

УДК: 52—337

## К ВОПРОСУ ОБ ИДЕАЛЬНОСТИ ФЕРМИ-ГАЗОВ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

М. А. ИВАНОВ, С. С. ЛИПОВЕЦКИЙ, В. С. СЕКЕРЖИЦКИЙ

Поступила 20 июля 1988

Принята к печати 20 сентября 1988

Исследуется влияние магнитного поля на полную и кинетическую энергии крайне вырожденных идеальных нерелятивистских газов заряженных и нейтральных фермионов. Показано, что сверхсильное магнитное поле может нарушать приближение идеального газа для системы нейтральных фермионов.

Результаты астрофизических исследований последних двух десятилетий дают все основания полагать, что в сверхплотных астрофизических объектах в условиях, физически сходных с условиями для электронного газа в металле, могут существовать электронный, протонный и нейтронный газы, а сами эти объекты обладают весьма сильными магнитными полями. Термодинамические характеристики электронного газа в квантующих магнитных полях вычислялись в работах [1—8] и других, протонного газа — в [7]. В [9] нами были получены общие соотношения, позволяющие вычислять большой термодинамический потенциал  $\Omega$ , химический потенциал  $\zeta$  и другие характеристики произвольного нерелятивистского крайне вырожденного идеального ферми-газа в постоянном и однородном магнитном поле.

Используя результаты [9] и стандартные методы статистической термодинамики, несложно получить выражения для средних полной и кинетической энергий ферми-газа в магнитном поле с индукцией  $B$ :

$$\langle E(B) \rangle = \langle E(0) \rangle \cdot \frac{2}{3} \cdot R_{3/2}^{-5/3}(x) \cdot \left[ \frac{5}{2} x \cdot R_{3/2}(x) - R_{5/2}(x) \right], \quad (1)$$

$$\langle T(B) \rangle = \langle E(B) \rangle - \langle E(0) \rangle \cdot \frac{5}{3} R_{3/2}^{-5/3}(x) \cdot R(x), \quad (2)$$

где

$$\langle E(0) \rangle = 0.6 N \cdot \zeta(0); \quad \zeta(0) = (3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 (N/V)^{2/3} \cdot (2m)^{-1}, \quad (3)$$

$$x = \zeta(B) \cdot (\mu B)^{-1}; \quad \zeta(B) = \zeta(0) \cdot x \cdot R_{3/2}^{-2/3}(x), \quad (4)$$

$N$  — число фермионов в объеме  $V$ ,  $m$  — масса фермиона,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $\mu$  — магнетон Бора для электронов и ядерный магнетон для нуклонов. Для заряженных фермионов

$$R_a(x) = a \sum_{n=0}^{\infty} [(x - 2n - 1 - \sigma)^{a-1} + (x - 2n - 1 + \sigma)^{a-1}], \quad (5)$$

$$R(x) = 1.5\sigma \sum_{n=0}^{\infty} [(x - 2n - 1 - \sigma)^{1/2} - (x - 2n - 1 + \sigma)^{1/2}]; \quad (6)$$

суммирование здесь ведется до тех пор, пока выражения в круглых скобках неотрицательны;  $n$  — номер квантового уровня Ландау;  $a = 3/2, 5/2$ ;  $\sigma\mu$  — собственный магнитный момент частицы. Для нейтральных фермионов

$$R_a(x) = 0.5 \cdot [(x - \sigma)^a + (x + \sigma)^a], \quad (7)$$

$$R(x) = 0.5\sigma \cdot [(x - \sigma)^{3/2} - (x + \sigma)^{3/2}]. \quad (8)$$

При выводе данных формул принималось, что спектр энергии свободного заряженного фермиона в магнитном поле

$$\varepsilon = p_z^2 \cdot (2m)^{-1} + \mu B (2n + 1) \pm \sigma\mu B, \quad (9)$$

а нейтрального фермиона

$$\varepsilon = p^2 \cdot (2m)^{-1} \pm \sigma\mu B, \quad (10)$$

$p_z$  — проекция импульса  $p$  частицы на направление индукции поля. Как и в [9], мы полагаем, что величина  $\sigma$  не зависит от  $B$ . Это ограничивает применимость формул данной работы условием  $B \ll 4.414 \cdot 10^{13}$  Гс для электронов и  $B \leq 10^{10}$  Гс для нуклонных газов [9]. В (9) кинетическая энергия фермиона описывается первыми двумя слагаемыми, в (10) — первым слагаемым. Если значения  $p_z$  и  $p$  в (9) и (10) соответственно максимальны, то  $\varepsilon = \zeta(B)$ , и максимальная кинетическая энергия фермиона  $\tau(B) = \varepsilon - \sigma\mu B > \zeta(B)$ .

Результаты численных расчетов для электронного, нейтронного и протонного газов приведены на рис. 1. Легко видеть, что энергетические характеристики заряженных фермионов осциллируют в магнитном поле (осцилляционным пикам кинетической энергии соответствуют перегибы графиков полной энергии). Каждому значению  $n$  отвечают два пика (для электронов при выбранном масштабе эти пики практически сливаются). В слабых магнитных полях диамагнетизм Ландау не проявляется и, в соответствии с теорией парамагнетизма Паули,  $\langle T(B) \rangle$  с увеличением  $B$  возрастает, а  $\langle E(B) \rangle$  убывает. В квантовом пределе сверхсильных маг-

нитных полей магнитные моменты всех частиц направлены по полю и  $n = 0$  для заряженных фермионов. В этом случае  $\langle E(B) \rangle$  быстро убывает для любого газа;  $\langle T(B) \rangle$  неизменно для нейтронов, а для заряженных фермионов сначала несколько убывает, затем быстро возрастает. Таким образом, при рассматриваемых значениях  $B$  средняя кинетическая энергия ферми-газа больше, чем в отсутствие магнитного поля.

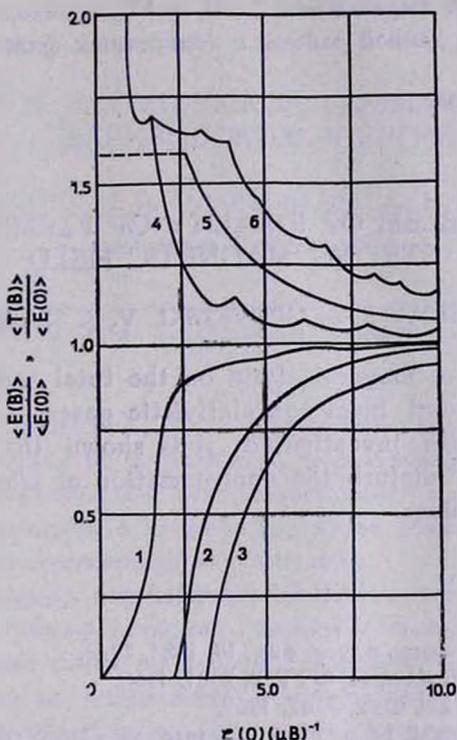


Рис. 1. Зависимости средних полных энергий (линии 1—3) и средних кинетических энергий (4—6) ферми-газов от индукции магнитного поля. 1; 4 — электронный газ; 2; 5 — нейтронный; 3; 6 — протонный.

Ферми-газ можно считать идеальным, если средняя кинетическая энергия фермионов много больше абсолютной величины средней энергии их взаимодействия между собой и с внешними полями. В квантовом пределе  $\langle T(B) \rangle = \pi^{-1} h^0 N^3 \cdot (6m^3 \mu^3 B^2 V^2)^{-1} + N \mu B$  для заряженных фермионов и  $\langle T(B) \rangle = \text{const}$  для нейтронов. Средняя энергия взаимодействия фермионов со сверхсильным магнитным полем —  $\mu B N$ , т. е. зависит от  $B$  линейно. Поэтому возможно нарушение приближения идеального газа для системы нейтронов в сверхсильном магнитном поле.

Аналогичный вывод для ультрарелятивистского электронного газа был сделан в [8, 10], однако в качестве критерия идеальности принима-

лось условие малости энергии кулоновского взаимодействия электронов по сравнению с их средней полной энергией (или с химическим потенциалом при расчете на один электрон). Полученные нами результаты дают основание полагать, что вывод работ [8, 10] необоснован, а корректность соответствующих численных оценок сомнительна.

Отметим в заключение, что возможность нарушения приближения идеального газа для нейтральных фермионов сверхсильным магнитным полем, как и критерий вырождения  $\zeta(B) \gg kT$ , необходимо учитывать при применении формул данной работы к конкретным физическим задачам.

Брестский педагогический  
институт

## ON THE PROBLEM OF IDEALITY OF FERMI-GAS IN THE STRONG MAGNETIC FIELD

M. A. IVANOV, S. S. LIPOVETSKI, V. S. SEKERZHITSKI

The influence of magnetic field on the total and kinetic energy of extremely degenerated ideal nonrelativistic gases of charged and neutral fermions has been investigated. It is shown that the superstrong magnetic field may disturb the approximation of ideal gas for the system of neutral fermions.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Б. Румер, Ж. эксперим. и теор. физ., 18, 1081, 1948.
2. А. И. Ансельм, Б. М. Аскеров, ФТТ, 2, 2821, 1960.
3. В. А. Рубан, Изв. вузов. Физ., 3, 67, 1967.
4. V. Canuto, N. Y. Chiu, Phys. Rev., 173, 1210, 1220, 1229, 1968.
5. V. Canuto, N. Y. Chiu, Space Sci. Rev., 12, 3, 1977.
6. Г. А. Шульман, Астрофизика, 10, 543, 1974; 11, 89, 1975.
7. Г. А. Шульман, Астрон. ж., 52, 1166, 1975; 58, 51, 1979.
8. Г. А. Шульман, Астрон. ж., 53, 755, 1976.
9. С. С. Липовецкий, А. А. Олесик, В. С. Секержицкий, Изв. вузов. Физ., 5, 21, 1987.
10. Г. А. Шульман, В. С. Секержицкий, Астрофизика, 13, 165, 1977.