

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК: 524.834

О КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ В ОБОБЩЕННОЙ БИМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Исходя из представлений Дирака о переменности гравитационной постоянной, Йорданом, Брансом и Дикке была предложена теория с действием

$$S = \frac{1}{2} \int \left(-\chi \Lambda_g + \zeta g^{ik} \frac{x_i x_k}{\chi} \right) \sqrt{-g} d^4 \Omega + \int \Lambda_m \sqrt{-g} d^4 \Omega, \quad (1)$$

где $\chi = 1/8 \pi G$ — независимая полевая переменная, Λ_g — скалярная кривизна пространства—времени, Λ_m — плотность функции Лагранжа материи, ζ — безразмерный постоянный параметр, а $x_i = \partial x / \partial x^i$ (скорость света $c = 1$). В [1] предложен биметрический вариант такой теории: обобщенная биметрическая теория гравитации (ОБТГ), с

$$\Lambda_g = g^{ik} (\bar{\Gamma}_{in}^i \bar{\Gamma}_{kl}^n - \bar{\Gamma}_{ik}^i \bar{\Gamma}_{ln}^n), \quad (2)$$

где $\bar{\Gamma}_{ik}^i = \Gamma_{ik}^i - \tilde{\Gamma}_{ik}^i$ — тензор аффинной деформации, равный разности между символами Кристоффеля искривленного пространства—времени с квадратом интервала $ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$ и соответствующего плоского пространства—времени с квадратом интервала $ds_0^2 = \gamma_{ik} dx^i dx^k$. Если G постоянно и равно ньютоновской гравитационной постоянной, то ОБТГ переходит в ОТО, однако в случае переменного G ее выводы [1] отличаются от результатов как ОТО, так и теории Йордана-Бранса-Дикке. Представляются важными поиски новых отличных от ОТО следствий теории, позволяющих определить ζ путем сравнения наблюдательными данными.

Рассмотрим модель однородной и изотропной Вселенной в сопутствующей системе отсчета. При этом квадрат интервала искривленного пространства—времени можно [2] представить в виде

$$ds^2 = dt^2 - a^2 \left[\frac{dr^2}{1 - k r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right], \quad (3)$$

где значения $k = 0, \pm 1$ соответствуют моделям с плоским $k=0$, открытым $k = -1$ и замкнутым $k=1$ пространством с «радиусом кривизны», равным $a = a(\tau)$ (в последних двух случаях). Квадрат интервала плоского пространства-времени

$$ds_0^2 = \gamma_{00} d\tau^2 + 2\gamma_{01} d\tau dr + \gamma_{11} dr^2 + \gamma_{22} (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (4)$$

где $\gamma_{00}, \gamma_{01}, \gamma_{11}, \gamma_{22}$ — функции τ и r . Мы рассмотрим сравнительно простой случай, когда в плоском пространстве-времени нет выделенных направлений:

$$\gamma_{00} = \gamma_{00}(\tau), \quad \gamma_{01} = 0. \quad (5)$$

Из приведенных в [1] уравнений ОБТГ четыре можно представить в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} \ln |\gamma_{11} \gamma_{22}^2| &= 2 \frac{2 - kr^2}{r(1 - kr^2)}, \quad \frac{\partial}{\partial \tau} \ln |\gamma_{11} \gamma_{22}^2| = f_1(\tau), \\ \frac{\partial \gamma_{11}}{\partial \tau} &= \frac{f_2(\tau)}{1 - kr^2}, \quad \frac{\partial \gamma_{22}}{\partial \tau} = r^2 f_2(\tau), \end{aligned} \quad (6)$$

где f_1 и f_2 — функции, выражающиеся через $a(\tau)$, $\kappa(\tau)$, $\gamma_{00}(\tau)$, их производные, плотность ρ и давление P вещества во Вселенной (не приводим ради краткости). Если

$$f_2 = 0 \Rightarrow f_1 = 0, \quad (7)$$

то решением (6) являются

$$\gamma_{11} = \frac{c_1^2 r^4}{(1 - kr^2) \gamma_{22}^2}, \quad \gamma_{22} = \gamma_{22}(r), \quad (8)$$

когда же $f_2 \neq 0$, получаем

$$\gamma_{11} = \frac{f(\tau)}{1 - kr^2}, \quad \gamma_{22} = r^2 [f(\tau) + c_2], \quad (9)$$

где теперь f_1 и f_2 определяются выражениями

$$f_2 = \frac{df}{d\tau} \quad \text{и} \quad f_1 = \left(\frac{1}{f} + \frac{2}{f + c_2} \right) \frac{df}{d\tau}, \quad (10)$$

c_1 и c_2 — постоянные интегрирования. Из равенства нулю тензора кривизны пространства — времени Минковского находим

$$(d\gamma_{22}/dr)^2 = 4\gamma_{11} \gamma_{22} \quad (11)$$

в случае (7), (8) и

$$(df/d\tau)^2 = 4kf\gamma_{00}, \quad c_2 = 0, \quad k = \pm 1 \quad (12)$$

в случае (9), (10).

Уравнения (8), (11) совместны только при $k = 0$ и приводят к $\gamma_{11} = c_1$, $\gamma_{22} = c_1 r^2$. Следовательно

$$ds_0^2 = \gamma_{00} d\tau^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (13)$$

(можно считать $c_1 = -1$). Из (7) и остальных уравнений ОБТГ находим

$$6\kappa \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \zeta \frac{\dot{x}^2}{x} = 2\rho, \quad \zeta \dot{x} + 3\zeta \dot{x} \frac{\dot{a}}{a} + \dot{\rho} = 0, \quad (14)$$

$$\dot{\rho} + 3(\rho + P) \frac{\dot{a}}{a} = 0,$$

где точка означает производную по t . В этих уравнениях не фигурирует γ_{00} . Этот результат очевиден, поскольку в (1) первый интеграл для метрик (3) с $k = 0$ и (13) равен

$$\frac{1}{2} \int \left(\zeta \frac{\dot{x}^2}{x} - 6\kappa \frac{\dot{a}^2}{a^2} \right) a^3 r^2 \sin\theta d\tau dr d\theta d\varphi, \quad (15)$$

т. е. не зависит от γ_{00} .

В варианте, определяемом уравнениями (9), (10) и (12), реализуется только модель с открытым пространством ($k = -1$). Из (9), (12) имеем

$$f = -t^2, \quad \dot{t} = \sqrt{\gamma_{00}}. \quad (16)$$

$$ds_0^2 = dt^2 - t^2 \left[\frac{dr^2}{1+r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right].$$

Преобразованием координат $t = \pm (z^2 - \eta^2)^{1/2}$, $r = \eta / (z^2 - \eta^2)^{1/2}$ получаем

$$ds_0^2 = dz^2 - d\eta^2 - \eta^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \quad (17)$$

Как видим, система координат t, r, θ и φ охватывает лишь часть $|\sigma| > \eta$ пространства—времени Минковского. С учетом (16) уравнения (10) вместе с остальными уравнениями ОБТГ принимают вид

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{b}{\kappa a^2} e^\sigma = 1 + \frac{1}{3\kappa} \rho a^2 + \frac{1}{6} \zeta \left(\frac{b e^\sigma}{\kappa a^2 \operatorname{sh} a} \right)^2,$$

$$\frac{b}{\kappa a^2} \left(e^\sigma + \frac{\zeta \dot{a}}{3 \operatorname{sh}^2 a} \right) + \dot{a} \operatorname{sh} a + 2 \operatorname{ch} a \frac{\dot{a}}{a} = 2 + \frac{1}{3\kappa} \rho a^2, \quad (18)$$

$$\dot{z} = \frac{b}{a^2 \operatorname{sh} a} e^\sigma, \quad \dot{\rho} + 3(\rho + P) \frac{\dot{a}}{a} = 0,$$

где b — константа интегрирования, $\alpha = \ln(\alpha t/t)$ (инвариантно относительно замены t на $c_2 t$, c_2 — произвольное число).

Таким образом, (3)—(5) приводят к космологическим моделям с плоским и открытым пространством. Они описываются уравнениями (14) и (18) соответственно. Анализ этих уравнений будет представлен позднее.

29 сентября 1989

Ереванский государственный
университет
Институт прикладных проблем
физики АН Арм.ССР

М. Р. АВАКЯН
Л. Ш. ГРИГОРЯН
А. А. СААРЯН

On Cosmological Models in Generalized Bimetric Theory of Gravitation. Models of the homogeneous and isotropic Universe are discussed in the framework of the bimetric theory with the variable gravitational constant. Equations describing models of flat space and open space Universe are derived.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Ш. Григорян, А. А. Саарян, Материалы VII Всесоюз. конф. «Современные теор. и эксперим. проблемы теории относительности и гравитации», Изд. Ереван. ун-та, Ереван, 1988, стр. 367; *Астрофизика*, 31, 359, 1989.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Наука, М., 1973.