А С Т Р О Ф И З И К А

ТОМ 32 ИЮНЬ, 1990 ВЫПУСК 3

УДК: 52:530.12:531.51

МОДИФИКАЦИЯ РЕШЕНИЯ НУТ И ЕГО ФИЗИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Р. М. АВАКЯН, Г. Г. АРУТЮНЯН, В. В. ПАПОЯН

Поступила 10 апреля 1990

Принята к печати 25 апреля 1990

Физическая интерпретация известного решения НУТ наталкивается на существенные трудности, обусловленные некоторыми погрешностями этого решения. Показано, что часть этих недостатков устраняется в модифицированном варианте решения НУТ, который, по существу, является частным случаем найденного недавно Г. Арутюнян и В. Папояном точного решения уравнений Эйнштейна для случая стационарных осесимметричных гравитационных полей. Показано также, что отсутствие асимптотической псевдоевклидовости модифицированного варианта решения НУТ можно объяснить выбором специальной системы отсчета и устранить переходом к другой системе.

1. *Решение НУТ*. Число известных в настоящее время точных вакуумных решений уравнений Эйнштейна, описывающих стационарные осесимметричные гравитационные поля, сравнительно невелико. Одно из них — решение НУТ [1] — обычно записывают в виде:

$$dS^2 = B(r)\,(dt + q\,d\varphi)^2 - \frac{dr^2}{B(r)} - (r^2 + n^2)\,(d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\varphi^2), \qquad (1)$$

где

$$B(r) = \frac{r^2 - 2Mr - n^2}{r^2 + n^2}, \quad q = 2n\cos\theta. \qquad (2)$$

Приравняв нулю постоянную n, которая обусловливает стационарность поля, придем к шварцшильдовскому выражению для метрической формы (1), поэтому другую константу M интерпретируют как массу источника. Остановимся на тех недостатках решения НУТ, которые нетрудно обнаружить: 1) Если центральное тело и созданное им гравитационное поле симметричны относительно экваториальной плоскости, то соответствующее выражение для метрической формы должно быть инвариантно относительно замены $\theta \to \pi - \theta$. Такой инвариантностью не обладает решение НУТ. 2) На оси симметрии пространство — время должно быть локально псевдоевклидовым (условие регулярности на оси — см., например, [2]). Для осесимметричной стационарной метрики это означает, что при $\theta \to 0$, $\theta \to \pi$ метрический коэффициент g_{33} должен определенным образом стремиться к нулю. Это условие не выполнено для (1), поскольку на оси вращения $q = q(\theta)$ в нуль не обращается. 3) Решение НУТ не является асимптотически плоским.

2.) *Модифицированное решение НУТ*. Недавно Г. Арутюнян и В. Папояном было найдено точное решение вакуумных уравнений Эйнштейна для стационарного осесимметричного случая [3, 4]. Решение удалось найти, калибруя метрику так, чтобы в качестве координат были бы использованы два из шести, неисчезающих в рассматриваемом случае, метрических коэффициента:

$$dS^2 = \Phi^2 (dt - q\, d\varphi)^2 - e^{2\alpha} (d\rho - l\, d\Phi)^2 - e^{2\beta}\, d\Phi^2 - \rho^2\, d\varphi^2, \qquad (2)$$

где величины q, α, l, β являются функциями координат ρ и Φ. В „сопутствующей“ системе отсчета

$$e^{2\alpha} = [1 - \rho^2 f(\Phi)]^{-1},$$

$$= -\frac{Cb(1 + k^2 b^2)}{ka^2} (1 - e^{-\alpha}),$$

$$e^{2\beta} = \frac{C^2 (1 + k^2 b^2)}{4k^2 a^4} \left[\frac{L}{4\Phi} (L\Phi + L)(a^4 - b^2 \Phi^4) - b^2 \Phi^2 \right], \qquad (3)$$

$$l = \frac{1}{2} \rho\, L(\Phi).$$

Здесь

$$f(\Phi) = \frac{2k\, a^2\, e^{-\beta}}{C(1 + k^2 b^2) \sqrt{a^4 - b^2 \Phi^4}}, \qquad (4)$$

$$L(\Phi) = \frac{2\Phi}{\sqrt{a^4 - b^2 \Phi^4}} \times$$

$$\times \frac{a^2 (1 - k^2 b^2) + (1 + k^2 b^2) \sqrt{a^4 - b^2 \Phi^4}}{2ka^2 - (1 + k^2 b^2) \Phi^2}.$$

Выберем константы так, чтобы $2ka^2 = 1 + k^2 b^2$; тогда, если принять, что координаты ρ и Φ связаны со „сферическими“ r и θ, согласно

$$\Phi^2 = \frac{r^2 - 2Mr - n^2}{r^2 + n^2}, \qquad \rho^2 = (r^2 + n^2) \sin^2\theta, \qquad (5)$$

то в этом случае вместо (3) получим

$$dS^2 = B(r)\,(dt + q\,d\varphi)^2 - \frac{dr^2}{B(r)} - (r^2 + n^2)\,(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2), \qquad (6)$$

$$B(r) = \frac{r^2 - 2Mr - n^2}{r^2 + n^2}, \qquad q = 2n\,(1 - |\cos\theta|),$$

причем $n = Cb$, $M = C\sqrt{a^4 - b^2}$.

Внешнее сходство (6) и (1) служит основанием для того, чтобы назвать частное решение (6) модифицированным решением НУТ (МНУТ). Легко видеть, что оно в отличие от (1) инвариантно относительно замены $\theta \to \pi - \theta$ и регулярно на оси. Чем вызвана такая разница между (6) и (1)? Ответ на этот вопрос можно получить, проследив за ходом решения уравнений Эйнштейна. При выводе (3) одна из констант определена требованием локальной псевдоевклидовости на оси и оказалась отличной от нуля. Если же, не считаясь с условием регулярности на оси, выбрать ее равной 0, то, в результате аналогичного вышеописанному перехода к частному случаю, получим (1). Таким образом, первые две из перечисленных выше погрешностей решения НУТ являются следствием пренебрежения физически обоснованым условием регулярности осесимметричных решений на оси. Поэтому, на наш гзгляд, попытки физической интерпретации решеаия НУТ скорее всего должны оказаться безуспешными. Более важным, чем предыдущий, является вопрос — можно ли считать оба решения, как НУТ, так и МНУТ, нефизическими, поскольку они асимптотически не плоские (q не обращается в нуль на пространственной бесконечности)? Далее будет показано, что этот недостаток обусловлен «неудачным» (в то же время упрощающим решение уравнений) выбором системы отсчета (СО). Другими словами, то обстоятельство, что g_{03} не обращается в нуль на больших расстояниях, можно объяснить локальным эффектом «вращения» используемой СО.

3. *Системы отсчета.* В каждой точке гравитационного поля вокруг любого тела, стационарно вращающегося относительно системы отсчета, связанной с неподвижным наблюдателем (НСО), существует эффект увлечения локально-инерциальной системы. Пусть ω_2 есть угловая скорость увлечения этой локально-инерциальной системы (СО (2)) относительно НСО. Известно, что если $\omega_2 \sim \frac{2J}{R^3}$ (здесь J — момент импульса, R — расстояние от центра источника поля), то соответствующее пространство — время является асимптотическим-плоским (см., например [5]).

Предположим, в соответствии с последним замечанием раздела 2, что решение (6) получено в системе отсчета (назовем ее СО (0)), локально «вращающейся» относительно НСО с угловой скоростью ω_0. Преобразованием

$$d\varphi' = d\varphi + \omega_1\, dt, \quad \omega_1 = \frac{qB}{(r^2+n^2)\sin^2\theta - q^2B} \tag{7}$$

метрика (6) локально приводится к виду с равным нулю метрическим коэффициентом g_{03}. Это означает переход к новой системе отсчета — СО (1), которая «вращается» относительно СО (0) с угловой скоростью ω_1. Из сравнения угловых скоростей «увлечения» в описанных системах отсчета можно заключить, что $\omega_2 = \omega_0 + \omega_1$, т. е. СО(0), в которой получено решение (6), в каждой точке (r, θ) «вращается» относительно НСО с угловой скоростью

$$\omega_0 = \omega_2 - \omega_1. \tag{8}$$

Поскольку на больших расстояниях $r \approx R$, а $\omega_2 \sim \frac{1}{R^3}$, $\omega_1 \sim 1/R^2$, то линейная скорость $V_0 = \omega_0 R$ движения каждой точки СО (0) относительно НСО стремится к нулю на бесконечности. Поэтому СО (0) может быть осуществлена реальными телами.

Преобразуем метрику (6) так, чтобы

$$d\varphi' = d\varphi - \omega_0\, dt,$$

и, отбрасывая штрихи, перепишем ее в виде

$$dS^2 = \frac{(r^2 - 2Mr - n^2)\sin^2\theta}{z^2} - \frac{dr^2}{B(r)} -$$
$$- (r^2 + n^2)\, d\theta^2 - z^2 (d\varphi - \omega_2\, dt)^2, \tag{9}$$

где

$$z^2 = (r^2 + n^2)\sin^2\theta - q^2B.$$

Асимптотическая, на больших расстояниях, псевдоевклидовость (9) очевидна.

Таким образом, найдено новое осесимметричное стационарное решение вакуумных уравнений Эйнштейна, которое регулярно на оси, симметрично относительно экваториальной плоскости и асимптотически псевдоевклидово. Угловая скорость увлечения инерциальной СО в пространстве — времени, описываемом (9), задается выражением (8).

Авторы признательны участникам семинара кафедры теоретической физики Ереванского университета за полезные обсуждения.

Ереванский государственный
университет

THE MODIFICATION AND PHYSICAL INTERPRETATION OF NUT SOLUTION

R. AVAKYAN, G. HAROUTYUNIAN, V. PAPOYAN

The physical interpretation of the known NUT's solution is met with essential difficulties caused by some uncertain ties of the solution. It is shown that these shortcomings can be partially overcome in the modifield version of NUT solution which is actually the special case of the exact solution of Einstein equations for the case of stationary axi-symmetric gravitational field, found recently by G. Haroutyunian and V. Papoyan. It is also shown that the absence of asymptotical pseudo-euclidity of the modified version of NUT solution can be explained by special choice of frame and it can be eliminated by a transition to another frame.

ЛИТЕРАТУРА

1. *E. Newman, L. Tamburino, T. Unti*, J. Math. Phys., 4, 915, 1963.
2. *И. Д. Новиков, В. П. Фролов*, Физика черных дыр. Наука, М., 1986.
3. *В. В. Папоян*, Тр. семинара «Гравитационная энергия и гравитационные волны» (Дубна, 11—13 мая, 1988 г), ОИЯИ Р2-89-138, Дубна, 1989, стр. 74.
4. *Г. Г. Арутюнян, В. В. Папоян*, Астрофизика, 32, 465, 1990.
5. *С. Чандрасекар*, Математическая теория черных дыр, Мир, М., 1986.