ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Մաթեմատիկա XXI, № 6, 1986 Математика

УДК 517.547

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

А. О. КАРАПЕТЯН

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ, АНАЛИТИЧЕСКИХ В ДЕКАРТОВОМ ПРОИЗВЕДЕНИИ УГЛОВЫХ ОБЛАСТЕЙ

1 (а) В данной статье приводятся интегральные представления определенных классов аналитических функций, заданных в декартовом произведении угловых областей. Они аналогичны тем представлениям, которые впервые были установлены в работе [1], а затем дополнены и изложены с новыми доказательствами в главе VII монографии [2]. Речь идет о введенных в [1] и [2] классах функций $f(z)$, аналитических в области угла

$$\Delta_\alpha = \left\{z \in \mathbf{C},\ |\arg z| < \frac{\pi}{2\alpha}\right\} \left(\frac{1}{2} < \alpha < +\infty\right) \tag{1.1}$$

и подчиненных условию вида

$$\sup_{|\varphi| < \pi/2\alpha} \int_0^{+\infty} |f(re^{i\varphi})|^2 \cdot r^\omega \, dr < +\infty \quad (-1 < \omega < 1). \tag{1.2}$$

Ради упрощения записи изложение в настоящей статье проводится для аналитических функций лишь двух комплексных переменных.

(б) Введем необходимые для дальнейшего обозначения. Через $\mathbf{R}^2$ и $\mathbf{C}^2$ будем обозначать обычные координатные пространства двух действительных и двух комплексных переменных, соответственно. Пусть

$$\mathbf{R}^2_+ = \{y = (y_1, y_2) \in \mathbf{R}^2,\ y_j > 0\ \ (j = 1, 2)\} \tag{1.3}$$

обозначает декартово произведение положительных полуосей в $\mathbf{R}^2$. Далее, если $z = (z_1, z_2) \in \mathbf{C}^2$, то мы часто будем использовать следующее краткое обозначение:

$$z = r \cdot e^{i\varphi}, \tag{1.4}$$

где $r = (r_1, r_2)$, $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)$, $z_j = r_j e^{i\varphi_j}$ $(j = 1, 2)$. Условимся также, что если $x = (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2$ или $r = (r_1, r_2) \in \mathbf{R}^2_+$, то

$$dx = dx_1\, dx_2,\ dr = dr_1\, dr_2. \tag{1.5}$$

Для любых $\frac{1}{2} < \rho < +\infty$, $-\pi \leqslant \theta \leqslant \pi$ обозначим через $\Delta(\theta; \rho)$ следующую угловую область:

$$\Delta(\theta; \rho) = \left\{ z \in \mathbf{C},\ z \neq 0,\ |\operatorname{Arg} z - \theta| < \frac{\pi}{2\rho} \right\}. \tag{1.6}$$

Через $\Delta^*(\theta; \rho)$ обозначим дополнительную к $\Delta(\theta; \rho)$ угловую область

$$\Delta^*(\theta; \rho) = C\,\overline{\Delta(\theta; \rho)}. \tag{1.7}$$

Если $\frac{1}{2} < \rho < +\infty$, $\theta = 0$, то будем предпочитать более краткое обозначение

$$\Delta(0; \rho) = \Delta_\rho. \tag{1.8}$$

Далее, для $x = (x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2_+$ и $\omega = (\omega_1, \omega_2) \in \mathbf{R}^2$ будем полагать

$$x^\omega = x_1^{\omega_1} \cdot x_2^{\omega_2} \tag{1.9}$$

Тогда для $\omega = (\omega_1, \omega_2) \in \mathbf{R}^2$ обозначим через $L^2_\omega(\mathbf{R}^2_+)$ пространство измеримых по Лебегу, вообще говоря, комплекснозначных функций $g(x)$, $x \in \mathbf{R}^2_+$, для которых

$$\int_{\mathbf{R}^2_+} |g(x)|^2 \cdot x^\omega\, dx < +\infty. \tag{1.10}$$

Всюду в дальнейшем предполагается, что $\omega = (\omega_1, \omega_2) \in R^2$ подчинено условиям

$$-1 < \omega_j < 1 \quad (j = 1, 2). \tag{1.11}$$

Пусть $\omega = (\omega_1, \omega_2)$ и для $j = 1, 2$ Δ_j суть произвольные угловые области:

$$\Delta_j = \{z_j \in \mathbf{C},\ z_j \neq 0,\ \theta_{j1} < \operatorname{Arg} z_j < \theta_{j2}\}, \tag{1.12}$$

где $0 < \theta_{j2} - \theta_{j1} < 2\pi$ $(j = 1, 2)$.

Обозначим через $G^2_\omega(\Delta_1 \times \Delta_2)$ пространство голоморфных в области $\Delta_1 \times \Delta_2 \subset \mathbf{C}^2$ функций $F(z) \equiv F(z_1, z_2)$, подчиненных условию вида

$$\sup_{\theta_{j1} < \varphi_j < \theta_{j2}} \int_{\mathbf{R}^2_+} |F(re^{i\varphi})|^2 \cdot r^\omega\, dr < +\infty, \tag{1.13}$$

где $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)$. Для $\omega = (\omega_1, \omega_2)$ и $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$ $\left(\frac{1}{2} < \alpha_j < +\infty,\ j = 1, 2\right)$ введем следующее сокращенное обозначение:

$$G^2_\omega(\Delta_{\alpha_1} \times \Delta_{\alpha_2}) = G^2_\omega(\alpha). \tag{1.14}$$

Если $\omega = (0, 0) \in \mathbf{R}^2$, то вместо $G^2_\omega(\alpha)$ обычно будем писать $G^2(\alpha)$. Всюду дальше предполагается, что $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$ подчинено условиям

$$\frac{1}{2} < \alpha_j < +\infty \quad (j = 1, 2). \tag{1.15}$$

2. В дальнейшем мы часто будем пользоваться следующим очевидным утверждением.

Лемма 1. *Пусть функция $F(z) = F(z_1, z_2)$ голоморфна в области $\Delta_{\alpha_1} \times \Delta_{\alpha_2} \subset \mathbb{C}^2$, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$, $\omega = (\omega_1, \omega_2)$. Тогда $F(z_1, z_2) \in G^2_\omega(\alpha)$ если и только если*

$$F(z_1, z_2) \cdot z_1^{\omega_1/2} \cdot z_2^{\omega_2/2} \in G^2(\alpha).$$

Следующие два предложения мы приводим без доказательств, так как они сходны с доказательством теоремы 7.5 монографии [2].

Теорема 1. *Пусть $F \in G^2_\omega(\alpha)$ и значения φ_j^0, $|\varphi_j^0| < \pi/2\alpha_j$ $(j = 1, 2)$, фиксированы. Тогда существует функция $\psi \in L^2_\omega(R^2_+)$, зависящая от выбора φ_j^0 $(j = 1, 2)$ и такая, что при $|\varphi_j| < \pi/2\alpha_j$, $\varphi_j \to \varphi_j^0$ $(j = 1, 2)$:*

$$F(r_1 e^{i\varphi_1}, r_2 e^{i\varphi_2}) \xrightarrow{L^2_\omega(R^2_+)} \psi(r_1, r_2). \tag{2.1}$$

Если к тому же $|\varphi_j^0| < \pi/2\alpha_j$ $(j = 1, 2)$, то $\psi(r_1, r_2) = F(r_1 e^{i\varphi_1^0}, r_2 e^{i\varphi_2^0})$.

Лемма 2. *Пусть $F \in G^2_\omega(\alpha)$ и при $j = 1, 2$*

$$-\frac{\pi}{2\alpha_j} < \varepsilon_{j_1} < \varepsilon_{j_2} < \frac{\pi}{2\alpha_j}. \tag{2.2}$$

Тогда существует положительное число $M < +\infty$, зависящее от функции F и выбора $\varepsilon_{j_1}, \varepsilon_{j_2}$ $(j = 1, 2)$ и такое, что

$$r_1^{\frac{1+\omega_1}{2}} \cdot r_2^{\frac{1+\omega_2}{2}} \cdot |F(r_1 e^{i\varphi_1}, r_2 e^{i\varphi_2})| \leqslant M \tag{2.3}$$

при всех $0 < r_j < +\infty$, $\varepsilon_{j1} \leqslant \varphi_j \leqslant \varepsilon_{j2}$ $(j = 1, 2)$.

На этих фактах основано доказательство следующего аналога интегральной формулы Коши.

Теорема 2. *Пусть $F \in G^2_\omega(\alpha)$ и $F_{\pm\pm} \in L^2_\omega(\mathrm{R}^2_+)$ суть остовные граничные значения функции F в смысле теоремы 1, то есть*

$$F_{\pm\pm}(r_1, r_2) = F(r_1 e^{\pm i\frac{\pi}{2\alpha_1}}, r_2 e^{\pm i\frac{\pi}{2\alpha_2}}). \tag{2.4}$$

Тогда справедлива формула

$$\frac{1}{(2\pi i)^2} \cdot \sum \int_{\mathrm{R}^2_+} \frac{e^{\pm i\left(\frac{\pi}{2\alpha_1} - \frac{\pi}{2}\right)} \cdot e^{\pm i\left(\frac{\pi}{2\alpha_2} + \frac{\pi}{2}\right)} \cdot F_{\pm\pm}(r_1, r_2)\, dr}{(r_1 e^{\pm i\frac{\pi}{2\alpha_1}} - z_1) \cdot (r_2 e^{\pm i\frac{\pi}{2\alpha_2}} - z_2)} =$$

$$= \begin{cases} F(z_1, z_2), & (z_1, z_2) \in \Delta_{\alpha_1} \times \Delta_{\alpha_2} \\ 0, & (z_1, z_2) \in \Delta_{\alpha_1} \times \Delta^*_{\alpha_2} \cup \Delta^*_{\alpha_1} \times \Delta_{\alpha_2} \cup \Delta^*_{\alpha_1} \times \Delta^*_{\alpha_2} \end{cases} \tag{2.5}$$

Примечание. В формулировке теоремы 2 мы применили сокращенную запись, основанную на следующей регулировке знаков. Знаки $\pm$ (или $\mp$) при параметрах с одинаковым индексом берутся одновременно либо верхние, либо нижние, но чередуются независимо от выбора знаков при параметрах с другим индексом. Кроме того, в выражении $F_{\pm\pm}$ на первом месте (на втором месте) стоит верхний или нижний знак в зависимости от того, верхний или нижний знак выбран при параметрах с индексом 1 (с индексом 2). Всюду в дальнейшем, не оговаривая специально, будем придерживаться этого правила регулировки знаков.

Доказательство теоремы 2. Пусть, например, $z^0=(z_1^0, z_2^0)\in\Delta_{\alpha_1}\times\Delta_{\alpha_2}$ (остальные случаи рассматриваются аналогично). При $j=1,2$ окружим точки z_j^0 специально подобранными контурами Γ_j и запишем обычную интегральную формулу Коши

$$F(z_1^0, z_2^0)=\frac{1}{(2\pi i)^2}\int\limits_{\Gamma_1\times\Gamma_2}\frac{F(\zeta_1,\zeta_2)\,d\zeta_1\wedge d\zeta_2}{(\zeta_1-z_1^0)\cdot(\zeta_2-z_2^0)}. \tag{2.6}$$

Специальным образом расширяя контуры Γ_j в правой части (2.6) совершим предельный переход. Если при этом воспользуемся теоремой 1, леммой 2 и тем, что $F\in G_\omega^2(\alpha)$, то получим формулу (2.5).

3 (а) Перечислим теперь ряд предположений, при которых будут сформулированы некоторые из дальнейших утверждений. Пусть для $j=1,2$, $1/2<\alpha_j<+\infty$, $-1<\omega_j<1$, а числа ρ_j выбраны так, что $\frac{1}{\alpha_j}+\frac{1}{\rho_j}\le 2$. Положим, далее, $\mu_j=\frac{1+\rho_j+\omega_j}{2\rho_j}$ и числа γ_j выберем так: $\frac{1}{\alpha_j}+\frac{1}{\rho_j}=\frac{1}{\gamma_j}\cdot$ Кроме того, $\alpha=(\alpha_1,\alpha_2)$, $\omega=(\omega_1,\omega_2)$.

(б) Нижеследующее утверждение легко вытекает из соответствующей леммы, приведенной в монографии [2].

Лемма 3. *Пусть выполнены все предположения п. 3 (а). Тогда для любого $z=(z_1,z_2)\in\Delta_{\alpha_1}\times\Delta_{\alpha_2}\subset\mathbf{C}^2$ справедливы следующие предельные формулы:*

$$\frac{r_1^{-\frac{\omega_1}{2}}\cdot r_2^{-\frac{\omega_2}{2}}\cdot e^{\pm i\frac{\pi}{2\alpha_1}}\cdot e^{\pm i\frac{\pi}{2\alpha_2}}}{\left(r_1e^{\pm i\frac{\pi}{2\alpha_1}}-z_1\right)\cdot\left(r_2e^{\pm i\frac{\pi}{2\alpha_2}}-z_2\right)}=\underset{\sigma_1,\sigma_2\to+\infty}{\mathrm{l.\,l.\,m.}}\prod_{j=1}^{2}r_j^{-\frac{\omega_j}{2}}\cdot e^{\mp i\frac{\pi}{2}\mu_j}\cdot r_j^{\mu_j\rho_j-1}\cdot$$

$$\cdot\int\limits_0^{\sigma_j}e^{\pm ir^{\rho_j}\tau_j}\cdot E_{\rho_j}\left(e^{\mp i\frac{\pi}{2\gamma_j}}\cdot z_j\tau_j^{1/\rho_j},\ \mu_j\right)\tau_j^{\mu_j-1}\,d\tau_j, \tag{3.1}$$

где предел понимается в пространстве $L^2(\mathbf{R}^2_+)$.

Теперь мы сформулируем наиболее существенные теоремы, отметим, что доказательства их близки к доказательствам теорем 4.1, 7.7, 7.7′ монографии [2].

Теорема 3. *Пусть выполнены предположения п. 3 (а), $F\in G_\omega^2(\alpha)$, а $F_{\pm\pm}\in L_\omega^2(\mathbf{R}^2_+)$ суть остовные граничные значения функции F. Тогда для любого $z=(z_1,z_2)$ из $\Delta_{\alpha_1}\times\Delta_{\alpha_2}\subset\mathbf{C}^2$:*

$$F(z_1,z_2)=\sum\int\limits_{\mathbf{R}^2_+}E_{\rho_1}\left(e^{\pm i\frac{\pi}{2\gamma_1}}\cdot z_1\tau_1^{1/\rho_1},\ \mu_1\right)\tau_1^{\mu_1-1}\cdot E_{\rho_2}\left(e^{\pm i\frac{\pi}{2\gamma_2}}\cdot z_2\tau_2^{1/\rho_2},\ \mu_2\right)\times$$

$$\times\,\tau_2^{\mu_2-1}\cdot v_{\mp\mp}(F,\tau_1,\tau_2)\,d\tau_1\,d\tau_2, \tag{3.2}$$

где функции $v_{\pm\pm}(F,\tau)\in L^2(\mathbf{R}^2_+)$ определяются из соотношений

$$\int\limits_0^{\tau_1}\int\limits_0^{\tau_2}v_{\pm\pm}(F,t)\,dt=\frac{e^{\pm i\frac{\pi}{2}(1-\mu_1)}\cdot e^{\pm i\frac{\pi}{2}(1-\mu_2)}}{2\pi\rho_1\cdot 2\pi\rho_2}\times$$

$$\int_{\mathbb{R}^2_+} F\,(x_1^{1/\rho_1},\, x_2^{1/\rho_2})\, x_1^{\mu_1-1}\cdot x_2^{\mu_2-1}\cdot \frac{e^{\pm ix_1\tau_1}-1}{\pm ix_1}\cdot\frac{e^{\pm ix_2\tau_2}-1}{\pm ix_2}\,dx \quad (3.3)$$

при всех $0<\tau_1,\ \tau_2<+\infty$.

Доказательство. Для произвольной точки $z=(z_1, z_2)\in\Delta_{\rho_1}\times\Delta_{\rho_2}\subset\mathbb{C}^2$ справедлива формула (2.8). Затем воспользуемся леммой 3, заменив ядра Коши в (2.8) их предельными формулами (3.1). После несложной замены переменных в соответствующих интегралах получим:

$$F(z)=\lim_{\tau_1\tau_2\to+\infty} F_{\tau_1\tau_2}(z). \quad (3.4)$$

Мы опускаем явный вид выражений $F_{\tau_1\tau_2}(z)$ ввиду их громоздкости. Используя технику преобразования Фурье L^2-функций и теорему Фубини, поменяем порядок интегррования в выражениях $F_{\tau_1\tau_2}(z)$ и устремим $\tau_1,\ \tau_2\to+\infty$. С учетом (3.4) получим (3.2).

Теорема 4. *Пусть для* $j=1, 2$, $\frac{1}{2}<\rho_j<+\infty$, $-1<\omega_j<1$, $\mu_j=\dfrac{1+\rho_j+\omega_j}{2\rho_j}$, $\omega=(\omega_1, \omega_2)$. *Для произвольной* $f\in L^2(\mathbb{R}^2_+)$ *определим функцию:*

$$F(z_1, z_2)=\int_{\mathbb{R}^2_+} E_{\rho_1}(z_1x_1^{1/\rho_1}, \mu_1)\,x_1^{\mu_1-1}\cdot E_{\rho_2}(z_2\, x_2^{1/\rho_2}, \mu_2)\, x_2^{\mu_2-1}\cdot f(x_1, x_2)\,dx$$

$$z=(z_1, z_2)\in\Delta^*_{\rho_1}\times\Delta^*_{\rho_2}\subset\mathbb{C}^2. \quad (3.5)$$

Тогда $F\in G^2_\omega(\Delta^*_{\rho_1}\times\Delta^*_{\rho_2})$ *и для любых фиксированных* $\varphi_j\in\left[\dfrac{\pi}{2\rho_j};2\pi-\dfrac{\pi}{2\rho_j}\right]$, $0<u_j<+\infty$ $(j=1, 2)$ *справедлива формула*

$$\int_0^{u_1}\int_0^{u_2} F(e^{i\varphi_1}\cdot t_1^{1/\rho_1}, e^{i\varphi_2}\cdot t_2^{1/\rho_2})\, t_1^{\mu_1-1}\cdot t_2^{\mu_2-1}\,dt_1\,dt_2=$$

$$=u_1^{\mu_1}\cdot u_2^{\mu_2}\cdot\int_{\mathbb{R}^2_+} E_{\rho_1}(e^{i\varphi_1}\cdot x_1^{1/\rho_1}\cdot u_1^{1/\rho_1},\ \mu_1+1)\cdot x_1^{\mu_1-1}\cdot E_{\rho_2}(e^{i\varphi_2}\cdot x_2^{1/\rho_2}\cdot u_2^{1/\rho_2},\ \mu_2+1)\times$$

$$\times\, x_2^{\mu_2-1}\cdot f(x_1, x_2)\,dx \quad (3.6)$$

Доказательство. Пусть $\varphi_j\in\left[\dfrac{\pi}{2\rho_j};\ 2\pi-\dfrac{\pi}{2\rho_j}\right]$ $(j=1, 2)$ и $\varphi=(\varphi_1, \varphi_2)$.

Рассмотрим следующую функцию от $x=(x_1, x_2)\in\mathbb{R}^2_+$:

$$k_\varphi(x_1, x_2)=E_{\rho_1}(e^{i\varphi_1}\cdot x_1^{1/\rho_1},\ \mu_1+1)\,x_1^{\mu_1}\cdot E_{\rho_2}(e^{i\varphi_2}\cdot x_2^{1/\rho_2},\ \mu_2+1)\,x_2^{\mu_2}. \quad (3.7)$$

Пусть $g_\varphi \in L^2(\mathrm{R}_+)$ есть преобразование Ватсона функции f с ядром $k_\varphi(x_1, x_2)$. Тогда существует положительное число $M < +\infty$, не зависящее от φ и такое, что

$$\|g_\varphi\|_{L^2} \leqslant M \|f\|_{L^2}. \tag{3.8}$$

Пользуясь свойствами преобразования Ватсона, можно показать, что почти всюду в R^2_+

$$g_\varphi(u_1, u_2) = u_1^{\mu_1-1} \cdot u_2^{\mu_2-1} \cdot F(e^{i\varphi_1} \cdot u_1^{1/\rho_1}, e^{i\varphi_2} \cdot u_2^{1/\rho_2}). \tag{3.9}$$

Из (3.8) и (3.9) следует, что $F \in G^2_\omega(\Delta^*_{\alpha_1} \times \Delta^*_{\alpha_2})$, а формула (3.6) вытекает из (3.7), (3.9) и того, что g_φ есть преобразование Ватсона функции f с ядром k_φ.

Из теоремы 4 легко вытекает следующая

Теорема 5. *Пусть выполнены предположения п. 3 (а). Для любых четырех функций $v_{\pm\pm}(\tau) \in L^2(\mathrm{R}^2_+)$ определим функцию от $z = (z_1, z_2) \in \Delta_{\alpha_1} \times \Delta_{\alpha_2} \subset \mathrm{C}^2$:*

$$F(z_1, z_2) = \sum \int_{\mathrm{R}^2_+} E_{\rho_1}(e^{\pm i\frac{\pi}{2\alpha_1}} \cdot z_1 \tau_1^{1/\rho_1}, \mu_1)\, \tau_1^{\mu_1-1} \cdot E_{\rho_2}(e^{\pm i\frac{\pi}{2\alpha_2}} \cdot z_2 \tau_2^{1/\rho_2}, \mu_2) \times$$

$$\times \tau_2^{\mu_2-1} \cdot v_{\pm\pm}(\tau_1, \tau_2)\, d\tau. \tag{3.10}$$

Тогда $F \in G^2_\omega(\alpha)$. Кроме того, для любых фиксированных $|\varphi_j| < \frac{\pi}{2\alpha_j}$, $0 < r_j < +\infty$ $(j = 1, 2)$ справедлива формула

$$\int_0^{r_1}\int_0^{r_2} F(e^{i\varphi_1} \cdot t_1^{1/\rho_1}, e^{i\varphi_2} \cdot t_2^{1/\rho_2})\, t_1^{\mu_1-1} \cdot t_2^{\mu_2-1} dt_1\, dt_2 = r_1^{\mu_1} \cdot r_2^{\mu_2} \times$$

$$\times \sum \int_{\mathrm{R}^2_+} E_{\rho_1}(e^{\mp i\frac{\pi}{2\alpha_1}} \cdot e^{i\varphi_1} \cdot r_1^{1/\rho_1} \cdot \tau_1^{1/\rho_1}, \mu_1 + 1)\, \tau_1^{\mu_1-1} \cdot E_{\rho_2}(e^{\mp i\frac{\pi}{2\alpha_2}} \cdot e^{i\varphi_2} \cdot r_2^{1/\rho_2} \cdot \tau_2^{1/\rho_2},$$

$$\mu_2 + 1) \cdot \tau_2^{\mu_2-1} \cdot v_{\mp\mp}(\tau_1, \tau_2)\, d\tau. \tag{3.11}$$

(в) В приведенных выше теоремах предполагалось, что $\frac{1}{\alpha_j} + \frac{1}{\rho_j} \leqslant 2$ $(j = 1, 2)$. Но в частном случае, когда $\frac{1}{\alpha_j} + \frac{1}{\rho_j} = 2$ $(j=1,2)$, то есть параметры ρ_j $(j = 1, 2)$ принимают свои минимальные значения, многие утверждения сформулированных теорем заметно упрощаются. Таким образом, справедлива

Теорема 6. *Пусть для $j = 1, 2$, $\frac{1}{2} < \alpha_j < +\infty$, $-1 < \omega_j < 1$, $\frac{1}{\alpha_j} + \frac{1}{\rho_j} = 2$, $\mu_j = \frac{1}{2} + (1 + \omega_j) \cdot \left(1 - \frac{1}{2\alpha_j}\right)$, $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$, $\omega = (\omega_1, \omega_2)$.*

1°. *Класс $G^2_\omega(\alpha)$ совпадает с множеством функций, допускающих представление вида*

$$F(z_1, z_2) = \int\limits_{R_+^2} E_{\rho_1}(-z_1 \tau_1^{1/\rho_1}, \mu_1)\,\tau_1^{\mu_1-1}\cdot E_{\rho_2}(-z_2\tau_2^{1/\rho_2}, \mu_2)\,\tau_2^{\mu_2-1}\cdot v(\tau_1, \tau_2)\,d\tau, \tag{3.12}$$

$$z = (z_1, z_2) \in \Delta_{\alpha_1} \times \Delta_{\alpha_2} \subset C^2,$$

где $V(\tau_1, \tau_2)$ *произвольная функция из* $L^2(R_+^2)$.

2⁰. *Если* $F \in G_\omega^2(\alpha)$, *то справедлива формула*

$$F(z_1, z_2) = \int\limits_{R_+^2} E_{\rho_1}(-z_1\tau_1^{1/\rho_1}, \mu_1)\,\tau_1^{\mu_1-1}\cdot E_{\rho_2}(-z_2\tau_2^{1/\rho_2}, \mu_2)\,\tau_2^{\mu_2-1}\cdot v(F, \tau_1, \tau_2)\,d\tau, \tag{3.13}$$

$$z = (z_1, z_2) \in \Delta_{\alpha_1} \times \Delta_{\alpha_2} \subset C^2,$$

где функция $v(F, \tau) \in L^2(R_+^2)$ *определяется из соотношения*

$$\int\limits_0^{\tau_1}\int\limits_0^{\tau_2} V(F, t_1, t_2)\,dt_1\,dt_2 = \frac{1}{2\pi\rho_1}\cdot\frac{1}{2\pi\rho_2}\times$$

$$\times \int\limits_{R^2} F\left(e^{-i\frac{\pi}{2\rho_1}\operatorname{sign} x_1}\cdot|x_1|^{1/\rho_1},\ e^{-i\frac{\pi}{2\rho_2}\operatorname{sign} x_2}\cdot|x_2|^{1/\rho_2}\right)\times$$

$$\times \prod_{j=1}^{2}\left(e^{i\frac{\pi}{2}\operatorname{sign} x_j}\cdot|x_j|\right)^{\mu_j-1}\cdot\frac{e^{-ix_j\tau_j}-1}{-ix_j}\,dx_1\,dx_2 \tag{3.14}$$

при всех $0 < \tau_1, \tau_2 < +\infty$.

3⁰. *Если* $F \in G_\omega^2(\alpha)$, *то для любых фиксированных значений* $|\varphi_j| < \frac{\pi}{2\alpha_j}$, $0 < r_j < +\infty$ $(j = 1, 2)$ *справедлива формула*

$$\int\limits_0^{r_1}\int\limits_0^{r_2} F(e^{i\varphi_1}\cdot t_1^{1/\rho_1},\ e^{i\varphi_2}\cdot t_2^{1/\rho_2})\,t_1^{\mu_1-1}\cdot t_2^{\mu_2-1}\,dt_1\,dt_2 = r_1^{\mu_1}\cdot r_2^{\mu_2}\times \tag{3.15}$$

$$\times\int\limits_{R_+^2} E_{\rho_1}(-e^{i\varphi_1}\cdot r_1^{1/\rho_1}\cdot\tau_1^{1/\rho_1}, \mu_1+1)\,\tau_1^{\mu_1-1}\cdot E_{\rho_2}(-e^{i\varphi_2}\cdot r_2^{1/\rho_2}\cdot\tau_2^{1/\rho_2}, \mu_2+1)\times$$

$$\times\,\tau_2^{\mu_2-1}\cdot v(F, \tau_1, \tau_2)\,d\tau.$$

В заключение выражаю благодарность академику АН Армянской ССР М. М. Джрбашяну за постановку задач и руководство.

Ереванский государственный университет

Поступила 26. V. 1986

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. М. Джрбашян, А. Е. Аветисян.* Интегральное представление некоторых классов функций, аналитических в области угла, ДАН СССР, 120, № 3, 1958, 457—460.
2. *М. М. Джрбашян.* Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области, М., «Наука», 1966.
3. *И. Стейн, Г. Вейс.* Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах, М., «Мир», 1974.