

УДК: 524.3—782

ГОФРИРОВОЧНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СИЛЬНОЙ ПАРALLELЛЬНОЙ МЕДЛЕННОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ. I. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ ДЛЯ СЛУЧАЯ РАДИАТИВНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

М. А. ЭДЕЛЬМАН

Поступила 11 ноября 1988

Принята к печати 23 мая 1989

В сильном магнитном поле полярных ударных волн (УВ), возникающая в основании аккреционной колонки у поверхности белого карлика, является медленной. Выполнены расчеты устойчивости такой УВ для случая $L_c \ll R_{w.d.}$ и $\tilde{B}_0 = v_{A0}/v_0$, равного 2 и 10 (L_c — характерный масштаб охлаждения газа за фронтом УВ, $R_{w.d.}$ — радиус белого карлика, v_{A0} — альфвеновская скорость перед фронтом УВ, v_0 — скорость набегающего газа на фронт) относительно возмущений поверхности фронта вида $\eta = \eta_0 e^{i(\omega t + k_z z)}$.

Для волн с длиной $\lambda_z > k \tilde{B}_0^{-1} L_c$ (коэффициент $k \sim 1$) значения ω у всех мод такие же, как при колебательной неустойчивости. Волны, для которых $\lambda_z < k \tilde{B}_0^{-1} L_c$, аperiodически неустойчивы. Гофрировочная неустойчивость может объяснить шум, наблюдаемый у полярных с массой белого карлика $M_{w.d.} \approx M_\odot$.

1. *Введение.* Две стороны проблемы устойчивости ударных волн (УВ) относительно возмущений поверхности фронта — это гофрировочная неустойчивость в однородном газе и колебательная неустойчивость радиативных УВ.

Исследование гофрировочной неустойчивости восходит к работе Дьякова [1]. Устойчивость магнитогидродинамических УВ изучена в работах [2—4]. Нелинейный режим неустойчивости не исследован [5].

Колебательная неустойчивость была открыта при исследовании модели излучающей области в объектах типа АМ Геркулеса [6]. Объекты типа АМ Геркулеса — это двойные системы с орбитальным периодом порядка часа, в состав которых входит замагниченный белый карлик ($H \sim 10^7$ Гс), являющиеся рентгеновскими источниками [7]. Сильное магнитное поле препятствует образованию аккреционного диска, и источником рентгеновского излучения является горячий газ за фронтом УВ, возникающей при

аккреции на магнитный полюс белого карлика. Суть колебательной неустойчивости состоит в том, что фронт УВ «раскачивается» относительно своего стационарного положения, выходя на установившийся нелинейный колебательный режим, при котором температура и светимость газа за фронтом тоже осциллируют.

Возможность наблюдения переменности излучения, связанной с колебаниями поверхности разрыва, вызвала появление теоретических работ, в которых учитывалось влияние электронной теплопроводности, неравенства электронной и ионной температур, охлаждения на обратном Комптон-эффекте и релятивистских поправок к тормозному излучению [8—11]. Авторы работы [12], анализируя оптические фотометрические наблюдения АН Большой Медведицы, пришли к выводу, что переменность излучения находится в согласии с моделью нестабильности фронта УВ.

В работах [13, 14] исследовалась возможность возбуждения волн на поверхности фронта радиативных УВ. Инкремент неустойчивости имеет максимум для волн с длиной (λ_z) порядка длины охлаждения газа за фронтом (L_c), а более короткие волны быстро затухают. Постоянное гравитационное поле уменьшает значение инкремента волновых возмущений фронта.

Как отмечалось выше, характер аккреции и излучения объектов типа АМ Геркулеса определяется сильным магнитным полем белого карлика. Отношение альфвеновской скорости в газе перед фронтом к скорости натекания газа на фронт ($\tilde{B}_0 = v_{A0}/v_0$) для этих объектов равно $10 \div 100$, т. е. ударная волна является медленной. Численные результаты работы [3] свидетельствуют о том, что медленная ударная волна в однородном газе неустойчива.

В данной работе численно исследуется линейная устойчивость сильной радиативной медленной параллельной ударной волны. В области коротких волн результаты совпадают с результатами аналитических расчетов гофрировочной неустойчивости.

2. Невозмущенное течение. Невозмущенное течение то же, что и в работах [8, 13, 14], где проводится линейный анализ колебательной неустойчивости. При условии $\tilde{B}_0 > 1$, а в этом случае УВ эволюционна, параллельное магнитное поле (B_0) не влияет на течение. Газ набегаёт на фронт со скоростью v_0 , причем $M = v_0/v_{s0} \gg 1$ (v_{s0} — скорость звука перед фронтом). За фронтом газ охлаждается до низких температур и сжимается, так что расстояние от фронта до поверхности, на которую идет аккреция, практически всегда равно L_c . Ниже всюду полагаем $\gamma = 5/3$.

Уравнения, описывающие течение за фронтом, имеют вид:

$$\bar{v}_\lambda \bar{\rho} = v_0 \rho_0; \quad \bar{v}_\lambda^2 \bar{p} + \bar{p} = v_0^2 \rho_0; \quad \bar{p} = \frac{R}{\mu} \bar{\rho} \bar{T}; \quad (1)$$

$$\bar{v}_\lambda \frac{d\bar{T}}{d\lambda} + \frac{2}{3} \bar{T} \frac{d\bar{v}_\lambda}{d\lambda} = -\Lambda(\bar{T}) \bar{\rho}, \quad (2)$$

где ρ_0 — плотность газа перед фронтом, а \bar{v}_λ , \bar{p} , $\bar{\rho}$, \bar{T} — скорость вдоль оси λ , давление, плотность и температура газа на некотором расстоянии от фронта ($\lambda_{sh} = 0$, $v_{sh} = 0$); $\Lambda(\bar{T}) = k\bar{T}^\alpha$. Температура газа непосредственно за фронтом $T(0) = \frac{3}{16} \frac{\mu}{R} v_0^2$, плотность — $4 \cdot \rho_0$. После введения безразмерных переменных

$$\bar{\rho} = \frac{\rho}{2\rho_0}, \quad \bar{v}_{\lambda 0} = \frac{2\bar{v}_\lambda}{v_0}, \quad \bar{\theta}_0 = 4 \frac{R}{\mu} \frac{\bar{T}}{v_0^2}, \quad \bar{p}_0 = \frac{2\bar{p}}{\rho_0 v_0^2}, \quad \theta = \sqrt{1 - \bar{\theta}_0} \quad (3)$$

и

$$\tilde{\Lambda}_0 = 24 \frac{R}{\mu} \frac{\rho_0}{v_0^2} \Lambda(\bar{T}) \quad (4)$$

система (1), (2) принимает вид:

$$\bar{\rho}_0 = (1 - \theta_0)^{-1}; \quad \bar{v}_{\lambda 0} = 1 - \theta_0; \quad \bar{p}_0 = 1 + \theta_0; \quad \bar{\theta}_0 = 1 - \theta_0^2; \quad (5)$$

$$\frac{d\theta_0}{d\lambda} = \frac{\tilde{\Lambda}_0}{(1 - \theta_0)^2 (4\theta_0 + 1)}, \quad (6)$$

а на фронте $\theta_0 = 0.5$.

Из (6) следует:

$$L_c = \int_0^{0.75} \frac{\tilde{\theta}_0^2 (4\theta + 1)}{2 \tilde{\Lambda}_0 \theta_0 (1 + \theta_0)^2} d\tilde{\theta}_0 \approx \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^\alpha \left(4 \frac{R}{\mu}\right)^{\alpha-1} v_0^{3-2\alpha}}{16(3-\alpha)k \rho_0} \quad (7)$$

3. Уравнения, описывающие малые возмущения. Линеаризованная система уравнений магнитной газодинамики, учитывающая тепловые потери, имеет вид (возмущения распространяются в плоскости λ , z):

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} + \rho_1 \frac{d\bar{v}_\lambda}{d\lambda} + \bar{p} \left(\frac{\partial v_{\lambda 1}}{\partial \lambda} + \frac{\partial v_{z 1}}{\partial z} \right) + v_{\lambda 1} \frac{d\bar{p}}{d\lambda} + \bar{v}_\lambda \frac{\partial p_1}{\partial \lambda} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{\partial v_{\lambda 1}}{\partial t} + v_{\lambda 1} \frac{d\bar{v}_{\lambda}}{d\lambda} + \bar{v}_{\lambda} \frac{\partial v_{\lambda 1}}{\partial \lambda} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p_1}{\partial \lambda} + \frac{\rho_1}{\bar{\rho}^2} \frac{d\bar{p}}{d\lambda}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial v_{z1}}{\partial t} + \bar{v}_z \frac{\partial v_{z1}}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p_1}{\partial z} + \frac{B_0}{4\pi\bar{\rho}} \left(\frac{\partial B_{z1}}{\partial \lambda} - \frac{\partial B_{\lambda 1}}{\partial z} \right); \quad (10)$$

$$\frac{\partial B_{z1}}{\partial t} = B_0 \frac{\partial v_{z1}}{\partial \lambda} - B_{z1} \frac{d\bar{v}_{\lambda}}{d\lambda} - \bar{v}_{\lambda} \frac{\partial B_{z1}}{\partial \lambda}; \quad (11)$$

$$\frac{\partial B_{\lambda 1}}{\partial t} = \bar{v}_{\lambda} \frac{\partial B_{z1}}{\partial z} - B_0 \frac{\partial B_{\lambda 1}}{\partial z}; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial t} + v_{\lambda 1} \frac{d\bar{T}}{d\lambda} + \bar{v}_z \frac{\partial T_1}{\partial z} = -\Lambda(\bar{T}) \rho_1 - \frac{\partial \Lambda}{\partial \bar{T}} \bar{\rho} T_1 - \\ - \frac{2}{3} \bar{T} \left(\frac{dv_{\lambda 1}}{d\lambda} + \frac{\partial v_{z1}}{\partial z} \right) - \frac{2}{3} T_1 \frac{d\bar{v}_{\lambda}}{d\lambda}; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{p_1}{\bar{p}} = \frac{\rho_1}{\bar{\rho}} + \frac{T_1}{\bar{T}}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial v_{y1}}{\partial t} + \bar{v}_{\lambda} \frac{\partial v_{y1}}{\partial \lambda} = \frac{B_0}{4\pi\bar{\rho}} \frac{\partial B_{y1}}{\partial \lambda}; \quad (15)$$

$$\frac{\partial B_{y1}}{\partial t} = B_0 \frac{\partial v_{y1}}{\partial \lambda} - B_{y1} \frac{d\bar{v}_{\lambda}}{d\lambda} - \bar{v}_{\lambda} \frac{\partial B_{y1}}{\partial \lambda}, \quad (16)$$

где, как обычно, индексы 1 обозначены возмущенные величины.

Перед фронтом газ однороден (время охлаждения много больше характерных времен задачи). В уравнениях (8)—(16) переменные с чертой необходимо заменить переменными с индексом «0», причем все производные от них равны нулю. Ищем решение в виде $\varphi_{1j} = \varphi_{2j} e^{i(\omega t + k_x x + k_{\lambda} \lambda)}$, где k_x действительно, а $\text{Im } k_{\lambda} \leq 0$, что соответствует учету лишь волн, распространяющихся от фронта. Из семи волн, которые могут существовать в газе перед фронтами, от него уходят лишь две [15] — альфвеновская и быстрая магнитозвуковая.

Введем переменные $\tilde{\varphi}_j = \frac{\varphi_{2j}}{\varphi_0 k_x \eta_0}$ (например, $\tilde{v}_{\lambda} = \frac{v_{\lambda 2}}{v_0 k_x \eta_0}$), где η_0 — амплитуда колебаний поверхности фронта УВ, а также $\Omega = \frac{2\omega}{k_x v_0}$

и $l = \frac{k_{\lambda}}{k_x}$. Тогда в альфвеновской волне

$$\tilde{v}_y = \tilde{B}_0 \tilde{B}_y. \quad (17)$$

Пренебрегая в (8)—(14) членами порядка M^{-2} получаем следующие соотношения для быстрой магнитозвуковой волны:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_z &= \left(1 + \frac{\Omega}{2l}\right) \tilde{B}_z; \quad \tilde{p} = -\frac{5}{3l} \tilde{B}_z; \quad \tilde{v}_\lambda = 0; \\ \tilde{B}_\lambda &= -\frac{1}{l} \tilde{B}_z; \quad \tilde{\rho} = -\frac{1}{l} \tilde{B}_z, \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$l = \frac{\frac{\Omega}{2} \pm \tilde{B}_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 - \tilde{B}_0^2}}{\tilde{B}_0^2 - 1}. \quad (19)$$

В (19) знак выбирается так, чтобы при $\text{Im} \Omega < 0$ выполнялось условие $\text{Im} l < 0$.

Для описания газа за фронтом воспользуемся уравнениями из работы [13] и переменными, введенными в этой работе:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= k_x \lambda; \quad \tilde{\Lambda}_{01} = \frac{\tilde{\Lambda}_0}{k_x}; \quad \rho_1 = 2\rho_0 \rho_0 \eta_0 k_x R_2; \\ v_{\lambda 1} &= \frac{1}{2} v_0 \tilde{v}_{\lambda 0} \eta_0 k_x v_{\lambda 2}; \quad v_{z 1} = -\frac{i}{2} v_0 \tilde{v}_{\lambda 0} \eta_0 k_x v_{z 2}; \\ v_{y 1} &= -\frac{i}{2} v_0 \tilde{v}_{\lambda 0} \eta_0 k_x v_{y 2}; \quad T_1 = \frac{\mu v_0^2}{4R} \tilde{\theta}_0 \eta_0 k_x \theta_2; \\ p_1 &= \frac{\rho_0 v_0^2}{2} \tilde{\rho}_0 \eta_0 k_x p_2; \quad B_{\lambda 1} = \frac{1}{2} B_0 \eta_0 k_x B_{\lambda 2}; \\ B_{z 1} &= \frac{i}{2} B_0 \eta_0 k_x B_{z 2}; \quad B_{y 1} = \frac{i}{2} B_0 \eta_0 k_x B_{y 2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Ищем решение вида $\varphi_{2j} = \varphi_{3j}(\lambda_1) e^{i(\omega t + k_x x)}$. В качестве независимой переменной выбираем $\tilde{\theta}_0$. Система, описывающая магнитозвуковые и энтропийную волны, имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d v_{z 3}}{d \tilde{\theta}_0} + \frac{\tilde{B}_0^2}{\tilde{v}_{\lambda 0}} \frac{d B_{z 3}}{d \tilde{\theta}_0} &= \left(\frac{d \tilde{\theta}_0}{d \lambda_1}\right)^{-1} \left\{ -\left(\frac{i \Omega}{\tilde{v}_{\lambda 0}} + \frac{1}{\tilde{v}_{\lambda 0}} \frac{d \tilde{v}_{\lambda 0}}{d \lambda_1}\right) v_{z 3}^* + \right. \\ &\left. + \frac{\tilde{\theta}_0}{\tilde{v}_{\lambda 0}^2} (\theta_3 + R_3) + \frac{i \tilde{B}_0^2}{\Omega} (\tilde{B}_{z 3} + 2v_{z 3}^*) \right\}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{d\dot{v}_{z3}^*}{d\tilde{\theta}_0} + \frac{1}{2} \frac{dB_{z3}^*}{d\tilde{\theta}_0} = - \left(\frac{d\tilde{\theta}_0}{d\lambda_1} \right)^{-1} \times \\
& \times \left\{ \frac{1}{\tilde{v}_{\lambda 0}} \frac{d\tilde{v}_{\lambda 0}}{d\lambda_1} v_{z3}^* + \left(\frac{i\Omega}{2\tilde{v}_{\lambda 0}} + \frac{1}{2\tilde{v}_{\lambda 0}} \frac{d\tilde{v}_{\lambda 0}}{d\lambda_1} \right) B_{z3}^* \right\}; \\
& \frac{dv_{\lambda 3}^*}{d\tilde{\theta}_0} + \frac{\tilde{\theta}_0}{\tilde{v}_{\lambda 0}^2} \frac{dR_3}{d\tilde{\theta}_0} + \frac{\tilde{\theta}_0}{\tilde{v}_{\lambda 0}^2} \frac{d\theta_3}{d\tilde{\theta}_0} = \\
& = \left(\frac{d\tilde{\theta}_0}{d\lambda_1} \right)^{-1} \left\{ - \left(\frac{i\Omega}{\tilde{v}_{\lambda 0}} + \frac{2}{\tilde{v}_{\lambda 0}} \frac{d\tilde{v}_{\lambda 0}}{d\lambda_1} \right) v_{\lambda 3} + \frac{1}{\tilde{v}_{\lambda 0}} \frac{d\tilde{v}_{\lambda 0}}{d\lambda_1} \theta_3 \right\}; \quad (21) \\
& \frac{dv_{\lambda 3}}{d\tilde{\theta}_0} + \frac{dR_3}{d\tilde{\theta}_0} = - \left(\frac{d\tilde{\theta}_0}{d\lambda_1} \right)^{-1} \left\{ v_{z3}^* + \frac{i\Omega R_3}{\tilde{v}_{\lambda 0}} \right\}; \\
& \frac{dv_{\lambda 3}}{d\tilde{\theta}_0} + \frac{3}{2} \frac{d\theta_3}{d\tilde{\theta}_0} = \left(\frac{d\tilde{\theta}_0}{d\lambda_1} \right)^{-1} \left\{ -v_{z3}^* + \frac{\tilde{\Lambda}_{01}}{\tilde{v}_{\lambda 0}^2 \tilde{\theta}_0} v_{\lambda 3} - \frac{\tilde{\Lambda}_{01}}{\tilde{v}_{\lambda 0}^2 \tilde{\theta}_0} R_3 - \right. \\
& \left. - \left(\frac{3}{2} \frac{i\Omega}{\tilde{v}_{\lambda 0}} + \frac{1}{\tilde{v}_{\lambda 0}^2} \frac{d\tilde{\Lambda}_{01}}{d\tilde{\theta}_0} - \frac{\tilde{\Lambda}_{01}}{\tilde{v}_{\lambda 0}^2 \tilde{\theta}_0} \right) \theta_3 \right\}.
\end{aligned}$$

Система, описывающая альфвеновские волны, имеет вид:

$$\frac{dv_{y3}^*}{d\tilde{\theta}_0} + \frac{\tilde{B}_0^2}{\tilde{v}_{\lambda 0}} \frac{dB_{y3}^*}{d\tilde{\theta}_0} = - \left(\frac{d\tilde{\theta}_0}{d\lambda_1} \right)^{-1} \left(\frac{i\Omega}{\tilde{v}_{\lambda 0}} + \frac{1}{\tilde{v}_{\lambda 0}} \frac{d\tilde{v}_{\lambda 0}}{d\lambda_1} \right) v_{y3}^*; \quad (22)$$

$$\frac{dv_{y3}^*}{d\tilde{\theta}_0} + \frac{1}{2} \frac{dB_{y3}^*}{d\tilde{\theta}_0} = -$$

$$- \left(\frac{d\tilde{\theta}_0}{d\lambda_1} \right)^{-1} \left\{ \frac{1}{\tilde{v}_{\lambda 0}} \frac{d\tilde{v}_{\lambda 0}}{d\lambda_1} v_{y3}^* + \left(\frac{i\Omega}{2\tilde{v}_{\lambda 0}} + \frac{1}{2\tilde{v}_{\lambda 0}} \frac{d\tilde{v}_{\lambda 0}}{d\lambda_1} \right) B_{y3}^* \right\}.$$

4. *Граничные условия.* Возмущения поверхности фронта стационарной УВ выбираем в виде $\eta = \eta_0 e^{i(\omega t + k_x x)}$. Условия на поверхности магнито-гидродинамического разрыва даны в [15]. Учитывая градиентные чле-

ны, связанные с неоднородностью газа за фронтом УВ, в введенных переменных граничные условия при $\lambda = 0$ ($\tilde{\theta}_0 = 0.75$) имеют вид:

$$\begin{aligned} R_s &= -\frac{1}{l} \bar{B}_s - \bar{\Lambda}_{01}; \\ v_{s3} &= \frac{3}{2} i\Omega + \frac{8}{3} \bar{\Lambda}_{01}; \\ \theta_s &= -i\Omega + \frac{16}{9} \bar{\Lambda}_{01} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} B_{s3}^* &= -\frac{6}{4\bar{B}_0^2 - 1} - 8i \frac{\bar{B}_0^2 - 1}{4\tilde{B}_0^2 - 1} \bar{B}_s; \\ v_{s3}^* &= \frac{3}{4\bar{B}_0^2 - 1} + 4i \left(\frac{\Omega}{2l} + \frac{\bar{B}_0^2 - 1}{4\bar{B}_0^2 - 1} \right) \bar{B}_s; \\ B_{y3}^* &= -8i \frac{\bar{B}_0^2 - 1}{4\tilde{B}_0^2 - 1} \bar{B}_y; \\ v_{y3}^* &= 4i \frac{\tilde{B}_0 (\tilde{B}_0^2 - 1) (4\tilde{B}_0^2 + 1)}{4\bar{B}_0^2 - 1} \bar{B}_y. \end{aligned} \quad (24)$$

У поверхности звезды, на которую идет аккреция, газ останавливается. Это дает еще одно граничное условие

$$v_{\lambda 1}(\tilde{\theta}_0 = 0) = 0. \quad (25)$$

Последним условием, замыкающим всю систему уравнений и граничных условий, является «приклеенность» силовых линий к поверхности, на которую идет аккреция. Это условие, очевидное для поверхности нейтронных звезд [16], с некоторыми оговорками применимо и к белым карликам [17]. Запишем его в следующем виде:

$$\int_{-\infty}^{L_c} \frac{B_{s1}}{B_0} d\lambda = 0; \quad \int_{-\infty}^{L_c} \frac{B_{y1}}{B_0} d\lambda = 0. \quad (26)$$

После введения

$$\varphi_s = \int_0^{\lambda_1} B_{s3}^* d\lambda_1 - \frac{2}{l} \bar{B}_s \quad \text{и} \quad \varphi_y = \int_0^{\lambda_1} B_{y3}^* d\lambda_1 - \frac{2}{l} \bar{B}_y, \quad (27)$$

дополнительные условия принимают вид:

$$\frac{d\varphi_z}{d\tilde{\theta}_0} = \left(\frac{d\tilde{\theta}_0}{d\lambda_1} \right)^{-1} B_{zs}^*; \quad \varphi_z(\tilde{\theta}_0 = 0.75) = -\frac{2}{l} \tilde{B}_{zs}; \quad \varphi_z(\tilde{\theta}_0 = 0) = 0; \quad (28)$$

$$\frac{d\varphi_y}{d\tilde{\theta}_0} = \left(\frac{d\tilde{\theta}_0}{d\lambda_1} \right)^{-1} B_{ys}^*; \quad \varphi_y(\tilde{\theta}_0 = 0.75) = -\frac{2}{l} \tilde{B}_{ys}; \quad \varphi_y(\tilde{\theta}_0 = 0) = 0. \quad (29)$$

Окончательно, (22), (24), (29) определяют задачу об устойчивости УВ относительно возбуждения поверхностью разрыва альфвеновских волн, а (21), (23), (28) — задачу об устойчивости УВ относительно возмущений формы фронта.

5. Метод решения и результаты. Обе задачи решались численно методом пристрелки. В каждой имеется по два комплексных параметра (Ω и \tilde{B}_z или \tilde{B}_y), которые подгоняются так, чтобы удовлетворить граничным условиям при $\lambda = L_c$.

Устойчивость УВ относительно возбуждения альфвеновских волн исследована при $\Lambda(\bar{T}) \propto \bar{T}^\alpha$ для $\alpha = -1.5 \div +2$ и $\tilde{B}_0 = 2 + 20$. Во всех случаях УВ оказалась устойчивой.

Задача (21), (23), (28) решалась при $\Lambda \propto \rho^2 T^{1/2}$, что соответствует охлаждению на свободно-свободных переходах, для $\tilde{B}_0 = 2$ и $\tilde{B}_0 = 10$. Результаты расчётов представлены на рис. 1, 2. На рис. 1 приведены для сравнения зависимости $\text{Im}\Omega = \Omega_I$ от $\tilde{\lambda} = \lambda_s/4L_c$ при $\tilde{B}_0 = 0$.

Расчеты показывают, что в случае $\tilde{B}_0 = 2$ для $\tilde{\lambda} > 1$ значения инкремента ($-\omega_I$) и частота колебаний (ω_R) практически совпадают с их значениями при колебательной неустойчивости ($\lambda_z \rightarrow \infty$) у всех мод. Соответственно, малыми оказываются амплитуды возмущений поперечной скорости и поперечного магнитного поля. Эволюция таких возмущений определяется неустойчивостью второй (O1) и третьей (O2) мод. С уменьшением $\tilde{\lambda}$ декремент затухания фундаментальной (F) моды уменьшается, и при $\lambda = 0.54$

F-мода становится неустойчивой. Вплоть до $\tilde{\lambda} = 0.35$ инкременты нарастания O1- и O2-мод больше инкремента нарастания F-моды. При $\lambda \approx 0.35$ характер неустойчивости резко меняется. F-мода становится аperiодически неустойчивой ($\omega_R = 0$), инкремент нарастания быстро увеличивается и выходит на асимптотику $\Omega_I \approx -0.1$. O1-мода становится устойчивой при $\tilde{\lambda} = 0.15$. В случае $\tilde{B}_0 = 10$ волны с $\tilde{\lambda} > 0.092$, для которых выполнены расчеты, имеют значения ω_R и ω_I такие же, как при $\tilde{\lambda} \rightarrow \infty$.

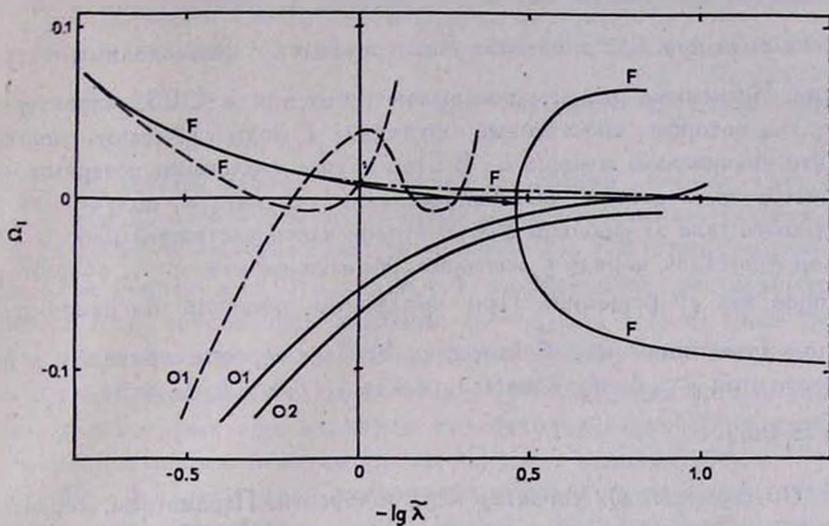


Рис. 1. Зависимость декремента затухания от длины волны. Сплошные линии относятся к случаю $\tilde{B}_0 = 2$, пунктирные — $\tilde{B}_0 = 0$, штрих-пунктирная линия — $\tilde{B}_0 = 10$. Около каждой кривой указано, к какой моде она относится.

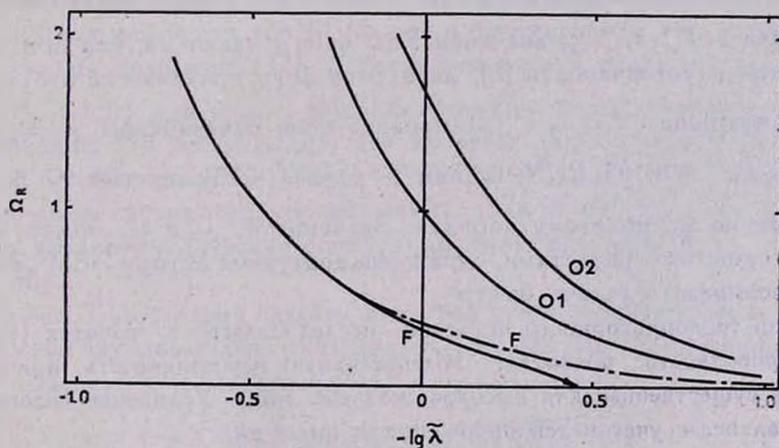


Рис. 2. Зависимость частоты колебаний от длины волны. Сплошные линии относятся к случаю $\tilde{B}_0 = 2$, штрих-пунктирная — $\tilde{B}_0 = 10$.

Попытки продолжить численные расчеты данным методом в область коротких волн при всех значениях \tilde{B}_0 встречаются с непреодолимыми трудностями. Численные расчеты показывают, что при $\tilde{\lambda} < 0.35$ характерный размер, на котором собственные функции F-моды убывают, порядка k^{-1} , что значительно меньше L_c . В этом случае тепловыми потерями можно пренебречь, и должны быть справедливы результаты, полученные для однородного газа за фронтом УВ во второй части настоящей работы [18]. В однородном газе, наряду с решением, убывающим как $e^{-\lambda}$, существует растущее как e^{λ} решение. При численном решении погрешность в пробном значении Ω или \tilde{B}_s порядка 10^{-15} на фронте приведёт к погрешности при $\lambda \approx L_c$ порядка 0.1, когда $\lambda_1(L_c) = k_s L_c \approx 34$, то есть для $\tilde{\lambda} \approx 0.02$.

6. Обсуждение. а) Характер неустойчивости. Параметром, характеризующим влияние магнитного поля в системе (21), (23), (28), является величина $\Omega \tilde{\Lambda}_{01}(0) \tilde{B}_0^2 \sim \tilde{\Lambda}_{01}^2 \tilde{B}_0^2$, которая позволяет определить критическую длину волны $\tilde{\lambda}_{cr} \sim \tilde{B}_0^{-1}$. По результатам расчётов можно предположить, что $\alpha = 0.5$ справедливо $\tilde{\lambda}_{cr} = k \tilde{B}_0^{-1}$ с $k \approx 0.5 \div 0.8$; для O1— и O2—мод коэффициент должен быть в несколько раз меньше. Для волн с $\tilde{\lambda} > \tilde{\lambda}_1 > \tilde{\lambda}_{cr}$ значения $\text{Re } \omega$ и $\text{Im } \omega$ такие же, как при колебательной неустойчивости [8], дисперсия воли практически отсутствует. Возмущения с $\tilde{\lambda} < \tilde{\lambda}_2 < \tilde{\lambda}_{cr}$ аперiodически неустойчивы с $\Omega_I = -0.416 \tilde{B}_0^{-2} + 0.155 \tilde{B}_0^{-4} - 0.12 \tilde{B}_0^{-6} + O(\tilde{B}_0^{-8})$ [18], причём $\tilde{\lambda}_1$ больше $\tilde{\lambda}_2$ примерно на половину порядка. Значения k , $\tilde{\lambda}_1$ и $\tilde{\lambda}_2$ можно уточнить численными расчётами, однако на доступной автору ЭВМ „Э—60“ это невозможно сделать быстро.

Роль теплопроводности численно исследовалась в работах [9, 11]. Теплопроводность подавляет колебательную неустойчивость, причем ее влияние существеннее для высокочастотных мод. Уравнение энергетического баланса с учетом теплопроводности имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \nabla T = -\Lambda(T) \rho - \frac{2}{3} T \text{div } \vec{v} + \frac{2}{3} \frac{\mu}{R\rho} \text{div} (\kappa \nabla T). \quad (30)$$

Это уравнение позволяет выделять два масштаба:

$$L_c \sim \frac{1}{3 \Lambda_0} \sim 10^6 \frac{v_{08}^2}{\rho_{0-8}} \text{ и } L_x \sim x_{11} \frac{\mu}{R v_0 \rho_0} \sim 2 \cdot 10^4 \frac{v_{08}^4}{\rho_{0-8}}, \quad (31)$$

где $x_{11} = 2 \cdot 10^{-4} T^{5/2} / (z^4 \ln \Lambda)$ [19] и при аккреции на белые карлики $\ln \Lambda \approx 20$, $v_{08} = 10^{-8} v_0$, $\rho_{0-8} = 10^8 \rho_0$.

Из результатов работы [11] период колебаний F-моды $T \approx 3.1 t_c$, где t_c — обычно понимаемое время охлаждения (отношение тепловой энергии к скорости охлаждения газа) за фронтом УВ. Частота колебаний n -ой моды (для F-моды $n = 0$) $\omega_n \approx (2n + 1) \omega_0$. Масштаб, на котором изменяется n -ая собственная функция $L_n \sim L_c / (2n + 1)$ и теплопроводность подавляет колебательную неустойчивость n -ой моды, когда $L_n \sim L_x$, что эквивалентно $v_{08} \sim 7 \cdot (2n + 1)^{-1/2}$. Оценки масс белых карликов, для которых еще возможна колебательная неустойчивость O1-моды, по различным работам [9, 11, 12] дают величину $M_{w. d.} < (0.3 + 0.9) \cdot M_\odot$. В случае, если теплопроводность существеннее охлаждения, критическое значение $\lambda_x \sim L_x$. Волны с $\lambda_x \ll L_x$ будут аперiodически неустойчивы [18], а колебательная неустойчивость длинных волн подавлена.

б). *Возможность наблюдения.* Нелинейный анализ гофрировочной неустойчивости не проведен, однако можно предположить, что на этой стадии возмущения фронта будут давать шум в энергетическом спектре $E(t)$, подобный наблюдаемому у AN UMa как в рентгеновском, так, возможно, и в оптическом диапазоне [12]. Уровень этого шума определяется отношением $\lambda_{scr}^2 / (A_{scr})$, где A_{scr} — площадь сечения аккреционной колонки у основания. Из рис. 3 видно, что высокий уровень шума можно ожидать у полярков с массой белого карлика $M_{w. d.} \geq 0.8 \cdot M_\odot$, причем с увеличением светимости уровень шума должен убывать. И заметный шум и квазипериодические осцилляции возможны при $M_{w. d.} \sim (0.8 + 1) \cdot M_\odot$.

К рис. 3 необходимо сделать несколько пояснений. Во-первых, при его построении использовалось значение A_{scr} из работы [20] (простая кинематическая модель и дипольное поле):

$$A_{scr} = 4.6 \cdot 10^{16} B_{07}^{-47} R_9^{117} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{17} L_{33}^{27}, \quad (32)$$

где $B_{07} = 10^{-7} B_0$, $R_9 = 10^{-9} R_{w. d.}$, $L_{33} = 10^{-33} L$ и $L = G \frac{M M_{w. d.}}{R_{w. d.}}$.

Но, согласно [21], это отношение может быть меньше, что приведет к увеличению отношения $\lambda_{scr}^2 / A_{scr}$. Во-вторых, все расчеты и оценки

верны в случае, если высота фронта УВ над поверхностью белого карлика значительно меньше радиуса белого карлика $R_{w.d.}$, который получается из соотношения масса—радиус [22]:

$$R_{w.d.}(M_{w.d.}) = 8.5 \cdot 10^8 \left[1.286 \left(\frac{M_{w.d.}}{M_{\odot}} \right)^{-2/3} - 0.777 \left(\frac{M_{w.d.}}{M_{\odot}} \right)^{2/3} \right]^{1/2}. \quad (33)$$

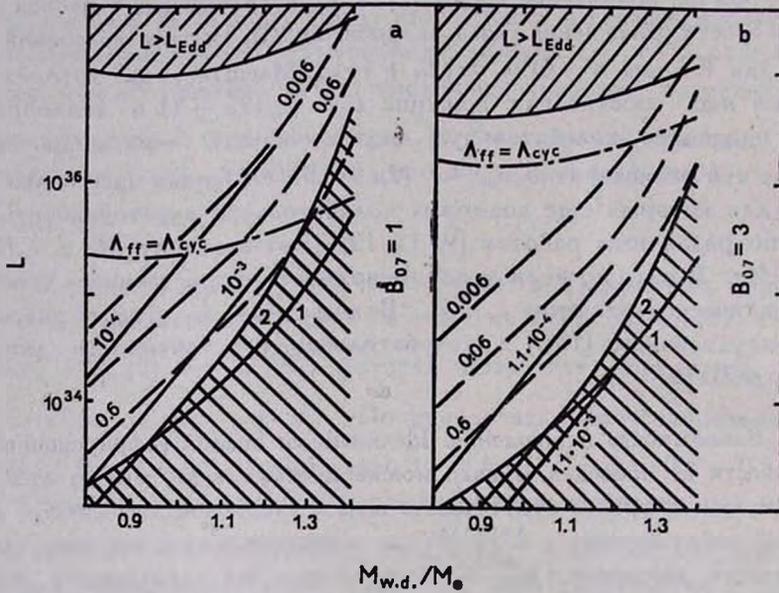


Рис. 3. Приведены кривые, на которых отношения $L_{ff} B_0^{-2} / A_{cap}$ (сплошные кривые) и L_c^2 / A_{cap} (пунктирные кривые) имеют постоянные значения, указанные около кривых. В верхней заштрихованной части графиков светимость выше эддингтоновского предела. На штрих-пунктирной кривой $L_{ff} = L_{cyc}$. На кривой 1 $L_{ff} = R_{w.d.}/2$, а на кривой 2 $L_c = R_{w.d.}/2$, и ниже этих кривых результаты расчётов неприменимы. В случае а) $B_{07} = 1$, в случае б) $B_{07} = 3$.

В-третьих, вопрос о соотношении тормозного и циклотронного излучений рассматривался в ряде работ. Кривые, на которых $L_{ff} = L_{cyc}$, построены по результатам работы [23], однако расчёты [24] и качественный анализ [12] показывают, что эти кривые могут лежать значительно ниже. Циклотронное излучение будет существеннее в нижней части графика. При этом колебательная неустойчивость отсутствует, а в определении λ_{cr} вместо L_c необходимо подставить L_{cyc} .

В наблюдаемом шуме могут присутствовать пульсации на временах $t \lesssim t_{max}$, а для оценки t_{max} существуют два характерных времени:

$(-\omega_{\text{Imin}})^{-1}$ и $\lambda_{\text{sc}}/v_{A0}$. При охлаждении тормозным излучением $-\omega_{\text{Imin}} \sim 0.1 (\bar{B}_0^{-1} t_c)^{-1}$ и $t_{\text{max}} \sim 10 \cdot t_1 \bar{B}_0^{-1}$, где t_1 — период колебаний O1-моды. Такая переменность уже сейчас доступна наблюдениям. Характерные значения частот $v_{A0}/\lambda_{\text{sc}} \sim 10^3 + 10^5$. Более точно о значении t_{max} можно будет судить лишь после решения нелинейной задачи.

Автор выражает благодарность С. Ф. Пименову, Ю. А. Щекинову и С. Н. Овчинниковой за полезные обсуждения.

Ростовский педагогический
институт

CORRUGATION INSTABILITY OF STRONG PARALLEL SLOW SHOCK WAVE. I. NUMERICAL CALCULATION FOR THE CASE OF RADIATIVE SHOCK

M. A. EDELMAN

A shock, appearing at the ground of the accretion column near the surface of white dwarf, in the strong magnetic field of the AM Her systems is 'slow shock'. Its stability is numerically investigated for the case $L_c \ll R_{\text{w. d.}}$ and $B_0 = v_{A0}/v_0$ equal 2 and 10 (L_c — the cooling length in the post-shock gas, $R_{\text{w. d.}}$ — the radius of the white dwarf, v_{A0} — the Alfvén speed ahead the shock, v_0 — the accretion speed) for the surface of the perturbed shock is expressed as $\eta = \eta_0 e^{i(\omega t + k_z z)}$. For the waves with the length $\lambda_z > k \bar{B}_0^{-1} L_c$ (factor $k \sim 1$) values of ω for all modes are the same as for oscillatory instability. The waves with $\lambda_z < k \bar{B}_0^{-1} L_c$ are aperiodically unstable. Corrugation instability can explain the noise, which is observed from AM Her systems with $M_{\text{w. d.}} \approx M_{\odot}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. П. Дьяков, Ж. эксперим. и теор. физ., 27, 288, 1954.
2. С. S. Gardner, M. D. Kruskal, Phys. Fluids, 7, 700, 1964.
3. M. Lesson, N. V. Deshpande, Plasma Phys., 1, 463, 1967.
4. С. Ф. Пименов, Ж. эксперим. и теор. физ., 83, 106, 1982.
5. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Гидродинамика, Наука, М., 1988.
6. S. H. Langer, G. Chanmugam, G. Shaviv, Astrophys. J. Lett., 245, L23, 1981.
7. L. C'rippetti, E. G. Tanzi, A. Treuss, Space Sci. Rev., 27, 3, 1980.
8. R. A. Chevalier, J. N. Imamura, Astrophys. J., 281, 543, 1982.
9. J. N. Imamura, M. T. Wolff, R. H. Durisen, Astrophys. J., 276, 667, 1984.

10. *S. H. Langer, Cataclysmic Variables and Low Mass X-ray Binaries*, eds. D. Q. Lamb, J. Patterson, Dordrecht, Reidel, p. 257, 1985.
11. *J. N. Imamura, Astrophys. J.*, 296, 128, 1985.
12. *J. N. Imamura, T. Y. Stetman—Cameron, Astrophys. J.*, 311, 786, 1986.
13. *М. А. Эдельман, Деп. в ВИНТИ, № 7882—В85, 27 стр.*, 1985.
14. *E. Bertschinger, Astrophys. J.*, 304, 154, 1986.
15. *А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанос, Электродинамика плазмы*, Наука, М., 1974.
16. *J. M. Nameyru, J. P. Lasota, S. Bonazzola, J. Heyvaerts, Astron. and Astrophys.*, 128, 369, 1983.
17. *J. M. Nameyru, J. P. Lasota, Astron. and Astrophys.*, 145, L10, 1985.
18. *М. А. Эдельман, Астрофизика (в печати)*.
19. *К. Лени, Астрофизические формулы*, Мир, М., 1978.
20. *K. Davidson, J. P. Ostriker, Astrophys. J.*, 179, 585, 1973.
21. *D. Q. Lamb, Cataclysmic Variables and Low Mass X-ray Binaries*, eds. D. Q. Lamb, J. Patterson, Dordrecht, Reidel, 179, 1985.
22. *M. Ltoto, Astron. and Astrophys.*, 141, L4, 1984.
23. *D. Q. Lamb, A. R. Masters, Astrophys. J. Lett.*, 234, L117, 1979.
24. *G. Chanmugan, S. H. Langer, G. Shaviv, Astrophys. J. Lett.*, 299, L87, 1985.