АСТРОФИЗИКА

TOM 32

АПРЕЛЬ, 1990

выпуск 2

УДК: 524.354.6—823

ДВИЖЕНИЕ ВИХРЕЙ И ДИССИПАЦИЯ ЭНЕРГИИ В ЯДРЕ НЕЙТРОННЫХ ЭВЕЗД

Д. М. СЕДРАКЯН, А. Д. СЕДРАКЯН, К. М. ШАХАБАСЯН

Поступила 18 декабря 1989 Принята к печати 20 февраля 1990

Предложены два новых механизма замедления угловой скорости вращения пульсаров. Диссипация вращательной энергии возникает из-за движения протонных вихрей в сверхтекучем ядре нейтронной эвезды. Эта диссипация является новым источником нагрева ядра нейтронных звезд. Первый механизм является следствием омвческой диссипации в сердцевилах протонных вихрей, а второй — конечности времени релаксации параметра порядка вихрей. Согласно этим механизмам уменьшение угловой скорости вращения провсходит по закону $p \sim p^{-1}$. Определена подпопуляция пульсаров, для которых эти механизмы эффективны.

1. Наблюдения пульсаров в диапазоне мягких рентгеновских лучей, проведенные в Эйнштейновской обсерватории, показывают. что у некоторых изолированных пульсаров существует неимпульсное тепловое рентгеновское излучение [1]. Это излучение свидетельствует о существовании эффективных механизмов трансформации вращательной кинетической энергин пульсара в тепловую. Ранние механизмы предполагали диссипацию энергии вращения из-за трения на границе сверхтекучего ядра и коры, состоящей из тяжелых ядер [2]. Но оказалось, что ядро и кора звезды жестко связаны с временем релаксации т ~ 1с [3] и совершают твердотельное вращение из-за возникновения токов увлечения сверхтекучих протонов [4]. Учет возникновения сети протонных вихрей приводит к еще более коротким временам релаксации т ~ 10-14 с [5]. Диссипация вращательной энергии через трение возможна только во внутренней коре («Aen»-фазе) нейтронной звезды, где единственный несвязанный компонент звезды — нейтронная сверхтекучая жидкость сосуществует с решеткой тяжелых ядер [6].

Принципиально иной механизм — механизм магнитодипольного излучения сверхтекучих нейтронных вихрей (MDRSN) был развит в работе [7]. Нами был предложен модифицированный механизм матнитодипольного излучения, где предполагалось, что излучают только нормальные нейтроны в сердцевинах нейтронных вихрей, при наличии сильных локальных магнитных полей токов увлечения [8]. Статистический анализ показывает, что уменьшение угловой скорости пульсаров невозможно объяснить в рамках одного механизма на всем протяжении их эволюции [9]. Естественно предположить, что наблюдаемое уменьшение угловой скорости вращения — результат «включения» и «выключения» различных механизмов диссипации на различных этапах оволюции нейтронных звезд. В настоящей работе предложены два новых эффективных механизма диссипации вращательной внергии в тепловую.

2. В ядре вращающейся нейтронной звезды («пре»-фазе) сверхтекучая нейтронная жидкость существует в виде квантованных вихрей. Взаимодействие нейтронной и протонной компонентов жидкость в «пре»-фазе приводит к эффекту увлечения части протонов нейтронами [11]. Возникающие протонные токи генерируют сильные локальные магнитные поля $\sim 10^{14}$ Гс вокрут каждого нейтронного вихря, которые при усреднении приводят к ожидаемой величине средней индукции магнитного поля $B \sim 10^{12}$ Гс. Напряженность локальных магнитных полей такова. что неувлеченные сверхтекучие протоны переходят в смешанное состояние, образуя вокрут каждого нейтронного вихря плотную сеть протонных вихревых нитей — вихревой кластер. Эти нити располагаются в радиусе $r_1 < b$ вокрут нейтронных вихрей, с плотностью B/Φ_0 , где b — расстояние между нейтронными вихрями и Φ_0 — квант магнитного потока [10. 11].

Наблюдаемое уменьшение угловой скорости Ω пульсаров происходит с характерным временным масштабом $t \sim \Omega/\Omega \sim 10^{13}-10^{15}$ с, где $\Omega \equiv \\ \equiv d\Omega/dt$. В результате уменьшекия угловой скорости вращения ($\Omega < 0$) нейтронные вихри, параллельные оси вращения, движутся к границе между ядром и «Асп»-фазой звезды [6]. Вместе с каждым нейтронным вихрем движется и окружающий его протонный вихревой кластер. Так как каждый протонный вихрь несет квант магнитного потока Φ_0 , то при его движении в нормальной сердцевине вихря возникает однородное электрическое поле. В этом поле происходит столкновительная диссипация энергии нормальных электронов на нормальных протонах, что приводит к джоулевому нагреву. Аналогичный механизм диссипации был рассмотрен в сверхпроводниках II рода, находящихся в резистивном состоянии [12, 13]. Согласно второму механизму диссипация энергии возникает из-за неоднородности параметра порядка в вихре [13, 14].

В настоящей работе рассчитана мощность диссипации энергии в объеме ядра звезды, обусловленная указанными двумя механизмами. Зависимость производной периода *p* от периода *p* оказывается такой же, как и в модели наклонного ротатора: $p \sim p^{-1}$. Определена также индикатриса энерговыделения. Показано, что эти механизмы эффективны на определенном этапе эволюции пульсаров.

3. Приступая к вычислению мощности диссипации энергии посредством первого механизма, примем локальную модель структуры вихря. Это несколько упрощенная модель вихря, в которой предполагается, что вихрь состоит из полностью нормальной сердцевины, несущей квант — магнитного потока Фо и имеющей радиус 5, равный длине когерентности сверхпроводящей жидкости. Параметр порядка на границе сердцевины переходит от своего равновесного значения в ноль. В нелокальной модели параметр порядка становится равным нулю только в центре сердцевины вихря. При движении протонной вихревой структуры линии тока заходят в сердцевину вихря, и на границе происходит превращение сверхтекучего тока в ток нормальных протонов и в нормальной области возникает электрическое поле. Поле скоростей сверхтекучих протонов вокруг сердцевины вихря задается выражением [15]:

$$\overline{v}_{s} = \frac{h}{2m^{2}}, \qquad (1)$$

где ρ — расстояние от центра вихря и $\hbar/2m$ — квант циркуляции сверхтекучей жидкости. В случае движения вихря гидродинамическое уравнение движения сверхтекучих протонов имеет вид [13]

$$n \frac{\partial v_s}{\partial t} = \overline{v} \left[v - m \left(v_L \, v_s \right) \right], \tag{2}$$

где U_s — скорость сверхтекучих протонов, U_L — скорость движения вихревой решетки, μ — химический потенциал. Следовательно, химический потенциал сверхтекучих протонов при движении вихрей равен $\mu_s = \mu$ — — $m(\vec{v}_L \vec{v}_s)$. Из-за движения вихря в нормальной области возникает влектрическое поле $\vec{E} = -\nabla \Phi$, и химический потенциал нормальных протонов становится равным $\mu_n = \mu - e\Phi$. В условии равновесия должна обеспечиваться непрерывность химического потенциала на границе ссрящевины вихря.

Учитывая (1), имеем

$$= \mu - \frac{\hbar v_L y}{2\rho^2} \quad (\rho > \xi). \tag{3}$$

$$\mu_{*} = \mu - \frac{\hbar v_{L} y}{2\xi^{2}} \quad (\rho < \xi), \qquad (4)$$

где у — проекция вектора ρ на ось, перпендикулярную направлению движения вихря. Отсюда получаем величину электрического поля в сердцевине вихря:

$$E = E_y = \frac{\hbar v_L}{2e\xi^2}$$
 (5)

Здесь скорость движения вихревой решетки UL из-за уменьшения угловой скорости вращения пульсара дается формулой [6]

$$v_L = \frac{\dot{\Omega}}{2\Omega}r,\tag{6}$$

где Г — расстояние вихря от оси вращения звезды.

В сердцевине вихря будет происходить столкновительная диссипация энергии ультрарелятивистских электронов на нормальных протонах. В единице объема мощность диссипации равна

$$q = \overline{j} \, \overline{E} = \sum \sigma_{lk} \, E_l \, E_k = \sigma_{gg} \, E_g^2. \tag{7}$$

Здесь $\sigma_{yy} = \sigma_0 (1 + \omega_c^2 \tau^3)^{-1} - диагональный компонент тензора$ $проводимости при наличии сильного магнитного поля, <math>\omega_c = eB/\hbar k_F$ циклотронная частота ультрарелятивистских электронов, $k_F -$ электронное волновое число Ферми, B -средняя магнитная индукция в ядре нейтронной звезды. Проводимость вещества нормальной сердцевины вихря в отсутствие магнитного поля [16]

$$\sigma_0 = \frac{n_e e^2 c\tau}{\hbar k_F}, \qquad (8)$$

где n_e — плотность электронов, т — время релаксации для столкновений электронов на нормальных протонах в ядре звезды [16],

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2 \left(\frac{T}{T_p}\right)^2 \frac{ck_F^2}{k_{TF}}.$$
(9)

Здесь $T_p = \hbar^2 k_F^2/2m_p k_B$, k_{TF} — волновое число экранирования Томаса — Ферми, k_B — постоянная Больцмана. В условиях нейтровных звезд экранирование происходит в основном за счет протонов, а электроны можно считать однородным отрицательно заряженным фоном. Тогда для k_{TF} можно принять его значение для протонов

ДВИЖЕНИЕ ВИХРЕЙ И ДИССИПАЦИЯ ЭНЕРГИИ

$$k_{TF}^{2} = \frac{4}{\pi} \frac{k_{F} m_{p} e^{2}}{\hbar^{2}}$$
 (10)

Для времени релаксации получаем численное значение: $z^{-1} = 2 \cdot 10^{14} T_{8/n_{36}}^{2/n_{56}}$, где T_8 — температура ядра звезды в единицах. 10⁸К и n_{36} — плотность в единицах 10³⁶ барион см⁻³.

Поскольку в случае сильного магнитного поля ω_ετ ≫ 1, то σ_{gg}. принимает вид

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{\omega_c^2 \tau^2} \cdot$$
(11)

4. Диссипация энергии в нормальной сердцевине протонного вихря в сдиницу времени

$$w = \sigma E^2 \pi \xi^2 l_i, \tag{12}$$

где $l_l = 2\sqrt{\vec{\kappa}^2 - r_l^2}$ — длина вихря, находящегося на расстоянии r_l от оси вращения, \mathcal{R} — радиус ядра звезды. Как было отмечено в [12], в непосредственной близости к сердцевине вихря происходит быстрое уменьшение спаривания, т. е. параметра порядка, который переходит в ноль на расстоянии ξ . В этой области также происходит диссипация электронов на нормальных протонах, которая при значениях индукции магнитного поля $\mathcal{B} \sim 10^{12} \Gamma c$ и $\xi \sim 10^{-12} cm$ в точности равна диссипации в сердцевине вихря [12]. Тогда

$$w = 2\pi \xi^2 l_1 \sigma E^2. \tag{13}$$

Диссипация энергии в одном вихревом кластере:

$$w_1 = \pi r_1^2 \frac{\overline{B}}{\Phi_0} w, \qquad (14)$$

где $\overline{B} = k \Phi_0/4\pi \lambda^2$ — средняя индукция кластера протонных вихрей k — козффициент увлечения протонов нейтронами, λ — глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводящей протонной жидкости,

$$r_1 = b(\xi/\lambda)^{\frac{1}{|\lambda|}}$$
 — радиує вихревого кластера.

Полную мощность диссипации энергии можно найти просуммировав по всем вихревым кластерам (или просто нейтронным вихрям, с каждым из которых связан кластер), в "пре"-фазе звезды. Радиус "пре"-фазы $R \sim 10^{\circ}$ см, расстояние между нейтронными вихрями $b \sim 10^{-3}$ см, следовательно, можно от суммирования перейти к интегрированию по r, $0 \le r \le R$, где r — расстояние вихря от оси вращения звезды. Используя формулы (5), (61, (14), учитывая, что числовихрей в кольце dr равно $2\pi r dr/\pi b^2$ и $4r_0 = \pi h c/e$, получаем:

Д. М. СЕДРАКЯН И ДР.

$$dW = 2\Phi_0 \frac{\overline{B}}{c^2} \sigma \left(\frac{r_1}{\xi}\right)^2 \left(\frac{\underline{O}}{2!!}\right)^2 \frac{l}{b^2} r^3 dr.$$
(15)

Вводя базразмерный параметр x = r/R, 0 < x < 1, и далее производя замену $x = \cos \alpha$, $0 < \alpha < \pi/2$, для углового распределения диссипации энергии получаем:

$$dW = 2\Phi_0 \frac{B}{c^2 z^2} \sigma \left(\frac{r_1}{b}\right)^2 \left(\frac{\Omega}{2\Omega}\right)^2 R^5 \cos^3 \alpha \sin^2 \alpha \, d\alpha.$$
(16)

Максимальное энерговыделение происходит под углом 39°. Интегрируя уравнение (16), получаем полную интенсивность диссипации энергии в «пре»-фазе звезды:

$$W = \frac{4}{15} \Phi_0 \frac{\overline{B}}{c^2 \tilde{\epsilon}^2} \sigma \left(\frac{r_1}{b}\right)^2 \left(\frac{\dot{\Omega}}{2\Omega}\right)^2 R^5.$$
(17)

Так как длина свободного пробега ультрарелятивистских электронов в нормальном протонном веществе с плотностью $n_p \sim 10^{37}$ барион см⁻³, ст $\sim 6 \cdot 10^{-4}$ см порядка размеров протонного кластера и возрастает из-за учета сверхтекучести протонов вне сердцевины вихрей, то циклотронная частота зависит от средней индукции в вихревом кластере следующим образом:

$$\omega_{\rm e} = \frac{e \dot{B}}{\hbar k_F} \left(\frac{r_1}{b}\right)^2. \tag{18}$$

Подставляя значения т, с, ω_e из (9), (11), (18) и учитывая, что k = 0.5, получим

$$W = 8.52 \cdot 10^{-9} \left(\frac{\lambda}{\varepsilon}\right)^{10/3} \left(\frac{\Omega}{2\Omega}\right)^2 T^2 n_e^{1/2} \mathcal{K}^5.$$
 (19)

В условиях нейтронных эвезд $r \simeq 10^{-11}$ см, $z \simeq 10^{-12}$ см. Вводя обозначения $R = 10^8 R_6$, $T = 10^8 T_8$, $n_a = 10^{37} n_{37}$, окончательно получим:

$$W = 5.7 \cdot 10^{50} \left(\frac{\Omega}{2\Psi}\right)^2 7^2_8 n_{37}^{1/2} R_6^5.$$
 (20)

.Для типичных нейтронных звезд $R_0 = 1$, $T_8 = 1$, $n_{37} = 1$ и $\frac{9}{22}$ меняется от $10^{-15} c^{-1}$ до $10^{-13} c^{-1}$, следовательно, полная мощность энергии, выделяемая в объеме ядра, порядка $5.7 \cdot 10^{29} - 5.7 \cdot 10^{33}$ эрг/с.

5. Второй механизм диссипации энергии возникает вследствие неоднородности параметра порядка в вихре [13, 14]. В реальной картине движения вихря существует конечное время релаксации т параметра порядка вихря к своему равновесному значению. В неподвижной системе отсчета в

данной точке ядра звезды при прохождении через нее вихря функция ψ меняется от $|\psi_0|$ до нуля с частотой $\omega \approx v_L/\epsilon$. Время прохождения нити $t \sim v_L$. Если $F = -\alpha |\psi|^2$ — величина плотности свободной энергия, то при медленном движении $\omega \tau \ll 1$ диссипация энергии в единице объема в единицу времени [14]

$$q = w^2 : F. \tag{21}$$

Физическая интерпретация фактора $\omega^2 \tau$ заключается в том, что протоны испаряются и конденсируются в сверхпроводящую фазу $\omega/2\pi$ раза в секунду, получая и теряя энергию конденсации каждый раз, и каждый раз доля энергин от F уходит необратимым образом на рождение и нагрев нормальных протонов. Основной член выражения свободной энергии теории Гинзбурга—Ландау

$$F = \frac{H_{em}^2}{4\pi}, \qquad (22)$$

где H_{cm} — термодинамическое критическое поле.

Мощность диссипации энергии одного протонного вихря

$$q = \frac{H_e^2}{4} v_L^2 \tau l_i. \tag{23}$$

Время релаксации параметра порядка $\tau = \hbar/\Delta$, Δ — значение энергетической щели. Отметим, что время τ слабо зависит от температуры $\sim (\ln 7)^{-1}$ [17], и преяебрегаем этой зависимостью. Мощность диссипации энергии вихревого кластера

$$q_1 = \pi r_1^2 \frac{\overline{B}}{\Phi_0} \cdot \frac{H_e^2}{4} v_L^2 \tau l_\ell.$$
 (24)

Здесь $H_c = [4\pi N(0)]^{1/2} \Delta$, $N(0) = m_p p_F/2\pi^2 \hbar^3 - плотность протонных состояний на поверхности Ферми, <math>p_F - ферми-импульс протонов. Проводя суммирование по всем вихревым кластерам аналогично рассмотрению первого механизма и подставляя значения величин <math>v_L$, τ , \overline{B} и Φ_0 для углового распределения диссипации энергии по всему объему звезды, получаем

$$dW = \frac{H_e^2}{4} \frac{\hbar}{\Delta} \frac{k}{\lambda^2} \left(\frac{r_1}{b}\right)^2 \left(\frac{\dot{Q}}{2\Psi}\right)^2 R^5 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha \ d\alpha. \tag{25}$$

Интегрируя по а, имеем полную мощность онерговыделения:

$$W = \frac{2}{15} \frac{\pi \hbar N(0) \Delta}{\lambda^3} k \left(\frac{r_1}{b}\right)^3 \left(\frac{Q}{2Q}\right)^3 R^5.$$
 (26)

8-178

1211 11 11

Д. М. СЕДРАКЯН И ДР.

Подставляя выражения для N(0), r_1 и $\lambda^2 = m_p c^2/4\pi n_p e^2$, учитывая, что $\Delta = 0.1$ МвВ и ковффициент увлечения k = 0.5, окончательно получаем:

$$W = \frac{4}{5} \frac{e^2}{\hbar c^2} k\Delta \left(\frac{\xi}{\lambda}\right)^{4/3} \left(\frac{\dot{Q}}{2Q}\right)^2 n_p^{4/3} R^5 = 1.68 \cdot 10^{58} \left(\frac{\dot{Q}}{2Q}\right)^2 n_{37}^{4/3} R_6^5, \quad (27)$$

где $R_6 = 10^{-6} R$ и $n_{37} = 10^{-37} n_p$. Для типичных нейтронных звезд $W \sim 1.7 \cdot 10^{26} - 1.7 \cdot 10^{32}$ врг/с.

6. Существенно, что энергия диссипации, обеспечиваемая первым механизмом, зависит от температуры сверхтекучего ядра звезды ($W \sim T^2$). Следовательно, втот механизм будет наиболее эффективен для молодых пульсаров с относительно высокими температурами ядра и малыми величинами периодов *p*. При образовании нейтронной звезды при взрыве сверхновой ее температура достигает значения $3 \cdot 10^{11}$ К. Благодаря нейтринному механизму остывания звезда быстро ($t \sim 10^3$ лет) достигает температур $T \sim 4 \cdot 10^8$ К, ниже которых нейтринный механизм остывания сильно подавлен и доминирует фотонное излучение [18]. Следовательно, температуры ядер нейтронных звезд порядка и ниже $4 \cdot 10^8$ К. При температурах $T \sim 2 \cdot 10^7$ К, существенным становится и вклад второго механизма в диссипацию энергии вращения звезды.

Выясним, для каких пульсаров описанные механизмы могут объяснять наблюдаемое уменьшение угловой скорости вращения. Предположим, что это уменьшение обусловлено только этими механизмами. Тогда изменение кинетической энергии звезды равно мощности, выделяемой в ядре звезды

$$- / \Omega \dot{\Omega} = (5.7 T_8^2 + 0.17) \cdot 10^{59} \left(\frac{\dot{\Omega}}{2\Omega}\right)^3 R_6^5, \qquad (28)$$

Учитывая, что $\Omega = 2\pi/p$, получаем

$$p p = \frac{4\pi^2 I}{(5.7 T_8^2 + 0.17) 10^{59} R_6^5}$$
 (29)

Введем параметр $D = 10^7 (p p)^{1/2}$ и определим его граничное значение D_0 , соответствующее максимальной температуре ядра звезды. $T_0 = 4 \cdot 10^8$ К. Подставляя типичные для пульсаров значения $R_6 = 1$, $I = 10^{45}$ г см², получаем

$$lg D_0 = -0.18. \tag{30}$$

На рис. 1 приведена зависимость lg D от lg t, где t = p/2 p—характерное время жизни пульсаров. Урленение (30) обозначено на рис. 1 пунктирной линией. Чтобы описанные механизмы объяснили

ДВИЖЕНИЕ ВИХРЕЙ И ДИССИПАЦИЯ ЭНЕРГИИ

уменьшение угловой скорости пульсаров, лежащих ниже прямой (30), необходимы температуры ядра $T > T_0$, что, как было отмечено выше, возможно только на очень ранних стадиях эволюции пульсаров. Следовательно, эти механизмы могут быть эффективны для пульсаров, лежащих выше этой прямой.



Рис. 1. Зависимость логарифиа цараметра $D = 10^7 (p p)^{1/2}$ от логарифиа зарактерного времени жизни пульсаров t = p/2p для 291 пульсара. Пунктирная линия соответствует уравнению (30).

Заметим, что условие (28), выражающее закон сохранения өнергии. довольно жесткое условие, так как существуют и иные механизмы потерь вращательной өнергии пульсара. Что касается потерь вращательното момента звезды, то ее заряженный компонент непрерывно замедляется тормозящим моментом реакции фотонного излучения, передаваемым магнитным полем и потерей частиц с поверхности звезды. Так как заряженный компонент звезды жестко связан с сверхтекучим ядром [5], то реакция излучения таким образом приводит к замедлению всей звезды.

В заключение отметим, что совместное рассмотрение данных механивмов и механияма магнитодипольного ивлучения стволов нейтронных вихревых нитей [8] может обосновать многообравие и особенности распределения пульсаров по периодам *р* и их производным *р*. Это исследование проводится в настоящее время.

Бюраканская астрофизическая обсерватория Ереванский государственный унжверситет

THE MOTION OF VORTICES AND ENERGY DISSIPATION IN THE NEUTRON STAR CORE

D. M. SEDRAKYAN, A. D. SEDRAKYAN, K. M. SHAHABASYAN

Two new mechanisms for pulsar spindown are proposed. The rotational energy dissipation arises from the movement of proton vortices in the superfluid interior of the neutron star. This dissipation is a new heating source for the core of neutron stars. The first mechanism is due to the Ohmic dissipation in the cores of proton vortices, and the second is due to the finite relaxation time of the vortex order parameter. According to these mechanisms the rate of spindown is $p \sim p^{-1}$. The subpopulation of pulsars is estimated, for which these mechanisms are effective ones.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. D. J. Helfand, G. A. Chanan, R. Novick, Nature, 283, 337, 1980.
- 2. G. Greenstein, Astrophys. J., 231, 880, 1979.
- 3. A. Alpar, S. Langer, J. Sauls, Astrophys. J., 282, 533, 1984.
- 4. Д. М. Сеяракян, К. М. Шахабасян, Докл. АН Арм.ССР, 70, 28, 1980.
- 5. Д. М. Седракян, К. М. Шахабасян, А. Г. Мовсисян, Астрофизника, 22, 137, 1985.
- 6. D. Pines, A. Alpar, Nature, 316, 27, 1985.
- J. H. Huang, R. E. Lingefeller, Q. H. Peng. K. L. Huang, Astron. and Astrophys., 113, 9, 1982.
- 8. Д. М. Седракян, А. Д. Седракян, К. М. Шахабасян, Астрофизика, 31, 337, 1989.
- J. H. Huang, K. L. Huang, Q. H. Peng, Astron. and Astrophys., 148, 391, 1985.
- 10. Д. М. Седракян, Астрофизика, 18, 417, 1982.
- 11. Д. М. Седракян, К. М. Шахабасян, А. Г. Мовсисян, Астрофизика, 19, 303, 1983.
- 12. J. Bardeen, M. J. Stephen, Phys. Rev., A140, 1197, 1965.
- 13. Л. П. Горьков, Н. Б. Копнин, Успехи физ. наук, 116, 413, 1975.
- 14. M: Tinkham, Phys. Rev. Lett., 13, 804, 1964.
- 15. И. М. Халатников, Теория сверхтекучести, Наука, М., 1971, стр. 104.
- 16. G. Baym, C. Pethick, D. Pines, Nature, 224, 674, 1969.
- 17. A. Schmid, Phys. Kondens. Materie, 5, 302, 1966.
- 18. M. Sogeur, J. Phys., 41, C2-139, 1980.