АСТРОФИЗИКА

ТОМ 31 АВГУСТ, 1989 ВЫПУСК 1.

УДК: 524—4

ТЕОРИЯ СТАЦИОНАРНОЙ ДИСКОВОЙ АККРЕЦИИ НА ЗВЕЗДЫ И ЯДРА ГАЛАКТИК

А. М. КРИГЕЛЬ

Поступила 11 февраля 1988
Принята к печати 11 марта 1988

Представлена самосогласованная модель стационарной турбулентной дисковой аккреции идеального газа на массивный объект. Внешними параметрами задачи являются масса центрального тела, скорость аккреции и интенсивность турбулентности. Показано, что поверхностная плотность диска, азимутальный и радиальный компоненты скорости упорядоченного движения, скорость турбулентных флуктуаций, скорость турбулентного переноса вещества и скорость звука обратно пропорциональны квадратному корню из расстояния до центра объекта. Найдены соотношения между этими величинами.

1. *Введение.* Аккреция вещества в поле силы тяжести при наличии заметного вращательного момента приводит к возникновению аккреционного диска [1]. Теория дисковой аккреции применима к астрономическим объектам различной природы и масштаба — планетам, звездам, планетарным системам, рентгеновским звездам, галактикам и их скоплениям. В последние годы развитие теории дисковой аккреции связано в основном с рентгеновскими звездами в тесных двойных системах и с ядрами активных галактик. Особый интерес к этим объектам оживляется надеждой на обнаружение в них черных дыр.

Аккреция приводит как к монотонному нарастанию массы центрального объекта, так и к квазипериодическим осцилляциям его светимости. Строго говоря, аккреция не может быть стационарной. Однако, если ограничиться рассмотрением не слишком протяженных объектов, то монотонную эволюцию динамики диска, связанную с медленным увеличением массы центрального тела можно учесть параметрически, пренебрегая производными по времени по сравнению с другими членами уравнений. Быстрые периодические процессы не пренебрежимы, но их следует рассматривать как малые возмущения стационарного фона. В этом смысле мы и будем понимать стационарность дисковой аккреции.

Теория стационарной дисковой аккреции на массивный объект в приложении к рентгеновским звездам, ядрам галактик и квазарам разрабаты-

валась в [2—8] (так называемая стандартная модель). В стандартной модели предполагается кеплеровское вращение газа. Но кеплеровское вращение нарушается турбулентностью, которая необходима для поддержания аккреции. Стационарная аккреция возможна только при условии согласованности закона вращения газа, величины турбулентной вязкости и скорости аккреции [9, 10]. Поток вещества на центр складывается из упорядоченного и турбулентного. В стандартной модели рассматривается сумма этих величин. Но эти компоненты играют разную роль в динамике аккреционного диска. Вопрос об относительной роли упорядоченного и турбулентного переноса вещества требует доработки.

Цель данной работы состоит в развитии стандартной модели стационарной дисковой аккреции с более полным учетом эффектов, обусловленных турбулентностью.

2. *Модель стационарной аккреции.* Рассмотрим нерелятивистское приближение задачи стационарного вращения сжимаемого турбулентного газа, сосредоточенного в тонком диске. Пусть по времени, по толщине диска и по азимутальному углу произведено осреднение. Считаем, что все осредненные величины зависят только от расстояния от центра вращения R. Вывод соответствующей системы уравнений дисковой аккреции был дан еще в [11]. В более полном приближении модель стационарной аккреции представлена в [12].

Осредненное уравнение сохранения массы имеет вид

$$2\pi R\,(u v_r + S_r) = -\dot{M}, \tag{1}$$

где $u = 2\int_0^{\infty} \rho dz = \langle \rho \rangle H$ — средняя поверхностная плотность, ρ — объемная плотность, H — толщина диска, v — вектор средней скорости газа, $S_r = \langle \rho' v_r' \rangle H$ — турбулентный поток массы, $\dot{M}$ — скорость аккреции, z — осевая координата. Угловыми скобками обозначена операция осреднения по времени, по толщине диска и по азимутальному углу, штрих — знак отклонения от среднего. Для упрощения записи знак осреднения будем опускать везде, где нет корреляции. Осредненные уравнения движения в радиальной и азимутальной проекциях, а также уравнение баланса энергии турбулентности имеют вид

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left[R\left(u v_r^2 + 2S_r v_r + \tau_{rr}\right)\right] - \frac{1}{R}\left(u v_\varphi^2 + 2S_\varphi v_\varphi + \tau_{\varphi\varphi}\right) +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial R}(pH) - g_r u = 0, \tag{2}$$

$$\frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left[R^2\left(\rho v_r v_\varphi + S_r v_\varphi + S_\varphi v_r + \tau_{r\varphi}\right)\right] = 0, \tag{3}$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(\rho R v_r b^2 + T_r\right) + \tau_{rr}\frac{\partial v_r}{\partial R} + \tau_{r\varphi}\frac{\partial v_\varphi}{\partial R} + \frac{1}{R}\left(\tau_{\varphi\varphi} v_r - \tau_{r\varphi} v_\varphi\right) +$$

$$+ S_r\left(v_r\frac{\partial v_r}{\partial R} - \frac{v_\varphi^2}{R} - g_r\right) + S_\varphi v_r\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial R} + \frac{v_\varphi}{R}\right) + \varepsilon = 0. \tag{4}$$

Здесь p — давление, g_r — ускорение свободного падения, $\tau_{ij} = \langle \rho \rangle \langle v_i' v_j' \rangle + \langle \rho' v_i' v_j' \rangle$ тензор напряжения трения (молекулярного и турбулентного), $\rho b^2 = \sum_{i=1}^{3} \tau_{ii}/2$ — плотность энергии турбулентности, ε — скорость диссипации энергии турбулентности. В (4) мы пренебрегли $S_z g_z$ по сравнению с $S_r g_r$, поскольку $g_r \gg g_z$ и $S_r \gg S_z$; члены, содержащие флуктуации давления, считаются включенными в диссипацию. В предположении изотропности турбулентных вихрей в плоскости диска следует

$$\tau_{rr} = \tau_{\varphi\varphi} = \rho b^2. \tag{5}$$

Традиционные для полуэмпирической теории турбулентности гипотезы замыкания [13] для условий нашей задачи запишем в виде

$$\tau_{r\varphi} = -\rho l b R\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{v_\varphi}{R}\right), \tag{6}$$

$$\varepsilon = \rho\sigma b^3/l, \tag{7}$$

$$T_r = -\rho l b\frac{\partial}{\partial R}(b^2), \tag{8}$$

где l — масштаб турбулентности, σ — константа диссипации. При определении масштаба турбулентности мы считаем, что он пропорционален среднему размеру вихрей, лежащих в плоскости аккреционного диска [14]

$$l = \eta R v_s/|v_\varphi|, \tag{9}$$

где η — универсальная константа, v_s — адиабатическая скорость звука. Считаем, что коэффициент турбулентного обмена есть lb.

Кинетическая теория газов для околозвуковой турбулентности позволяет представить величину турбулентного потока массы в виде [15].

$$S_r = lb\left[\frac{u\left(g_r + \dfrac{v_\varphi^2}{R}\right)}{v_c^2 + \dfrac{2}{3}b^2} - \frac{\partial u}{\partial R}\right], \tag{10}$$

где $v_c = v_s\Gamma^{1/2}$, $\Gamma = C_p/C_v$ — показатель адиабаты. Уравнение состояния идеального газа с учетом давления, создаваемого турбулентностью [15], имеет вид

$$p = \rho\left(v_c^2 + \frac{2}{3}b^2\right). \tag{11}$$

Пусть гравитационным полем газового диска можно пренебречь по сравнению с полем, создаваемым центральным телом с массой M, тогда на расстояниях, много больших по сравнению с гравитационным радиусом,

$$g_r = -\frac{GM}{R^2}, \tag{12}$$

где G — гравитационная постоянная. В случае изотропной турбулентности флуктуационный поток массы (10) пропорционален внешнему полю и градиенту поверхностной плотности. Поскольку в нашей модели плотность диска не зависит от азимутального угла φ, то $S_\varphi = 0$.

3. Решение стационарной задачи. Система уравнений (1)—(12) определяет стационарный режим дисковой турбулентной аккреции. Если перейти к пределу $v_c \to 0$, $v_r \to 0$, $b \to 0$, то мы приходим к режиму кеплеровского вращения. Будем искать решение сформулированной системы уравнений, регулярное на бесконечности, по виду близкое к кеплеровскому,

$$v_\varphi = (\alpha GM/R)^{1/2},\ v_c = \beta v_\varphi,\ v_r = \delta v_\varphi,\ b = \gamma v_\varphi,\ S_r = \lambda u v_\varphi,\ u = DR^{-1/2}. \tag{13}$$

где α, β, δ, γ, λ, D — постоянные, которые определяются системой алгебраических уравнений, полученных после подстановки (13) в (1) — (12),

$$\alpha(2 + 3\beta^2 + \delta^2 + 2\delta\lambda + 5\gamma^2) = 2, \tag{14}$$

$$\delta + \lambda + \frac{3}{2}\theta\beta\gamma = 0, \tag{15}$$

$$\frac{\partial\gamma^3}{\theta\beta} - \frac{9}{4}\theta\beta\gamma + \frac{1}{2}\delta\gamma^2 - \lambda\left(1 - \frac{1}{\alpha} + \frac{\delta^2}{2}\right) - \theta\beta\gamma^3 = 0, \tag{16}$$

$$\lambda = \theta\beta\gamma\left[\frac{1}{2} + \frac{3(\alpha-1)}{\alpha(3\beta^2 + 2\gamma^2)}\right]. \tag{17}$$

Здесь введена постоянная $\theta = \eta\Gamma^{1/2}$. Константа D связана со скоростью аккреции $\dot{M}$ соотношением, вытекающим из (1), (15),

$$\dot{M} = -2\pi D(\delta + \lambda)(\alpha GM)^{1/2}. \tag{18}$$

Система уравнений (14)—(18) определяет режим стационарного квазикеплеровского вращения газа вдали от массивного центра. Решение задачи удобно представить в зависимости от интенсивности турбулентности γ. При этом константы задачи будем считать известными: $\Gamma = 5/3$, $\eta \simeq \simeq 0.24$, $\sigma \simeq 0.45$. Значения констант η и σ взяты из анализа геофизических наблюдений и лабораторных экспериментов с вращающимися сосудами [16]. Поскольку эти константы считаются независящими от состава и термодинамического состояния среды, можно допустить их универсальность.

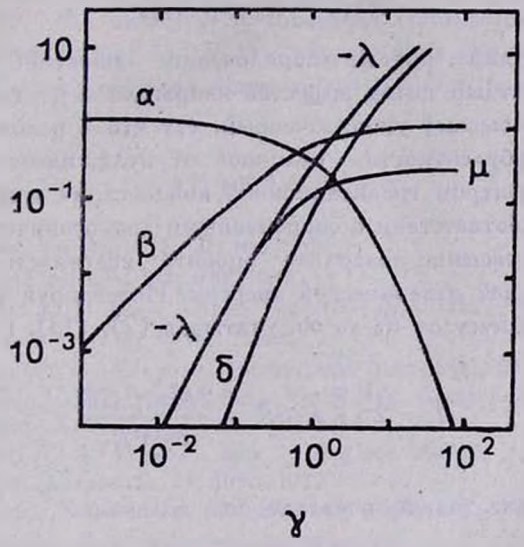

Рис. 1.

Результат численного решения системы уравнений (14)—(17) представлен на рис. 1. Полученное решение справедливо вдали от внутреннего пограничного слоя диска, где квазикеплеровское приближение заведомо неприемлемо. Из анализа решения задачи следует, что строго кеплеровское вращение ($\alpha = 1$) возможно только при отсутствии турбулентности. Этот результат подтверждает вывод о том, что строго кеплеровское вращение несовместимо с аккрецией [9, 10]. Если есть аккреция, то скорость вращения будет меньше кеплеровской. Численное решение задачи указывает на то, что аккреция возможна только при наличии турбулентности. Если $\gamma \to 0$, то и $\lambda \to 0$, $\delta \to 0$.

Поскольку в аккреционном диске есть условия поддержания турбулентности, то она будет развиваться. Закономерен вопрос — есть ли предел этому развитию? Возможно, пределом такого рода в изучаемом объек-

те является значение величины турбулентности, при которой скорость турбулентных флуктуаций достигнет скорости звука ($b = v_s$). В этом случае решение задачи имеет вид $\alpha = 0.78$, $\beta = 0.31$, $\delta = 0.0032$, $\gamma = 0.24$, $\gamma = -0.038$. Скорость аккреции удобно характеризовать величиной

$$\mu = \dot{M}/2\pi D(GM)^{1/2} = -\alpha^{1/2}(\delta + \lambda), \tag{19}$$

зависимость которой от γ приведена на рис. 1.

Из полученного стационарного решения вытекает, что упорядоченный поток вещества (струя) имеет форму логарифмической спирали

$$R(\varphi) = R_0 \exp(\delta\varphi), \tag{20}$$

где R_0 — радиус ядра, причем упорядоченное движение направлено от центра. Турбулентный поток вещества направлен к центру и по абсолютной величине превышает упорядоченный, так что в целом при любой интенсивности турбулентности, отличной от нуля, имеет место аккреция. Ядро является центром гравитационной конденсации вещества, как это и должно быть в соответствии с современными космогоническими моделями.

Полученное решение позволяет оценить светимость диска, обусловленную диссипацией механической энергии. Интегрируя плотность потока энергии по радиусу от R_0 до ∞, учитывая (7), (13), (15), имеем

$$L = 2\pi \int_{R_0}^{\infty} R\varepsilon dR = \frac{2\dot{M}\sigma\alpha\gamma^2 GM}{3\theta^2\beta^2 R_0}. \tag{21}$$

Численное решение задачи показало, что величина

$$\frac{LR_0}{GM\dot{M}} = \frac{2\sigma\alpha\gamma^2}{3\theta^2\beta^2} \simeq 1.$$

Рассмотренная модель может быть легко обобщена на случай неизотропной турбулентности, при которой $S_\varphi \neq 0$, а предположение (5) нарушается. Однако для развития модели в этом направлении нужны сведения о фактической структуре турбулентности в аккреционном диске.

Ленинградский государственный
университет

A THEORY OF THE STATIONARY DISK ACCRETION BY STARS AND GALACTIC NUCLEI

A. M. KRIGEL

A self-consistent model of turbulent disk accretion of an ideal gas by massive object (planet, star, galactic nuclei) is presented. This theory takes into consideration the departure of rotation from Kepler's law, the ordered as well as the turbulent flux of matter in radial direction. The surface density, the tangential and the radial components of ordered velocity, the velocity of turbulent fluctuations and the sound velocity are proportional to $R^{-1/2}$, where R is the distance from the center. The relations between these quantities are found.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Г. Горбацкий*, Тр. АО ЛГУ, 22, 16, 1965.
2. *D. Lynden-Bell*, Nature, 223, 690, 1969.
3. *J. M. Pringle, M. J. Rees*, Astron. and Astrophys., 21, 1, 1972.
4. *Н. И. Шакура*, Астрон. ж., 49, 921, 1972.
5. *N. I. Shakura, R. A. Sunyaev*, Astron. and Astrophys., 24, 337, 1973.
6. *D. Lynden-Bell, J. M. Pringle*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 168, 603, 1974.
7. *A. P. Lightman*, Astrophys. J., 194, 419, 1974.
8. *N. I. Shakura, R. A. Sunyaev*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 175, 613, 1976.
9. *В. Г. Горбацкий*, Астрон. ж., 54, 1036, 1977.
10. *В. Г. Горбацкий*, Космическая газодинамика, Наука, М., 1977, стр. 360.
11. *C. F. Weizsäcker, Z. Naturforsch*, 3a, 524, 1948.
12. *А. М. Кригель*, Астрон. ж., 60, 242, 1983.
13. *А. С. Монин, А. М. Яглом*, Статистическая гидромеханика, Ч. 1. Наука, М., 1965, стр. 639.
14. *А. М. Обухов*, Изв. АН СССР. Сер. географ. и геофиз., 13, 281, 1949.
15. *А. М. Кригель*, Ж. техн. физ., 53, 2282, 1983.
16. *A. M. Krigel*, Geophys. and Astrophys. Fluid Dynamics, 16, 1, 1980.