А С Т Р О Ф И З И К А

ТОМ 32 ИЮНЬ 1990 ВЫПУСК 3

УДК: 52:530.12:531.31

НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ ОТО

Г. Г. АРУТЮНЯН, В. В. ПАПОЯН

Поступила 2 апреля 1990

Принята к печати 20 апреля 1990

Показано, что описывающие осесимметричные стационарные гравитационные поля уравнения ОТО существенно упрощаются, если вместо традиционной калибровки в качестве координат выбрать два из шести, неисчезающих в данном случае, метрических коэффициента и перейти в сопутствующую систему отсчета. Приводится вид этих уравнений во внутренней области твердотельно вращающегося объекта, состояние вещества которого моделируется однопараметрическим уравнением.. Найдено вакуумное решение, которое в отсутствие вращения сводится к решению Шварцшильда, а в другом частном случае — к решению НУТ. Показано также, что в статическом случае для несжимаемой жидкости решение полученных уравнений совпадает с внутренним решением Шварцшильда

1. *Введение.* Интерпретация наблюдательных данных в астрофизике, в известном смысле, должна базироваться на выводах теории тяготения. Сравнительно недавно вполне достаточным для этого считалось использование теории Ньютона. Однако, поскольку в последнее время техника астрофизического эксперимента стала чувствительной к влиянию интенсивности гравитационного поля на ход того или иного явления, и особенно после открытия пульсаров, возникла настоятельная необходимость привлекать результаты общей теории относительности (ОТО).

Реальные астрофизические объекты вращаются, но на сегодняшний день задача о гравитационном поле стационарно вращающейся звезды в ОТО не имеет точного решения. Известное решение Керра [1] относят к сколлапсировавшим вращающимся объектам, а менее популярное решение Томиматсу—Сато [2] в отсутствие вращения сохраняет аксиальную симметрию, т. е. остаточные напряжения внутри звезды, что выглядит достаточно неестественно. С другой стороны, приближенные результаты работ [3—5], основанных на методе возмущений, не надежны в том смысле, что, вообще говоря, в нелинейных теориях (какой является ОТО) метод возмущений таит в себе разного рода скрытые опасности. Во всяком случае, для оценки пригодности приближенных методов при решении проблемы вращения необходимо иметь точное решение.

2. *Постановка задачи.* Осесимметричные и стационарные гравитационные поля характеризуются наличием времениподобного $\xi = \frac{\partial}{\partial t}$ и пространственноподобного $\eta = \frac{\partial}{\partial \varphi}$ векторов Киллинга и в самом общем виде могут быть представлены метрикой

$$dS^2 = \Phi^2 (dt - q\, d\varphi)^2 - e^{2\alpha} (dx^1 - l\, dx^2)^2 - \\ - e^{2\beta} (dx^2)^2 - \rho^2\, d\varphi^2, \tag{1}$$

$$x^\mu = \{t,\ x^1,\ x^2,\ \varphi\}, \qquad \mu,\ \nu \cdots = 0,\ 1,\ 2,\ 3.$$

Величины Φ, α, β, q, l, которые задают компоненты метрического тензора, являются функциями „существенных" координат $x^a\,(a,\ b \cdots = 1,\ 2)$. Выражение (1) форминвариантно относительно преобразований вида

$$x^i = a^i_k\, x'^k, \qquad a^i_k = \mathrm{const}, \qquad i,\ k \cdots = 0,\ 3, \tag{2}$$

которые, в частности, включают инверсию $(t,\ \varphi) \to (-t,\ -\varphi)$, а также относительно общих преобразований

$$x^a = x^a (x'^b) \tag{3}$$

на двумерной поверхности.

С тем, чтобы не исключить возможность использования результатов работы в ряде задач астрофизики сверхплотных объектов, примем, что вещество рассматриваемого тела — идеальная жидкость с

$$T^\mu_\nu = (P + \varepsilon)\, u^\mu u_\nu - P \delta^\mu_\nu$$

и его состояние моделируется однопараметрическим уравнением $P = P(\varepsilon)$. Будем считать также, что тело вращается твердотельно с угловой скоростью

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{u^3}{u^0} = \mathrm{const},$$

а ось его вращения совпадает с осью симметрии.

Вышеизложенное гарантирует выполнение условия циркулярности $U_{[\mu}\, \xi_\nu\, \eta_{\lambda]} = 0$, фактически означающее параллельность вектора 4-скорости $u^\mu = \{u^0, 0, 0, \Omega u^0\}$ вектору Каллинга $\frac{\partial}{\partial t} + \Omega \frac{\partial}{\partial \varphi}$, который преобразованием координат можно отождествить с $\frac{\partial}{\partial t}$ [6]. Другими словами, используя преобразование типа (2), $\varphi = \varphi' + \Omega t$, потребуем, чтобы $u'^3 = 0$, выбрав тем самым сопутствующие координаты.

Обычно при решении аналогичной задачи считалось естественным калибровать метрику (1) условиями $\alpha = \beta$, $l = 0$. Представляется обоснованным использовать свободу калибровки так, чтобы метрические коэффициенты служили в качестве координат

$$x^1 = \rho, \qquad x^2 = \Phi,$$

Насколько нам известно, впервые такая возможность реализована в работе [7].

Таким образом, в дальнейшем вместо (1) будет использовано

$$dS^2 = \Phi^2 (dt - q\, d\varphi)^2 - e^{2\alpha} (d\rho - l\, d\Phi)^2 - e^{2\beta} d\Phi^2 - \rho^2 d\varphi^2 \tag{1a}$$

Координаты, в которых формулируется задача, выбраны сопутствующими, поэтому

$$U^\mu = \left\{\frac{1}{\Phi}, 0, 0, 0\right\}, \qquad U_\mu = \{\Phi, 0, 0, -q\Phi\}. \tag{4}$$

Свойства образующей систему отсчета (СО) конгруэнции мировых линий характеризуются определенными физико-геометрическими величинами (см., например, [8]). В рассматриваемом случае это

а) ускорение

$$F_\mu = 2 U^0 U_{[\mu, 0]}, \quad F_\mu = \left\{0, 0, -\frac{1}{\Phi}, 0\right\}; \tag{5}$$

б) вектор угловой скорости вращения

$$\omega^\alpha = \frac{1}{2\sqrt{-g}} \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} (U_{[\beta\gamma]} + U_{[\beta} F_{\gamma]}) U_\delta =$$
$$= \frac{1}{2} \frac{\Phi}{\rho} e^{-(\alpha+\beta)} \{0, q_{,2}, -q_{,1}, 0\}, \tag{6}$$

«длина» которого

$$\omega^2 = \frac{\Phi^4}{4\rho^2} [q_{,1}^2 e^{-2\alpha} + (q_{,2} + l\, q_{,1})^2 e^{-2\beta}]; \tag{7}$$

в) первая кривизна

$$R_1 = -F^{\mu} F_{\mu} = \frac{e^{-2\beta}}{\Phi^2} \tag{8}$$

(запятая означает частную производную по соответствующей индексу координаты $(\cdots)_{,a} = \dfrac{\partial(\cdots)}{\partial x^a}$).

Уместно подчеркнуть, что такой выбор координат и СО приводит по меньшей мере к двум следствиям, упрощающим решение задачи. Во-первых, вытекающее из $T^{\nu}_{\mu;\nu} = 0$ условие гидростатического равновесия

$$dP + (P + \varepsilon)\frac{d\Phi}{\Phi} = 0 \tag{9}$$

демонстрирует совпадение изобарических поверхностей с поверхностями постоянного значения $\Phi = \Phi_0$, поэтому как давление P, так и плотность энергии ε зависят только от Φ. Во-вторых, используя известный прием (см. [9]), легко получить уравнение

$$\frac{dz}{d\rho} = \sqrt{e^{2\alpha(\rho,\,\Phi_s)} - 1} \tag{10}$$

сечения поверхности тела ($P = 0$, $\Phi_0 = \Phi_s$) плоскостью, содержащей ось симметрии z.

3. *Полевые уравнения*. Уравнения Эйнштейна в рассматриваемом случае записываются в виде

$$\begin{aligned} &K + \frac{e^{-2\alpha}}{\rho}(\beta - \alpha)_{,1} + e^{-2\beta}\{l_{,2} + 2\,l\,l_{,1} + \\ &+ l[(\alpha - \beta)_{,2} + l(\alpha - \beta)_{,1}]\} - 3\,(Q_1^2 + Q_2^2) = -8\pi\,\varepsilon, \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} &\frac{e^{-2\alpha}}{\rho}\beta_{,1} + \frac{e^{-2\beta}}{\rho}\left[-\rho\left(\frac{l}{\rho} + \frac{1}{\Phi}\right)(\beta_{,2} + l\,\beta_{,1}) + \right. \\ &\left. + l_{,2} + l\,l_{,1} + \frac{l}{\Phi}\right] + Q_1^2 - Q_2^2 = 8\pi P, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} &-\frac{e^{-2\alpha}}{\rho}\alpha_{,1} + e^{-2\beta}\left[\frac{l}{\rho}\left(l_{,1} + \frac{1}{\Phi}\right) + \frac{l_{,1}}{\Phi} + \right. \\ &\left. + \left(\frac{l}{\rho} + \frac{1}{\Phi}\right)(\alpha_{,2} + l\,\alpha_{,1})\right] - Q_1^2 + Q_2^2 = 8\pi P, \end{aligned} \tag{13}$$

$$K + \frac{e^{-2\beta}}{\Phi}[(\alpha_{,2} + l\,\alpha_{,1} + l_{,1}) - (\beta_{,2} + l\,\beta_{,1})] + Q_1^2 + Q_2^2 = 8\pi P, \tag{14}$$

$$\beta_{,1}\left(\frac{l}{\rho} + \frac{1}{\Phi}\right) + \frac{1}{\rho}(\alpha_{,2} + l\,\alpha_{,1}) + \frac{1}{2} q_{,1}(q_{,2} + l\,q_{,1})\frac{\Phi^2}{\rho^2} = 0, \tag{15}$$

$$e^{-2\alpha}\left[q_{,11} + q_{,1}(\beta - \alpha)_{,1} - \frac{q_{,1}}{\rho}\right] + e^{-2\beta}\Big\{(q_{,2} + l\,q_{,1})_{,2} +$$

$$+ l\,(q_{,2} + l\,q_{,1})_{,1} + (q_{,2} + l\,q_{,1})\Big[\frac{3}{\Phi} - \frac{l}{\rho} + l_{,1} + \tag{16}$$

$$+ (\alpha - \beta)_{,2} + l\,(\alpha - \beta)_{,1}\Big]\Big\} = 0.$$

Здесь

$$K = -4\pi\,(P + \varepsilon) + \frac{l}{\rho\Phi}\,e^{-2\beta} + Q_1^2 + Q_2^2 \tag{17}$$

— гауссова кривизна, а

$$Q_1 = \frac{1}{2}\frac{\Phi}{\rho}\,q_{,1}\,e^{-\alpha}, \qquad Q_2 = \frac{1}{2}\frac{\Phi}{\rho}(q_{,2} + l\,q_{,1})\,e^{-\beta}. \tag{18}$$

Введем потенциал ψ так, чтобы

$$q_{,1} = -\frac{b\rho}{\Phi^3}(\psi_{,2} + l\,\psi_{,1})\,e^{\alpha-\beta},$$

$$q_{,2} + l\,q_{,1} = \frac{b\rho}{\Phi^3}\,\psi_{,1}\,e^{\beta-\alpha}, \tag{19}$$

где b — константа. Тогда вместо (6) и (7) имеем

$$\omega_a = \frac{b\psi_{,a}}{2\Phi^2},$$

$$\omega^2 = \frac{b^2}{4\Phi^4}[\psi_{,1}^2\,e^{-2\alpha} + (\psi_{,2} + l\,\psi_{,1})^2\,e^{-2\beta}], \tag{20}$$

а уравнение (16) превращается в очевидное тождество $\psi_{,12} = \psi_{,21}$, которое в свою очередь можно переписать в виде

$$\frac{b}{\Phi^3}\,\psi_{,1} = \frac{\partial\omega_2}{\partial\rho} - \frac{\partial\omega_1}{\partial\Phi}. \tag{21}$$

Для того, чтобы выделить из всевозможных решений системы уравнений (11)—(16) специальный класс, который будет рассматриваться ниже, допустим, что

1) поле вектора угловой скорости вращения конфигурации мировых линий СО является безвихревым, тогда согласно (21)

$$\psi_{,1} = 0, \; Q_1 = \frac{b\, e^{-\beta}}{2\,\Phi^2}\,\psi_{,2} = \omega, \; q_{,2} + l\, q_{,1} = 0. \tag{22}$$

2) β является функцией только от Φ, тогда из (15) с учетом (22) легко усмотреть

$$\beta_{,1} = 0, \quad \alpha_{,2} + l\,\alpha_{,1} = 0. \tag{23}$$

Последнее предположение можно считать физическим следствием (8) и (9), т. е. в определенной степени обоснованным. Эти предположения значительно упрощают вид (11)—(16) и тем самым решение задачи. В частности, интегрируя вытекающее из (14) уравнение

$$\left(l_{,1} + \frac{l}{\rho}\right) = \beta_{,2} - \frac{b^2\,\psi^2_{,2}}{2\,\Phi^3} + 4\pi\,\Phi\, e^{2\beta}(\varepsilon + 3P) \equiv L(\Phi), \tag{14a}$$

найдем

$$l = \frac{\rho\, L(\Phi)}{2} + \frac{c\, f_0(\Phi)}{\rho}, \tag{24}$$

где c — константа интегрирования, f_0 — произвольная функция Φ. Упростим уравнение (13), принимая во внимание условие (22) и (24), и затем проинтегрируем его, учитывая (24), что дает

$$e^{-2\alpha} = \frac{1}{\rho^2}[\rho^4 f(\Phi) + \rho^2 F(\Phi) + c^2 f_0^2\, e^{-2\beta}], \tag{25}$$

где

$$f(\Phi) = 8\pi\, P + \omega^2 - \frac{L(\Phi)}{4\pi}[4 + \Phi\, L(\Phi)]\, e^{-2\beta}, \tag{26}$$

а $F = F(\Phi)$ — произвольная функция. На оси симметрии пространство-время должно быть локально-псевдоевклидовым, следовательно, $c = 0$, $F = 1$. Таким образом,

$$l = \rho\,\frac{L(\Phi)}{2}, \tag{24a}$$

$$e^{-2\alpha} = 1 + \rho^2 f(\Phi). \tag{25a}$$

Уравнение для функции $L(\Phi)$ легко получить из (12) и (14, а):

$$L_{,2} - L\left[\frac{1}{\Phi} + \frac{L}{2} + 2\,\Phi\, e^{2\beta}(\omega^2 - 2\pi(\varepsilon + 3P))\right] = \\ = 2e^{2\beta}[\omega^2 - 4\pi(\varepsilon + P)], \tag{27}$$

а условие интегрируемости метрического коэффициента q вместе с (19), (22), (23) и (14а) позволяет найти уравнение, определяющее $\psi=\psi(\Phi)$ в виде

$$\psi_{,22}-\psi_{,2}\left[\frac{3}{\Phi}+2\Phi\, e^{2\beta}(\omega^2-2\pi(\varepsilon+3P))\right]. \tag{28}$$

Итак, решение сформулированной задачи определяется системой следующих уравнений:

$$\begin{gathered}
\frac{dP}{(P+\varepsilon)}=-\frac{d\Phi}{\Phi}, \quad P=P(\varepsilon),\\
\beta_{,2}=L(\Phi)+2\Phi\, e^{2\beta}[\omega^2-2\pi(\varepsilon+3P)],\\
L_{,2}-L\left\{\frac{1}{\Phi}+\frac{L}{2}+2\Phi\, e^{2\beta}[\omega^2-2\pi(\varepsilon+3P)]\right\}=\\
=2\, e^{2\beta}(\omega^2-4\pi(\varepsilon+P)),\\
\omega_{,2}-\omega\left[\frac{1}{\Phi}-L(\Phi)\right]=0,\\
e^{-2\alpha}=1+\rho^2 f(\Phi), \quad l=\frac{1}{2}\rho\, L(\Phi),\\
f(\Phi)=8\pi\, P+\omega^2-L\, e^{-2\beta}[4+\Phi\, L(\Phi)]/4\Phi,\\
q_{,1}=-2\rho\, e^{\alpha}\,\omega/\Phi, \quad q_{,2}+l\, q_{,1}=0.
\end{gathered} \tag{29}$$

4. *Вакуумное решение*. Положим $\varepsilon=P=0$. Первый интеграл уравнения (28)

$$\psi_{,2}=\frac{2\Phi^3}{\sqrt{a^4-b^2\Phi^4}}, \qquad a=\text{const},$$

поэтому

$$\omega^2=\frac{b^2\Phi^2 e^{-2\beta}}{a^4-b^2\Phi^4}. \tag{30}$$

Ключевое уравнение (27) для $L=L(\Phi)$, подстановкой $y=\frac{L}{\Phi}\sqrt{a^4-b^2\Phi^4}$ сводится к уравнению Риккати

$$y_{,2}=\frac{\Phi(y^2+4b^2)}{2\sqrt{a^4-b^2\Phi^4}},$$

решение которого дает

$$L(\Phi)=\frac{2\Phi}{\sqrt{a^4-b^2\Phi^4}}\times$$

$$\times\frac{a^2(1-k^2b^2)+(1+k^2b^2)\sqrt{a^4-b^2\Phi^4}}{2a^2k-(1+k^2b^2)\Phi^2}. \tag{31}$$

Используя это выражение, легко найти

$$e^{\beta}=2Ca^2(1+k^2b^2)\times$$

$$\times\frac{(1-k^2b^2)\sqrt{a^4-b^2\Phi^4}+a^2(1+k^2b^2)-2kb^2\Phi^2}{\sqrt{a^4-b^2\Phi^4}\,(2a^2k-(1+k^2b^2)\Phi^2)^2}. \tag{32}$$

Для определения вида метрического коэффициента q, интегрируя (29), получим

$$q=A(\Phi)-\frac{2b\,e^{-(\alpha+\beta)}}{f(\Phi)\sqrt{a^4-b^2\Phi^4}}.$$

Используя затем $q_{,2}+l\,q_{,1}=0$, учитывая условие $\alpha_{,2}+l\,\alpha_{,1}=0$, найдем для $A=A(\Phi)$

$$A_{,2}(\Phi)=e^{-\alpha}\left[\frac{2b\,e^{-\beta}}{f(\Phi)\sqrt{a^4-b^2\Phi^4}}\right]_{,2}.$$

Нетрудно убедиться, что выражение в квадратных скобках есть константа, которую обозначим $2bD$, поэтому ясно, что $A_{,2}(\Phi)=0$, т. е. $A=$ $=\mathrm{const}$, Выберем A так, чтобы на оси $q\,(\rho\to 0)\sim\rho^2$, тогда

$$q=-2bD(e^{-\alpha}-1), \tag{33}$$

где

$$D=\frac{e^{-\beta}}{f(\Phi)\sqrt{a^4-b^2\Phi^4}}. \tag{34}$$

Сравнивая далее (34) и (32), можно выяснить ,что

$$D=-\frac{C(1+k^2b^2)}{2ka^2}. \tag{34a}$$

Соотношения (32) и (33) удобно переписать в эквивалентном виде:

$$e^{2\beta}=\frac{C^2(1+k^2b^2)}{4k^2a^4}(a^4-b^2\Phi^4)\left[\frac{L^2}{4}+\frac{L}{\Phi}-\frac{b^2\Phi^2}{a^4-b^2\Phi^4}\right], \tag{32a}$$

$$q=\frac{Cb}{ka^2}(1+k^2b^2)(e^{-\alpha}-1). \tag{33a}$$

Таким образом, найденные выше метрические коэффициенты l (24а), $e^{2\alpha}$ (25а), а также выражения для f (26), ω (30) и L (31), вместе со значениями $e^{2\beta}$ (22а) и q (33а), дают полное решение задачи о стационарном осесимметричном гравитационном поле вне источника.

Проинтегрировав (10) с учетом выражения $e^{2\alpha}$ из (29) найдем форму «эквипотенциальной поверхности» $\Phi = \Phi_0$:

$$(z - z_0)^2 + \rho^2 = \frac{1}{|f(\Phi_0)|}. \tag{35}$$

Рассмотрим два частных случая.

а) Выберем $b = 0$ и $2ka^2 = 1$. Тогда

$$l = \frac{2\rho\,\Phi}{1 - \Phi^2}, \qquad e^{\beta} = \frac{4C\,a^2}{(1-\Phi^2)^2},$$
$$e^{-2\alpha} = 1 - \left|\frac{\rho}{2C\,a^2}(1 - \Phi^2)\right|^2. \tag{36}$$

Если ввести далее

$$r = \frac{2m}{1 - \Phi^2}, \qquad \sin\theta = \frac{\rho}{2\,m}(1 - \Phi^2)$$

и положить $Ca^2 = m$ (m — масса источника), то найденное решение преобразуется в известное решение Шварцшильда.

б) Выберем $2ka^2 = 1 + k^2b^2$. Тогда наше решение можно свести к решению НУТ [10],

$$dS^2 = B(r)\,(dt + 2l\cos\theta\,d\varphi)^2 - dr^2/B(r) -$$
$$- (r^2 + l^2)\,(d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\varphi^2). \tag{37}$$

положив

$$\rho^2 = (r^2 + l^2)\sin^2\theta, \qquad q = -2l\cos\theta,$$
$$\Phi^2 = B(r) = \frac{r^2 - 2\,Mr - l^2}{r^2 + l^2}.$$

При этом необходимо выбрать константы a, b, C так, чтобы

$$M = C\sqrt{a^4 - b^2}, \qquad l = b\,C.$$

Примечательно, что константа решения НУТ-M связана со шварцшильдовской массой источника m соотношением $M = \sqrt{m^2 - l^2}$ и совпадает с ней при $b = 0$.

5. *Внутреннее решение в статическом случае.* Будем считать, что вещество рассматриваемой конфигурации — несжимаемая жидкость, т. е. $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{const}$. Интегрируя условие гидростатического равновесия, найдем в этом случае.

$$1 + P/\varepsilon_0 \equiv 1 + p = \frac{\Phi_s}{\Phi}, \tag{38}$$

а дифференциальные уравнения для β и L из системы (29) в статическом случае $\omega = 0$ можно свести к уравнению для функции $V = e^{-2\beta}$,

$$V_{,22} = \frac{3V_{,2}^2}{4V} + \frac{V_{,2}}{\Phi} - \frac{8\pi\varepsilon_0(3\Phi_s - 2\Phi)V_{,2}}{V} +$$
$$+ \frac{16\pi^2\varepsilon_0^2(3\Phi_s - 2\Phi)^2}{V} - 8\pi\varepsilon_0\frac{\Phi_s}{\Phi}, \tag{39}$$

частное решение которого

$$V = e^{-2\beta} = \frac{2}{3}\pi\varepsilon_0[1 - (3\Phi_s - 2\Phi)^2] \tag{40}$$

дает

$$L = \frac{4(3\Phi_s - 2\Phi)}{1 - (3\Phi_s - 2\Phi)^2} = \frac{2l}{\rho}, \tag{41}$$

$$e^{-2\alpha} = 1 - \frac{8\pi\varepsilon_0}{3}\rho^2/(1 - (3\Phi_s - 2\Phi)^2). \tag{42}$$

Подставив в (40)—(42)

$$2\Phi = 3\Phi_s - \sqrt{1 - \frac{8\pi\varepsilon_0}{3}r^2}, \tag{43}$$

$$\rho = r\sin\theta,$$

получим в результате известное внутреннее решение Шварцшильда, причем

$$\Phi_s = \sqrt{1 - \frac{2m}{r_s}} = \frac{1 + p_c}{1 + 3p_c}, \tag{44}$$

$$\frac{1}{1 + 3p_c} \leqslant \Phi < \Phi_s.$$

6. *Заключение.* Таким образом, в сопутствующей СО, используя нетрадиционную калибровку так, чтобы метрические коэффициенты служили бы в качестве «существенных» координат, удалось значительно упростить

уравнения Эйнштейна для стационарных осесимметричных гравитационных полей — свести их к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Результаты численного решения уравнений внутренней задачи предполагается опубликовать в одной из последующих работ. Ясно, что физический смысл констант найденного выше точного вакуумного решения можно будет определить лишь после интегрирования системы (29). Однако, поскольку это вакуумное решение содержит как частные случаи решения Шварцшильда и НУТ, весьма правдоподобно предположить, что Ca^2 — масса источника, а b — параметр, связанный со стационарностью поля.

Авторы признательны участникам семинара кафедры теоретической физики ЕГУ за полезные обсуждения.

Ереванский государственный
университет

A NEW APPROACH TO THE SOLUTION OF THE AXISYMMETRIC STATIONARY GR'S EQUATIONS

G. HAROUTYUNIAN, V. PAPOYAN

It is shown that the GR equations describing the axisymmetric stationary fields can be essentially simplified if one chooses at the coordinates two of the metric coefficients and makes a transfer to the comoving frame. The field equations for the internal region of the rotating object are given, the matter state of which is described by one — parametric equation. The vacuum solution has been found which in the absence of rotation is reduced to the Schwarzshield solution and for the next special case to the NUT solution. It is shown that for the static case and for the eincompressible fluid the solution of this problem is similar with the internal Schwarzshield solution.

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. P. Kerr*, Phys. Rev. Lett., 11, 237, 1963.
2. *A. Tomimtsu, H. Sato*, Progr. Theor. Phys. 50, 95, 1973.
3. *I. B. Hartle, K. S. Thorne*, Astrophys. J., 153, 807, 1968.
4. *В. В Папоян, Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян*, Астрофизика, 5, 415, 1969.
5. *Г. Г. Арутюнян, Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян*, Астрон. ж., 49, 1216, 1972.
6. *Д. Крамер* и др. Точные решения уравнений Эйнштейна, Энергоиздат, М., 1982.
7. *S. Bonanos. D. Sklavenites*, J. Math. Phys, 26, 2275, 1985.
8. *Ю. С. Владимиров*, Системы отсчета в теории гравитации, Энергоиздат, М., 1982.
9. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория поля, Наука, М., 1973.
10. *E. Newman, L. Tamburino, T. Unti*, J. Math. Phys., 4, 915, 1963.