигура Ковальского-Каптейна (ФК—К). Как правило, эти многоугольники не симметричны относительно полюса О $(x = 0,\ y = 0)$.

Геометрический центр ФК—К, C, или (x, y) — проекцию центроида рассматриваемой группы звезд определим как центр масс:

$$x_C = \sum_1^N x_i S_i \Big/ \sum_1^N S_i,$$
$$y_C = \sum_1^N y_i S_i \Big/ \sum_1^N S_i \qquad (1)$$

или в полярной системе:

$$R_C^2 = x_C^2 + y_C^2,$$
$$\varphi_C = \operatorname{arc\,tg} x_C/y_C. \qquad (2)$$

S_i в (1) — площадь треугольника со сторонами $n(\varphi_i)$ и $n(\varphi_{i+1})$ и углом $\Delta\varphi$, а (x_i, y_i) — центр масс i-го треугольника, находящийся на пересечении его медиан:

$$
\begin{gathered}
S_i = n(\varphi_i)\, n(\varphi_{i+1}) \sin \Delta\varphi, \\
x_i = \frac{1}{3}[n(\varphi_i) \sin \varphi_i + n(\varphi_{i+1}) \sin \varphi_{i+1}], \\
y_i = \frac{1}{3}[n(\varphi_i) \cos \varphi_i + n(\varphi_{i+1}) \cos \varphi_{i+1}].
\end{gathered} \tag{3}
$$

В (x_C, y_C) входят систематические движения и эффекты, такие, как движение Солнца, вращение Галактики, прецессионные поправки и т. д. Будем приближенно считать, что для всех звезд площадки они одинаковы. Тогда радиусы-векторы ФК—К относительно центра C отражают распределение пекулярных движений, часть локальных движений, не вошедшую в (x_C, y_C), и, естественно, ошибки измеренных собственных движений. В таком приближении элементы распределения пекулярных движений определяются отдельно от систематических движений, что сильно упрощает общую задачу.

В рамках эллипсоидального распределения пекулярных скоростей (v_R, v_θ, v_z)

$$
f(v_R, v_\theta, v_z) = f\left(\frac{v_R^2}{\sigma_R^2} + \frac{v_\theta^2}{\sigma_\theta^2} + \frac{v_z^2}{\sigma_z^2}\right), \tag{4}
$$

независимо от вида функции f, ФК—К успешно описывается эллипсом.

В полярных координатах радиус-вектор текущей точки эллипса по отношению к полюсу C записывается

$$
\delta = \frac{\delta_b}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2\theta}}. \tag{5}
$$

Здесь θ—угол между малой полуосью δ_b и δ, e—эксцентриситет:

$$
e^2 = 1 - \delta_b^2/\delta_a^2. \tag{6}
$$

Кроме элементов δ_b и e, введем в рассмотрение третий элемент φ_a—позиционный угол большой оси δ_a. Тогда можно будет перейти от угла θ к углу ν между осью x и δ. Как видно из рис. 1,

$$
\theta = \nu - \varphi_a + \pi. \tag{7}
$$

Подставим (7) в (5):

$$
\delta = \frac{\delta_b}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\nu - \varphi_a)}}. \tag{8}
$$

Для определения элементов эллипса преобразуем (8) к удобному виду (возведением в квадрат и тригонометрическими преобразованиями):

$$\frac{2}{\delta^2}\left(\frac{\delta_b^2}{2-e^2}\right) - \cos 2\nu\left(\frac{e^2}{2-e^2}\cos 2\varphi_a\right) - \sin 2\nu\left(\frac{e^2}{2-e^2}\sin 2\varphi_a\right) = 1 \quad (9)$$

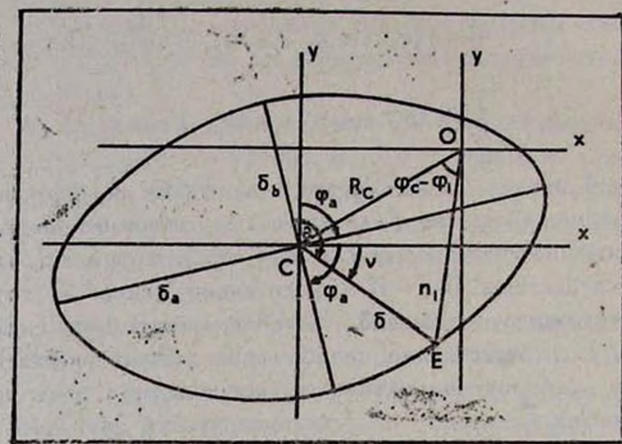

Рис. 1. Элементы эллипса, аппроксимирующего фигуру Ковальского—Каптейна.

или к линейному уравнению, отнесенному к l-ой точке, соответствующей φ_l,

$$a_{1l} z_1 + a_{2l} z_2 + a_{3l} z_3 = 1. \quad (10)$$

В качестве неизвестных в (10) входят комбинации:

$$z_1 = \frac{\delta_b^2}{2-e^2}, \quad z_2 = \frac{e^2}{2-e^2}\cos 2\varphi_a, \quad z_3 = \frac{e^2}{2-e^2}\sin 2\varphi_a. \quad (11)$$

Коэффициенты при них:

$$a_{1l} = \frac{2}{\delta_l^2}, \quad a_{2l} = -\cos 2\nu_l, \quad a_{3l} = -\sin 2\nu_l \quad (12)$$

можно выразить через исходные n_l и φ_l и вычисленные по ним R_C и φ_C, по (1)—(3):

$$\delta_l^2 = n_l^2 + R_C^2 - 2n_l R_C \cos(\varphi_C - \varphi_l); \quad n_l \equiv n(\varphi_l),$$

$$\delta_l \cos\nu_l = n_l \sin\varphi_l - R_C \sin\varphi_C = n_l \sin\varphi_l - x_C, \quad (13)$$

$$\delta_l \sin\nu_l = -n_l \cos\varphi_l + R_C \cos\varphi_C = -n_l \cos\varphi_l + y_C.$$

Заметим, что принятие на рис. 1 стороны OE за n_l верно лишь с точностью до $n_{El} - n_l$, рассматриваемой в качестве невязки.

Систему (10), записанную для всех N-вершин ФК—К, решаем способом наименьших квадратов. Искомые элементы эллипса найдем из

$$\mathrm{tg}\, 2\varphi_a = \frac{z_3}{z_2}, \quad e^2 = 2\left[1 + (z_2^2 + z_3^2)^{-1/2}\right]^{-1}, \quad \delta_b^2 = (2 - e^2)\, z_1. \qquad (14)$$

Первое из них дает два значения φ_a, различающиеся на $\pi/2$. Выбор между ними определяет наблюдаемая ФК—К. Для того, чтобы $e < 1$, необходимо выполнение условия

$$z_2^2 + z_3^2 < 1. \qquad (15)$$

Отклонение от эллипса в i-м направлении получим из разности:

$$\Delta\delta_i = \delta(\varphi_i) - \delta_{Ei} = \left[n_i^2 + R_C^2 - 2n_i R_C \cos(\varphi_C - \varphi_i)\right]^{1/2} -$$
$$- \sqrt{2 z_1}\left[1 - a_{2i} z_2 - a_{3i} z_3\right]^{-1/2}. \qquad (16)$$

Разности могут быть как положительными, так и отрицательными, поскольку в них входят ошибки наблюдений, случайные флуктуации в распределении пекулярных скоростей и возможные локальные движения разных масштабов. В силу этого и площадь эллипса

$$S_E = \pi\, \delta_a\, \delta_b = \pi\delta_b^2/\sqrt{1 - e^2} \qquad (17)$$

может не точно совпадать с площадью ФК—К, $S = \sum\limits_1^N S_i$.

Локальные движения видны в тех j-направлениях, где $\delta(\varphi_j)$ превышают δ_{Ej} и положительные флуктуации, т. е.

$$\delta(\varphi_j) > \delta_{Ej} + \sqrt{\delta_{Ej}}. \qquad (18)$$

Слабая сторона описанного метода состоит в том, что постоянным разностям $\Delta\varphi_i = \varphi_{i+1} - \varphi_i$ соответствуют переменные $\Delta\nu_i = \nu_{i+1} - \nu_i$. Из-за этого участок эллипса вблизи точки O представлен большим числом радиусов-векторов δ_i, чем противоположный, со всеми вытекающими из этого следствиями. В частности, это может быть еще одной причиной неточного равенства между (17) и S. Точное равенство при том же e ведет к альтернативному δ_b:

$$(\delta_b')^2 = \frac{S}{\pi}\sqrt{1 - e^2}. \qquad (19)$$

3. *Характер распределения пекулярных скоростей звезд.* Чтобы выяснить, отражается ли введенное нами приближение (равенство систематических движений у всех звезд площадки) на качество аппроксимации

наблюдений, сопоставим нашу и Шварцшильда для одной площадки неба с координатами центра $\alpha_0 = 0^h16^m$, $\delta_0 = 50^0$ для 545 звезд с измеренными в Кембридже собственными движениями. Вычисленная в работе [1] кривая Шварцшильда — деформированный эллипс — проведена тонкой линией. Эллипс по нашей методике ($x_C = 47.3$, $y_C = -28.1$, $\delta_b = 44.6$, $e = 0.840$, $\varphi_a = 93.0^0$) проведен на рис. 2 жирной линией. Наблюдаемая полярная диаграмма—пунктирная линия. Сопоставление показывает, что, во-первых, наше приближение описывает наблюдения не хуже, чем Шварцшильда, и, во-вторых, расхождения между ними или деформация эллипса невелика. Следовательно приближение практически не сказывается на результатах. С другой стороны, кривая Шварцшильда получена в предположении экспоненциальности функции от эллипсоидального аргумента. Мы же не делали никаких предположений о виде функции. Покажем, что для этого имеются основания.

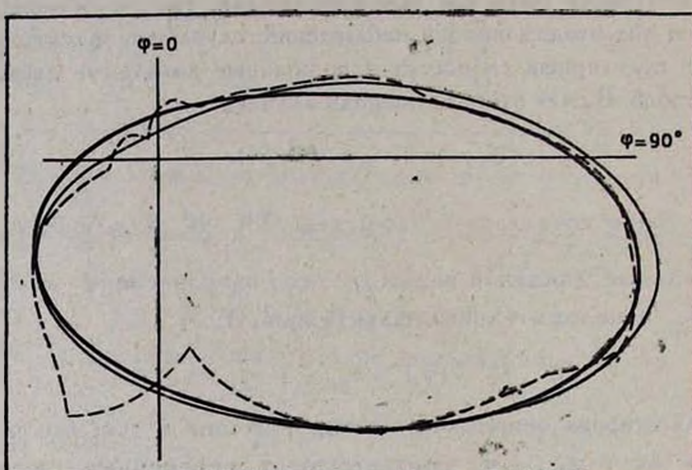

Рис. 2. Наблюдаемая фигура — пунктирная линия; аппроксимация Шварцшильда— тонкая линия, аппроксимация эллипсом—жирная линия.

Начнем с распределения тангенциальных скоростей v_t.

Очевидно, что направления v_t и μ имеют одно и то же распределение или диаграмму, поскольку они не зависят от величины $v_t = 4.74\ \mu r$. Примем его в виде

$$\Psi(\theta) = \frac{\Psi(O)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2\theta}}, \tag{20}$$

где $\Psi(O) = b$ — малая полуось эллипса. С другой стороны, $\Psi(\theta)\,d\theta$ получаем как результат интегрирования по всем v_t функции распределения $f(v_t, \theta)$ в направлениях сектора θ, $\theta + d\theta$. В полярных координатах это

$$\Psi(\theta)\, d\theta = d\theta \int_0^\infty f_t(v_t, \theta)\, v_t\, dv_t. \tag{21}$$

Положим, что аргумент подынтегральной функции можно представить в виде произведения

$$x = v_t\, \Phi(\theta). \tag{22}$$

Здесь $[\Phi(\theta)]^{-1}$ выступает как радиус-вектор плоской фигуры скоростей, $[\Phi(\theta)]^{-2}$—дисперсия в направлении θ. Тогда

$$\Psi(\theta)\, d\theta = \frac{d\theta}{[\Phi(\theta)]^2} \int_0^\infty f(x)\, x\, dx. \tag{23}$$

Если

$$\int_0^\infty f(x)\, dx = 1, \tag{24}$$

то интеграл можно заменить средним значением x, которое с учетом (20) равно:

$$\bar{x} = \frac{[\Phi(\theta)]^2\, b}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2\theta}}. \tag{25}$$

Соответственно, с учетом (22), находим уравнение кривой равных вероятностей:

$$\overline{v_t}(\theta)\, \frac{\sqrt{1 - e^2 \sin^2\theta}}{\Phi(\theta)} = \text{const}. \tag{26}$$

Ее конкретная форма зависит от функции $\Phi(\theta)$. Представляет интерес

$$\Phi(\theta) = \sqrt{1 - e^2 \sin^2\theta} / \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2\theta}, \tag{27}$$

когда при

$$\varepsilon^2 = 1 - b^2/a^2 \tag{28}$$

получаем уравнение эллипса с полуосями a и b:

$$\overline{v_t^2}(1 - \varepsilon^2 \sin^2\theta) = b^2 \left(\frac{v_x^2}{a^2} + \frac{v_y^2}{b^2} \right) = \text{const}, \tag{29}$$

где

$$v_x = v_t \sin\theta,$$
$$v_y = v_t \cos\theta. \tag{30}$$

При

$$\Phi(\theta) = (1 - e^2 \sin^2\theta)^{-1/2} \tag{31}$$

получаем уравнение эллипса для $\sqrt{v_t}$:

$$\overline{v}_t (1 - e^2 \sin^2\theta) = \mathrm{const} \tag{32}$$

и т. д.

Аналогично получим выражения для уровенной поверхности полных скоростей v. В сферической системе (v, θ, φ), где θ отсчитывается от оси y, а φ — от оси z,

$$\Psi(\theta)\, d\theta = 2\, d\theta \int_0^{\pi/2} \sin\varphi\, d\varphi \int_0^{\infty} f(v, \theta, \varphi)\, v^2\, dv. \tag{33}$$

Аргумент функции f представим произведением

$$w = v\, \Phi(\theta, \varphi), \tag{34}$$

как, например, в случае (4). Здесь $[\Phi(\theta, \varphi)]^{-1}$—радиус-вектор тела скоростей.

Замена переменной во втором интеграле и представление через $\overline{w^2}$ при условии (24) приводит к

$$\Psi(\theta) = 2 \int_0^{\pi/2} \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{[\Phi(\theta, \varphi)]^3} \int_0^{\infty} f(w)\, w^2\, dw = 2\overline{w^2} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{[\Phi(\theta, \varphi)]^3}. \tag{35}$$

Подстановка $\Psi(\theta)$ из (20) дает

$$\overline{w^2} = b \left\{ 2\sqrt{1 - e^2 \sin^2\theta} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{[\Phi(\theta, \varphi)]^3} \right\}^{-1}. \tag{36}$$

Соответственно уравнение равных вероятностей:

$$\overline{v^2}\, (1 - e^2 \sin^2\theta)^{1/2} [\Phi(\theta, \varphi)]^2 \int_0^{\pi/2} \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{[\Phi(\theta, \varphi)]^3} = \mathrm{const}. \tag{37}$$

Ее конкретная форма зависит от $\Phi(\theta, \varphi)$. Положим

$$\Phi(\theta, \varphi) = (1 - \varepsilon_1^2 \sin^2\varphi)^{1/2} (1 - e^2 \sin^2\theta)^{1/2} (1 - \varepsilon^2 \sin^2\theta)^{-1/2}, \tag{38}$$

где

$$\varepsilon^2 = 1 - b^2/a^2,$$
$$\varepsilon_1^2 = 1 - \frac{c^2}{b^2}(1 - \varepsilon^2 \sin^2\theta), \tag{39}$$

тогда

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin\varphi \, d\varphi}{[\Phi(\theta, \varphi)]^3} = \left| \frac{1 - \varepsilon^2 \sin^2\theta}{1 - e^2 \sin^2\theta} \right|^{3/2} \times$$

$$\times \frac{1}{\varepsilon_1^3} \int_0^1 \frac{d\cos\varphi}{(\varepsilon_1^{-2} - 1 + \cos^2\varphi)^{3/2}} = \frac{b^2 (1 - \varepsilon^2 \sin^2\theta)^{1/2}}{c^2 (1 - e^2 \sin^2\theta)^{3/2}}. \tag{40}$$

Подставим (38) и (40) в (37), получим уровенную поверхность

$$\overline{v^2} (1 - \varepsilon_1^2 \sin^2\varphi) \frac{b}{c^2} = \left(\frac{v_x^2}{a^2} + \frac{v_y^2}{b^2} + \frac{v_z^2}{c^2} \right) b = \text{const}, \tag{41}$$

если

$$v_x = v \sin\varphi \sin\theta,$$
$$v_y = v \sin\varphi \cos\theta, \tag{42}$$
$$v_z = v \cos\varphi,$$

но возможны и другие представления. Таким образом, эллиптическая форма распределения направлений v_t или μ совместима с любой функцией $f(v)$, удовлетворяющей условию (24), и возможна при ряде выражений для аргумента. В том числе, она совместима с эллиптическим распределением тангенциальных скоростей и эллипсоидальным распределением полных пекулярных скоростей.

Обратим внимание на запись (23) в форме

$$\Psi(\theta) = \bar{x} \left| \frac{1}{\Phi(\theta)} \right|^2 \tag{43}$$

и запись (35) для заданных θ и φ:

$$\Psi(\theta, \varphi) = \sin\varphi \cdot \overline{w^2} \left| \frac{1}{\Phi(\theta, \varphi)} \right|^3. \tag{44}$$

Поскольку $\frac{1}{\Phi}$ — радиус-вектор фигуры или тела скоростей, то выражения (43) и (44) фактически представляют собой две теоремы.

I. Число звезд, движущихся в данном направлении плоскости, $\Psi(\theta)$, пропорционально квадрату соответствующего радиуса-вектора фигуры скоростей, $[\Phi(\theta)]^{-2}$.

II. Число звезд, движущихся в данном направлении пространства, $\Psi(\theta, \varphi)$, пропорционально кубу соответствующего радиуса-вектора тела скоростей, $[\Phi(\theta, \varphi)]^{-3}$.

Эти теоремы не зависят от формы функции распределения скоростей, а от формы аргумента функции лишь в той мере, что должны соблюдаться условия (22) и (34), соответственно. В этом смысле мы получили обобщения известных теорем для экспоненциального эллипсоидального распределения [2].

Из (43) следует, в частности, что

$$\frac{\delta_b}{\delta_a} = \frac{b^2}{a^2} = \sqrt{1-e^2}. \tag{45}$$

Последнее выражается через эксцентриситеты

$$\sqrt{1-e^2} = 1 - \varepsilon^2. \tag{46}$$

4. *Система кинематических параметров.* Еще Каптейн имел намерение использовать совокупность полярных диаграмм для нахождения апекса движения Солнца на пересечении осей симметрии диаграмм [1]. Однако их асимметрия во многих случаях помешала это осуществить. Тем не менее, в ФК—К заложена такая возможность. Покажем, что ее можно реализовать, правда, на иной, аналитической основе.

Направление центра масс ФК — К, φ_C, определяет направление среднего движения звезд площадки S с компонентами $\overline{\mu_l \cos b}$ и $\overline{\mu_b}$. Очевидно, что они пропорциональны ξ_C и η_C — проекциям R_C на оси ξ и η:

$$\begin{aligned} \xi_C &= R_C \cos(\varphi_l - \varphi_C), \\ \eta_C &= R_C \sin(\varphi_l - \varphi_C), \end{aligned} \tag{47}$$

где φ_l — позиционный угол оси ξ. Введем обозначение γ:

$$\gamma = \frac{\overline{\mu_b}}{\overline{\mu_l \cos b}} = \frac{\eta_C}{\xi_C} = \operatorname{tg}(\varphi_l - \varphi_C). \tag{48}$$

Как уже отмечалось, положение центра масс содержит в себе отраженное движение Солнца $\overline{V}(X, Y, Z)$, дифференциальное вращение Галактики с параметрами A и ω, прецессионные и иные систематические поправки, локальные движения. Но ограничимся, как и в [3], первыми двумя:

$$\gamma = \frac{X\cos l\sin b + Y\sin l\sin b - Z\cos b - \frac{1}{2}Ar\sin 2l\sin 2b}{X\sin l - Y\cos l + Ar(1+\cos 2l)\cos b - \omega r\cos b}, \tag{49}$$

где

$$\begin{aligned} X &= V\cos L\cos B,\\ Y &= V\sin L\cos B,\\ Z &= V\sin B, \end{aligned} \tag{50}$$

L и B — галактические координаты апекса, r — среднее расстояние звезд. Если рассматривается все небо, то можно допустить, что локальные движения в разных площадках имеют более или менее хаотичный характер, когда их можно отнести к невязкам уравнения (49). Чем меньшую часть неба рассматриваем, тем существеннее вклад региональных движений, тем сильнее отклонения от стандартных значений $X_\odot$, $Y_\odot$ и $Z_\odot$, а также от постоянной Оорта A и угловой скорости около Солнца — ω_0. По сути дела, невыделенные локальные движения и иные поправки входят во все члены (49), как поступательного движения, так и вращательного. (49)—система однородных линейных уравнений относительно X, Y, Z, A и ω. Поэтому все неизвестные выразим через одну из них, достаточно хорошо известную из многих прежних исследований, например, через Z — составляющую движения Солнца. Запишем (49) в виде

$$b_1 u_1 + b_2 u_2 + b_3 u_3 + b_4 u_4 = b_0, \tag{51}$$

где неизвестные

$$u_1 = \frac{X}{Z},\quad u_2 = \frac{Y}{Z},\quad u_3 = \frac{Ar}{Z},\quad u_4 = \frac{\omega r}{Z} \tag{52}$$

и коэффициенты

$$\begin{aligned} b_1 &= \gamma\sin l - \cos l\sin b, & b_4 &= -\gamma\cos b,\\ b_2 &= -\gamma\cos l - \sin l\sin b, & b_0 &= -\cos b.\\ b_3 &= \gamma(1+\cos 2l)\cos b + \frac{1}{2}\sin 2l\sin 2b, \end{aligned} \tag{53}$$

Система (51) решается методом наименьших квадратов относительно четырех неизвестных u_1, u_2, u_3 и u_4. По ним находим

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} L &= \frac{u_2}{u_1}, & V &= Z(u_1^2 + u_2^2 + 1)^{1/2},\\ \operatorname{tg} B &= [u_1^2 + u_2^2]^{-1/2}, & A &= u_3\frac{Z}{r}, \quad \omega = u_4\frac{Z}{r}. \end{aligned} \tag{54}$$

Неточность r отражается только на A и ω.

Элементы эллипса, аппроксимирующего ФК—К, можно использовать и для определения характеристик фигуры пространственных скоростей, в частности, долготы большой оси—вертекса, l_v, и отношения дисперсий по главным осям $\sigma_\theta^2/\sigma_R^2$ и σ_Z^2/σ_R^2.

В основе определения долготы вертекса l_v лежит то обстоятельство, что большие оси эллипсов ФК—К должны находиться на больших кругах, пересекающихся в вертексах вытянутой фигуры скоростей. Во многих работах широта вертекса получается стабильно близкой к нулю. Это служит основанием для принятия $b_v=0$.

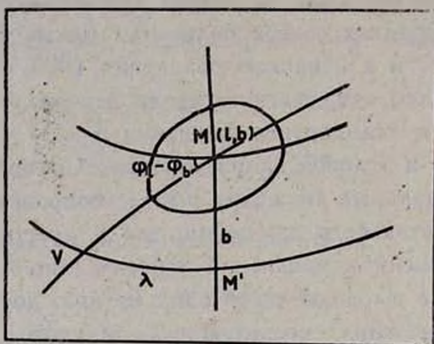

Рис. 3. Сферический треугольник $VM'M$. V—вертекс, M—центр площадки, MM'—круг широт.

l_v получаем из прямоугольного сферического треугольника VMM' (рис. 3) с углом $\angle M=\frac{\pi}{2}-\varphi_l+\varphi_a$ и сторонами b и $\lambda=l-l_v$:

$$\operatorname{tg}\lambda=\operatorname{tg}(l-l_v)=\sin b\operatorname{ctg}(\varphi_l-\varphi_a). \tag{55}$$

Правая часть равенства известна для каждой ФК—К, приравняем ее $\operatorname{tg} G$ или

$$G=\operatorname{arc\,tg}[\sin b\operatorname{ctg}(\varphi_l-\varphi_a)]. \tag{56}$$

Отсюда

$$\lambda=l-l_v=G+k\pi,\quad (k=0,\ 1,\ 2), \tag{57}$$

то есть l_v можно найти из единственной площадки. Однако возможные локальные движения отклоняют φ_a от большого круга, проходящего через вертексы. Поэтому достоверность l_v увеличится при рассмотрении совокупности n площадок:

$$l_v=\frac{1}{n}\sum_1^n(l_i-G_i)+k\pi. \tag{58}$$

Для нахождения отношения дисперсий вдоль главных осей эллипсоида скоростей используем условия его проектирования на площадку $S(l, b)$:

$$\begin{aligned} u_\eta^2 &= \sigma_R^2 \cos^2\lambda \sin^2 b + \sigma_\theta^2 \sin^2\lambda \sin^2 b + \sigma_z^2 \cos^2 b, \\ u_\xi^2 &= \sigma_R^2 \sin^2\lambda + \sigma_\theta^2 \cos^2\lambda, \end{aligned} \tag{59}$$

где u_ξ и u_η — радиусы-векторы вдоль осей ξ и η в фигуре тангенциальных скоростей. Аналогично (45) их отношение можно представить как

$$\frac{u_\eta^2}{u_\xi^2} = \frac{\delta_\eta}{\delta_\xi}, \tag{60}$$

а с учетом (5) в виде

$$u_\eta^2/u_\xi^2 = [1 - e^2 \cos^2\theta_1]^{1/2} [1 - e^2 \sin^2\theta_1]^{-1/2}, \tag{61}$$

где $\theta_1 = \varphi_l - \varphi_a$. Из соотношений (59), (60) и (61) получаем уравнение

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_R^2}\left(\sin^2\lambda \sin^2 b - \frac{u_\eta^2}{u_\xi^2}\cos^2\lambda\right) + \frac{\sigma_z^2}{\sigma_R^2}\cos^2 b = \\ = \frac{u_\eta^2}{u_\xi^2}\sin^2\lambda - \cos^2\lambda \sin^2 b, \end{aligned} \tag{62}$$

которое можно рассматривать как условное уравнение от l-ой площадки для определения неизвестных $\sigma_\theta^2/\sigma_R^2$ и σ_z^2/σ_R^2.

Проверка возможностей предложенного метода дается во второй части работы.

Ростовский государственный
педагогический институт
ВНИИ «Градиент»

THE STELLAR KINEMATICS IN KOVALSKY—KAPTYN FIGURES. I

R. B. SHATSOVA, G. B. ANISIMOVA

The polar diagramm of stellar proper motions positional angles (the Kovalsky—Kaptyn figure) is approximated by ellipes around the mass centre of the figure for the small sky area. It is possible not only with the exponential ellipsoidal velocity distribution. The Solar motion and the Galaxy rotation, taken the same for all stars in the area, are determined by the mass centre coordinates. The vertex longitude

and dispersion ratio along main axes of stellar velocity ellipsoid are determined by elements of the ellipse.

ЛИТЕРАТУРА

1. *W. M. Smart*, Stellar Dynamics, Cambridge Univ. Press, 1938.
2. *И. Ф. Полак*, Введение в звездную астрономию, ОНТИ, М. Л., 1935.
3. *П. П. Паренаго*, Курс звездной астрономии, 3-е изд., Гостехиздат, М., 1954.