АСТРОФИЗИКА

ТОМ 31 ДЕКАБРЬ, 1989 ВЫПУСК 3

УДК: 52—468—423

О СИЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЕ В СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОМ ДВИЖЕНИИ ГРАВИТИРУЮЩЕГО ГАЗА

Е. А. ФИЛИСТОВ, А. Д. ЧЕРНИН

Поступила 14 сентября 1989
Принята к печати 5 октября 1989

В рамках ньютоновской механики рассматривается сферически-симметричное неустановившееся движение самогравитирующего совершенного газа при наличии сильной ударной волны, за фронтом которой распределение газа является однородным по плотности, а его движение имеет параболический характер.

1. Используем стандартные условия на разрыве и, следуя [1], в случае параболического движения газа за фронтом решаем задачу о законе движения сильной ударной волны, распространяющейся в расширяющемся (или сжимающемся) самогравитирующем газе с нулевым давлением; для радиуса фронта волны, его скорости и массы за фронтом находим:

$$R(t) = C\,t^{2/3} + e_2\,\alpha\,t^{2-\gamma}, \tag{1}$$

$$v(t) = \frac{2}{3}\,e_2\,C\,t^{-1/3} + (2-\gamma)\,\alpha\,t^{1-\gamma}, \tag{2}$$

$$M(t) = \left[m_0^{1/3} + e_2\alpha\left(\frac{2}{9G}\right)^{1/3} t^{\frac{4-3\gamma}{3}}\right]^3, \tag{3}$$

где C — константа интегрирования; $m_0 = 2C^3/(9G)$; $\alpha = (4-3\gamma)^{-1} \times \times [3^{3-\gamma}\,2^{-\gamma}\,A(\gamma-1)(\pi G)^{1-\gamma}]^{1/2}$; A — энтропийная константа; G — гравитационная постоянная; γ — показатель адиабаты; $e_2 = +1$ или -1, если газ за фронтом расширяется или сжимается, соответственно; при $e_2 = -1$ должна быть еще произведена замена $t \to t_2 - t$, $t_2 = t_2(m)$ — момент коллапса слоя с данным значением лагранжевой координаты m, имеющей смысл полной массы внутри сферы, образуемой данными частицами.

Решение перед фронтом волны представляет собой ньютоновский аналог решения Толмена [2] и зависит от времени t и лагранжевой переменной m. Параболическое движение за фронтом, описываемое формулами (1) — (3), формируется при условии, что полная энергия слоя (в расчете на единицу массы) зависит от лагранжевой координаты m следующим образом:

$$E(m) = \left(\frac{2}{9}\right)^{\frac{2-\gamma}{4-3\gamma}} \left(\frac{4-3\gamma}{\gamma-1}\right)^{2} (\alpha G^{1-\gamma})^{\frac{2}{4-3\gamma}} \times$$

$$\times (m^{1/3} - m_0^{1/3})^{\frac{2-3\gamma}{4-3\gamma}} \left(\frac{6-5\gamma}{4-3\gamma} m^{1/3} - m_0^{1/3}\right). \tag{4}$$

При этом от m зависит и момент коллапса слоя: при $E > 0$

$$t_1(m) = \left[\frac{e_2}{\alpha}\left(\frac{9G}{2}\right)^{1/3} (m^{1/3} - m_0^{1/3})\right]^{\frac{3}{4-3\gamma}} \left[1 - e_1 \frac{3(\operatorname{sh}\eta_1 - \eta_1)}{\sqrt{2}(\operatorname{ch}\eta_1 - 1)^{3/2}}\right],$$

$$\operatorname{ch}\eta_1 = 1 + 2\left(\frac{4-3\gamma}{\gamma-1}\right)^2 \frac{m^{1/3} - m_0^{1/3}}{m^{2/3}} \left(\frac{6-5\gamma}{4-3\gamma} m^{1/3} - m_0^{1/3}\right); \tag{5}$$

при $E < 0$

$$t_1(m) = \left[\frac{e_2}{\alpha}\left(\frac{9G}{2}\right)^{1/3} (m^{1/3} - m_0^{1/3})\right]^{\frac{3}{4-3\gamma}} \left[1 - e_1 \frac{3(\eta_1 - \sin\eta_1)}{\sqrt{2}(1 - \cos\eta_1)^{3/2}}\right],$$

$$\cos\eta_1 = 1 + 2\left(\frac{4-3\gamma}{\gamma-1}\right)^2 \frac{m^{1/3} - m_0^{1/3}}{m^{2/3}} \left(\frac{6-5\gamma}{4-3\gamma} m^{1/3} - m_0^{1/3}\right). \tag{6}$$

Здесь $e_1 = +1$ или -1, соответственно, для расширения или сжатия газа перед фронтом. Из всех возможных комбинаций значений e_1, e_2, γ, C не реализуются $e_2 = +1$, $e_1 = \pm 1$, $\gamma > 4/3$ при $C < 0$, а также $e_2 = -1$, $e_1 = \pm 1$, $1 < \gamma < 4/3$ при $C < 0$.

Входящая в решение константа m_0 имеет в различных случаях e_1, e_2, γ, C различный смысл. Например, при $\gamma = 5/3$, $e_1 = \pm 1$, $e_2 = +1$, $C > 0$ m_0 — предельная максимальная масса, способная оказаться за фронтом.

При $m_0 = 0$ решение (1) — (6) переходит в решение Голубятникова [1], имеющее смысл для $\gamma < 4/3$, $e_2 = +1$, $e_1 = \pm 1$, или для $\gamma > 4/3$, $e_2 = -1$, $e_1 = \pm 1$.

2. Как видно из формул (1) — (6), значение $\gamma = 4/3$ является особым; в этом случае решение имеет иной вид:

$$R(t) = e_2 \beta t^{2/3} \ln (t/t_0), \tag{7}$$

$$v(t) = \beta t^{-1/3} \left[1 + \frac{2}{3} \ln (t/t_0) \right], \tag{8}$$

$$M(t) = \frac{2e_2}{9\,G} \left[\beta \ln (t/t_0) \right]^3, \tag{9}$$

$$E(m) = 18\,\beta^2 t_0^{-2/3} \cdot \exp\left\{ -\frac{e_2}{\beta} \left(\frac{4\,G}{3} m \right)^{1/3} \right\} \left[1 - \frac{e_2}{\beta} \left(\frac{4\,G}{81} \right)^{1/3} m^{1/3} \right], \tag{10}$$

где $t_0 > 0$— константа интегрирования, $\beta = 6^{-2/3} (\pi G)^{-1/6} A^{1/2}$.

При $E > 0$

$$\begin{gathered} t_1(m) = t_0 \exp\left\{ \frac{e_2}{\beta} \left(\frac{9\,G}{2} m \right)^{1/3} \right\} \left[1 - e_1 \frac{3(\operatorname{sh} \eta_1 - \eta_1)}{\sqrt{2}(\operatorname{ch}\eta_1 - 1)^{3/2}} \right], \\ \operatorname{ch}\eta_1 = 1 + 18\beta^2 \left(\frac{6}{Gm} \right)^{2/3} \left[1 - \frac{e_2}{\beta} \left(\frac{4\,G}{81} m \right)^{1/3} \right]. \end{gathered} \tag{11}$$

При $E < 0$

$$\begin{gathered} t_1(m) = t_0 \exp\left\{ \frac{e_2}{\beta} \left(\frac{9\,G}{2} m \right)^{1/3} \right\} \left[1 - e_1 \frac{3(\eta_1 - \sin\eta_1)}{\sqrt{2}(1 - \cos\eta_1)^{3/2}} \right], \\ \cos\eta_1 = 1 + 18\beta^2 \left(\frac{6}{Gm} \right)^{2/3} \left[1 - \frac{e_2}{\beta} \left(\frac{4\,G}{81} m \right)^{1/3} \right] \end{gathered} \tag{12}$$

(заметим, что здесь случай $e_2 = -1$, $e_1 = +1$ не реализуется).

Решение (7)—(12) отличается от решения Голубятникова [1] для $\gamma = 4/3$ тем, что у нас среда за фронтом не является релятивистской; из-за этого и само решение имеет существенно иную структуру.

3. Рассмотрим теперь случай, когда движение газа перед фронтом является инерциальным. Если за фронтом движение, как и выше, описывается параболическим решением, то перед фронтом расстояние частицы с данной лагранжевой координатой m от центра есть:

$$r_1 = \frac{2}{\gamma - 1} \left(\frac{G}{6} \right)^{1/3} \frac{[(4\gamma - 5)\, m^{1/3} + (4 - 3\gamma)\, m_0^{1/3}]\,[e_2 t + t_1(m)]}{[(e_2/a)(9G/2)^{1/3} (m^{1/3} - m_0^{1/3})]^{1/(4-3\gamma)}},$$

$$t_1(m) = \frac{(7 - 5\gamma)\, m^{1/3} - 2(4 - 3\gamma)\, m_0^{1/3}}{2[(4\gamma - 5)\, m^{1/3} + (4 - 3\gamma)\, m_0^{1/3}]} \left[\frac{e_2}{a} \left(\frac{9G}{2} \right)^{1/3} (m^{1/3} - m_0^{1/3}) \right]^{\frac{3}{4-3\gamma}}.$$

Для $\gamma = 4/3$ решение имеет вид

$$r_1 = \left(\frac{4\,G}{3}\right)^{1/3} \frac{(m^{1/3} - e_2 n)(e_2 t + t_1)}{t_0^{1/3} \exp\{(3e_2/n)\, m^{1/3}\}},$$

$$t_1(m) = \frac{m^{1/3} + 2e_2 n}{2(m^{1/3} - e_2 n)}\, t_0 \exp\{9\, e_2\, m^{1/3}/n\},$$

$$n = \beta\,(162/G)^{1/3}.$$

В обоих случаях закон движения фронта остается тем же, что и, соответственно, в решениях (1) — (3) и (7) — (9).

Шадринский государственный
педагогический институт
Ленинградский государственный педагогический
институт им. А. И. Герцена

ON A STRONG SHOCK IN A SPHERICAL FLOW OF GRAVITATING GAS

E. A. FILISTOV, A. D. CHERNIN

An exact solution for a spherical non-stationary flow of perfect self-gravitating gas with a strong shock is obtained and considered in non-relativistic Newtonian approximation; the flow behind the shock front is asumed to be uniform and parabolic.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. Н. Голубятников*, Докл. АН СССР, 227, 1067, 1976.
2. *R. Tolman*, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A., 20, 169, 1934.