

УДК: 524.45

## КОМПОНЕНТНЫЙ АНАЛИЗ РАССЕЯННЫХ СКОПЛЕНИЙ

А. М. ЭЙГЕНСОН, О. С. ЯЦЫК

Поступила 30 сентября 1988

Принята к печати 10 ноября 1988

Методом главных компонент показано, что многообразие свойств рассеянных скоплений определяется в основном двумя факторами. Один связан с возрастом и/или расстоянием от галактической плоскости, другой — с «богатством» скоплений. В случае старых скоплений действует еще один фактор — металличность. Для каждого скопления определены значения новых обобщенных характеристик, соответствующих этим факторам — главным компонентам. Они приведены для 313 скоплений. На плоскости первых главных компонент скопления образуют сплошное множество, не разделяющееся явно на кластеры.

Как известно, рассеянные скопления отличаются друг от друга светимостью, размерами, цветом и т. п. Для количественного описания этих различий используется ряд параметров, причем некоторые из них коррелируют друг с другом. Это может означать, что действуют какие-то скрытые, не наблюдаемые непосредственно факторы, число которых меньше числа параметров, применяемых для описания. Такие факторы играли бы роль неких «первопричин». Для их выявления применяется факторный анализ. Он призван ответить на вопрос о числе факторов, определяющих наблюдаемое многообразие свойств, а также помочь сформулировать гипотезы о природе этих факторов. Один из вариантов факторного анализа — это компонентный анализ, или метод главных компонент (ГК). Исследование совокупности рассеянных скоплений Галактики методом ГК и составляет цель этой работы.

Метод ГК изложен в [1—7] (см. также [8]); здесь отметим лишь следующее. В этом методе от исходных параметров переходят к новым обобщенным характеристикам объектов — ГК. Полное число ГК равно числу исходных параметров, однако они имеют ряд особенностей. Именно, первый ГК обладает наибольшей дисперсией; второй ГК некоррелирован с первым и «извлекает» вторую по величине дисперсию, и т. д. Таким образом, здесь происходит перераспределение дисперсий так, чтобы на первые несколько ГК приходилась основная доля всей дисперсии. Данный ГК

считается тем более важным, чем больше его дисперсия. Поэтому, отбрасывая последние ГК с малой дисперсией, можно перейти к меньшему числу переменных. Геометрически это эквивалентно оптимальному, в определенном смысле, проектированию из многомерного пространства исходных признаков в пространство меньшей размерности.

Источником данных был каталог рассеянных скоплений [9]. Рассмотрено несколько вариантов с различным числом скоплений и различными наборами исходных параметров. Дело в том, что чем больше параметров мы хотим учесть, тем меньше оказывается скоплений, для которых их значения одновременно известны. И, наоборот, чем больше рассматривается скоплений, тем меньше у них общих параметров. Наконец, значения некоторых параметров «перекрываются» только для небольшого числа скоплений.

В первом варианте число скоплений равно 313, а число параметров—6. Это абсолютная интегральная величина скопления  $M_v$ , диаметр  $D$ , интегральный показатель цвета  $(B-V)_0$ , показатель цвета голубой границы главной последовательности  $(B-V)_1$ , возраст  $\tau$  и расстояние от галактической плоскости  $|z|$ . Корреляционная матрица для этих параметров приведена ниже (хотя матрица симметрична, удобнее рассматривать ее полностью).

	$M_v$	$D$	$(B-V)_0$	$(B-V)_1$	$\tau$	$ z $
$M_v$	1.00	-0.392	0.433	0.510	0.219	0.062
$D$	-0.392	1.00	0.123	0.042	0.196	0.367
$(B-V)_0$	0.433	0.123	1.00	0.788	0.597	0.469
$(B-V)_1$	0.510	0.042	0.788	1.00	0.773	0.537
$\tau$	0.219	0.196	0.597	0.773	1.00	0.799
$ z $	0.062	0.367	0.469	0.537	0.799	1.00

Видно, что светимость связана с размерами, цветом и возрастом, но не коррелирует с расстоянием от галактической плоскости; диаметр зависит от  $|z|$ , но слабо связан с цветовыми характеристиками, и т. д. Заметим, что существование корреляции  $(B-V)_1$  и  $\tau$  было известно заранее, т. к. значения  $\tau$  в каталоге [9] в основном заимствованы из работы [10], в которой возрасты прокалиброваны по голубой границе главной последовательности.

Собственные значения корреляционной матрицы суть:  $\lambda_1 = 3.1939$ ;  $\lambda_2 = 1.5530$ ;  $\lambda_3 = 0.5687$ ;  $\lambda_4 = 0.3638$ ;  $\lambda_5 = 0.2243$ ;  $\lambda_6 = 0.0963$ . Они равны дисперсиям ГК, а полная дисперсия равна числу параметров, в данном случае — шести. Таким образом, на первые два ГК приходится

$\frac{3.1939 + 1.5530}{6} = 0.79$  полной дисперсии. Поэтому можно ограничиться

первыми двумя ГК, пренебрегая остальными.

Матрица факторных нагрузок для них следующая:

	$M_0$	$D$	$(B-V)_0$	$(B-V)_1$	$\tau$	$ z $
$F_1$	0.455	0.193	0.840	0.917	0.896	0.776
$F_2$	0.766	-0.838	0.142	0.192	-0.177	-0.418

Здесь  $F_1$  и  $F_2$  — два первых ГК, нормированных соотношениями вида  $F_i = f_i / \sqrt{\lambda_i}$ , где  $f_i$  —  $i$ -й ГК, а  $\lambda_i$  — его дисперсия. Каждый элемент матрицы, т. е. факторная нагрузка, равен коэффициенту корреляции данного параметра с данным ГК.

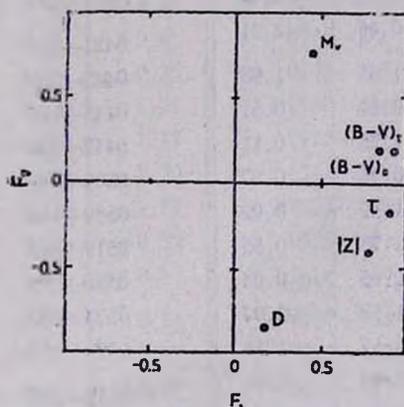


Рис. 1. Диаграмма  $F_1$ — $F_2$  для первого варианта.

Эта матрица иллюстрируется рисунком 1. Видно, что первый ГК сильнее всего «нагружен» возрастом и связанными с ним цветовыми характеристиками, а также величиной  $|z|$ ; второй ГК определяется преимущественно диаметром и светимостью. Таким образом, многообразие свойств рассеянных скоплений определяется в основном двумя факторами, один из которых связан с возрастом и/или расстоянием от галактической плоскости, а другой — с «богатством» скоплений.

Для каждого скопления можно определить значения  $f_1$  и  $f_2$ , которые представляют собой новые обобщенные характеристики скоплений, заменяющие множество исходных параметров. Они приведены в табл. 1. Большие положительные значения  $f_1$  соответствуют старым, красным скоплениям, удаленным от галактической плоскости; большие отрицательные величины  $f_2$  — у больших и ярких скоплений.

ЗНАЧЕНИЯ  $f_1$  И  $f_2$  ДЛЯ 313 СКОПЛЕНИЙ

IAU	$f_1$	$f_2$	IAU	$f_1$	$f_2$
1	2	3	1	2	3
C0022+610	-0.17	0.35	C0328+371	1.42	1.30
0027+599	-0.21	-1.29	0341+321	-0.13	1.34
0029+628	-0.75	-0.06	0344+239	-0.44	0.36
0030+630	-0.91	-0.18	0345+525	-1.40	0.33
0036+608	-0.98	1.27	0403+622	-1.19	-0.07
0036+616	-1.37	0.61	0406+493	-0.58	1.13
0039+850	7.40	-0.68	0411+511	0.23	0.50
0040+615	-0.00	1.38	0417+501	0.77	0.75
0112+585	-0.18	0.48	0424+157	1.35	1.31
0115+580	-0.46	-2.31	0431+451	-0.74	-0.06
0126+630	1.05	1.98	0443+189	0.42	-0.07
0129+604	-0.86	0.51	0445+108	0.73	1.18
0132+610	-1.25	0.11	0447+436	0.37	0.58
0133+643	0.36	0.57	0504+369	0.01	0.82
0139+637	-1.32	0.02	0509+166	2.68	-0.83
0140+616	-1.73	0.55	0519+333	-1.28	-2.55
0140+604	-0.95	0.04	0520+295	4.46	-0.01
0142+610	-1.58	-2.07	0524+352	0.20	0.97
0149+615	2.57	1.18	0525+358	-0.46	-0.49
0154+374	3.34	1.09	0532+341	-1.09	-0.06
0155+552	0.28	0.13	0545+302	-0.90	-2.47
0211+590	0.23	0.51	0546+336	0.93	-0.64
0215+569	-0.87	-3.85	0548+217	0.91	-5.23
0225+604	-0.97	1.42	0549+325	0.34	-1.03
0228+612	-1.82	-2.54	0558+233	-1.26	-0.52
0229+585	-0.92	-0.31	0001-302	0.26	0.50
0230+573	-0.97	-1.16	0600+104	5.89	-2.03
0232+587	-0.51	0.92	0601+240	-0.33	0.23
0233+557	0.22	0.80	0604+241	2.25	-0.64
0235+602	-1.35	-0.35	0605+139	-1.05	0.32
0238+613	-0.08	0.10	0605+243	-0.34	-0.34
0238+425	0.43	0.64	0606+203	-2.05	-1.68
0247+602	-2.04	-1.63	0609+054	0.71	0.79
0311+470	2.88	-0.45	0611+128	0.88	0.47
0318+484	-0.95	-0.84	0613-186	6.35	-3.45

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	1	2	3
C0618-072	1.68	1.42	C0731-153	-1.11	-0.18
0624-047	-0.65	0.48	0734-205	-0.89	0.11
0627+068	1.55	-0.46	0734-143	-0.62	0.41
0627+029	-0.87	0.47	0734-137	0.21	0.48
0627-312	8.93	-2.45	0735-119	1.19	-0.74
0629+049	-1.20	-2.36	0735+216	6.70	-1.57
0632+084	0.40	0.60	0738-315	-0.43	-0.29
0633+077	0.87	1.15	0739-147	0.49	-1.38
0638+099	-1.30	-0.30	0742-254	-1.75	-1.08
0641+046	-0.17	1.75	0743-326	-0.48	-0.37
0642+003	-0.99	-6.83	0743-378	0.19	0.82
0644-206	0.71	-0.41	0745-271	-0.82	0.79
0645-031	0.54	0.28	0748-253	-0.71	1.11
0645+411	1.64	1.21	0750-384	1.96	-0.88
0649+005	0.09	1.17	0752-241	1.07	1.62
0649-070	-0.32	1.70	0753-258	-0.39	0.64
0652--245	0.12	-2.19	0754-299	0.54	1.13
0700--082	-0.38	-0.33	0757-284	-1.66	-2.10
0701+011	1.50	-0.08	0757-607	-0.45	0.08
0704-100	-0.07	0.74	0757-106	4.96	-0.75
0705-105	-0.29	0.99	0803-280	1.26	1.25
0706-130	-0.25	-0.49	0805-297	0.27	0.90
0712-102	-0.31	0.45	0808-126	1.86	-0.54
0712-256	2.01	-1.02	0809-491	-0.34	0.98
0715-155	2.38	0.53	0810-324	-1.24	-3.88
0716-248	-1.43	-1.14	0810-374	-0.16	-0.81
0717-130	2.44	2.65	0811-056	1.17	-0.22
0718-218	-1.20	0.16	0815-369	-0.55	0.93
0721-122	0.52	1.28	0816-304	0.25	0.34
0721-131	1.24	0.85	0816-295	-0.26	-0.75
0722-321	-0.46	0.56	0819-360	-0.25	1.23
0722-208	-0.12	0.58	0820-360	-0.03	0.83
0722-209	-1.33	0.27	0832-441	-0.16	1.09
0724+136	0.25	-0.35	0837+201	1.59	0.92
0724-476	8.65	-2.93	0837-460	-1.23	0.35
0725-239	-0.76	0.53	0838-459	-1.07	0.55

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	1	2	3
С0838—528	-0.65	1.05	С1109—601	-1.39	0.69
0839—480	-1.40	0.11			
0839—461	-0.80	1.08	1110—605	-1.25	0.48
0840—469	2.82	1.02	1110—586	-1.47	-0.20
0842—411	-1.41	-0.17	1112—609	-2.32	-1.26
0843—527	-0.36	0.25	1117—632	0.30	0.76
0843—486	-0.43	0.80	1123—429	4.25	1.51
			1133—613	-0.48	-0.48
0846—423	-0.80	1.10	1134—627	-1.70	-2.09
0847+120	5.75	-0.13	1141—622	-1.59	-0.41
0858—487	-1.62	0.21	1154—623	1.37	0.57
0914—364	2.70	-1.41	1155—642	0.52	2.11
0928—526	-0.09	1.19			
0938—501	1.34	2.18	1221—616	0.44	-0.15
0939—536	-0.55	0.24	1222+263	1.41	0.73
0947—561	0.64	1.68	1225—598	-0.34	0.93
1001—598	-0.16	-0.96	1239—627	-0.83	0.49
1019—514	0.05	1.38	1240—628	-1.90	-0.27
			1250—600	-1.52	-2.06
1022—575	-2.70	-1.05	1315—623	-0.80	0.72
1024—576	0.05	0.95	1324—587	0.26	0.40
1025—573	-1.39	-0.93	1325—621	0.12	1.38
1033—579	-1.91	-1.28	1326—609	0.01	1.77
1035—583	-2.01	-1.20			
1036—538	-0.35	0.64	1326—639	-0.21	0.93
1040—648	0.05	-1.01	1327—610	-1.45	-1.49
1041—597	-1.73	-2.56	1327—606	-0.04	1.49
1041—641	-1.06	0.74	1328—625	-0.71	1.32
1041—593	-2.26	-1.08	1328—582	0.05	1.45
			1343—626	-0.97	0.34
1042—591	-1.54	-0.06	1350—616	-0.50	0.24
1043—594	-1.75	-1.51	1404—480	0.20	0.76
1051—614	-0.11	0.43	1420—611	-0.67	0.48
1057—600	0.52	1.19	1424—594	-1.17	0.55
1059—595	-1.73	0.45			
1104—584	0.37	-0.23	1426—605	-0.44	0.18
1108—599	-1.76	-0.69	1427—609	-1.10	0.19
1108—601	-1.60	-0.04	1429—611	0.78	1.14
1109—604	-0.80	-0.9 <sub>2</sub>	1447—520	-0.22	0.92

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	1	2	3
C1502-554	0.35	0.97	C1801-243	-1.70	-1.46
1511-588	-2.14	-2.09	1804-233	-0.89	0.67
1559-603	-0.56	0.20	1813-182	-0.99	0.44
1601-517	-1.92	0.03	1815-122	-1.95	0.29
1603-539	-0.59	0.88	1816-138	-0.71	-0.84
1609-540	-0.06	-1.18	1817-171	-1.03	0.24
1614-577	-0.10	0.29	1821-197	-0.94	0.43
1622-405	0.10	0.35	1825+065	1.01	1.16
1624-490	0.53	1.27	1828-192	-0.49	-0.33
1630-495	-0.92	-0.13	1830-104	-0.74	0.06
1637-486	-1.77	-1.05			
1640-473	-1.60	1.34	1834-082	0.21	0.18
1642-469	-0.62	0.16	1836+054	0.96	0.43
1643-470	-1.95	-0.60	1839-063	-0.54	0.88
1645-537	2.56	0.96	1840-041	-0.72	0.08
1650-417	-2.11	-2.59	1842-094	0.13	-0.18
			1845-059	-0.94	0.40
1651-452	-2.01	-0.29	1848-052	-0.43	0.50
1652-394	-0.14	0.33	1848-063	-0.13	-0.97
1654-457	-1.22	0.21	1849+102	-0.05	0.52
1657-446	0.22	1.24	1851-199	0.31	1.73
1701-378	0.17	1.15			
1714-429	-1.91	-0.65	1905+041	-0.71	-0.74
1720-499	3.66	1.38	1919+377	10.07	-5.49
1722-343	-2.13	-0.65	1928+201	2.02	1.46
1731-325	-1.85	-0.09	1936+464	2.02	0.88
1732-334	-1.31	-1.23	1939+400	4.46	-0.38
			1941+231	-1.90	-2.07
1733-324	-0.49	0.21	1948+229	-0.56	0.07
1734-362	-0.92	-0.01	1950+292	-1.01	-0.27
1736-321	-0.56	0.46	2002+438	1.21	1.13
1741-323	0.39	0.43	2004+356	-1.43	-1.84
1743-292	-2.04	0.09			
			2014+374	-1.57	-0.12
1743-315	-0.21	1.06	2021+406	-1.80	-0.79
1743+057	-0.05	0.01	2022+383	-1.46	-0.18
1750-348	-0.07	0.44	2030+604	3.13	0.36
1753-190	0.05	0.18	2032+281	2.29	0.21
1801-225	-1.16	-0.23			

Таблица 1 (окончание)

1	2	3
C2105+506	0.22	1.46
2109+454	0.13	1.17
2110+475	1.28	1.22
2121+461	0.68	0.34
2122+478	-0.54	-0.05
2122+362	0.54	1.51
2144+655	4.87	1.55
2151+470	0.31	0.65
2152+623	-0.67	0.44
2203+462	1.25	0.71
2127+468	0.94	-0.83
2128+513	-0.21	0.80
2130+482	0.10	1.44
2137+572	0.11	-1.95
2142+534	-1.03	0.37
2208+551	0.14	1.16
2210+570	-1.61	-1.24
2213+491	-0.34	0.15
2213+540	0.30	0.78
2218+578	-1.27	0.69
2220+556	-1.49	0.49
2245+578	-1.53	-2.48
2306+602	-0.32	0.90
2309+603	-1.01	-0.52
2313+602	-1.63	-0.16
2322+613	-0.47	-0.32
2354+564	3.23	-0.69
2355+609	-0.15	-1.83

Нетрудно убедиться, что на плоскости  $f_1-f_2$  скопления образуют сплошное множество, не разделяющееся явно на кластеры. Можно полагать, что структура множества отражает породивший его процесс. Тогда получается, что при формировании совокупности рассеянных скоплений по-видимому, не было существенных перерывов. Таким образом, в результате нового подхода подтверждается вывод, полученный авторами ранее [11] с помощью кластерного анализа.

Перейдем к следующему варианту. К шести параметрам предыдущего варианта здесь добавлена масса скопления  $M$ . Значения этих семи па-

раметров известны одновременно для 116 скоплений. Корреляционная матрица равна

	$M_v$	$D$	$(B-V)_0$	$(B-V)_t$	$\tau$	$ z $	$\mathfrak{M}$
$M_v$	1.00	-0.498	0.476	0.637	0.361	0.182	-0.479
$D$	-0.498	1.00	0.032	-0.125	-0.021	0.193	0.267
$(B-V)_0$	0.476	0.032	1.00	0.760	0.583	0.460	-0.098
$(B-V)_t$	0.637	-0.125	0.760	1.00	0.762	0.530	-0.114
$\tau$	0.361	-0.021	0.583	0.762	1.00	0.734	0.009
$ z $	0.182	0.193	0.460	0.530	0.734	1.00	-0.018
$\mathfrak{M}$	-0.479	0.266	-0.098	-0.114	0.009	-0.018	1.00

Заметна корреляция  $\mathfrak{M}$  с  $M_v$  и  $D$ . В целом элементы матрицы несколько отличаются от первого варианта.

Наибольшие собственные значения корреляционной матрицы равны  $\lambda_1 = 3.2953$ ;  $\lambda_2 = 1.7134$ ;  $\lambda_3 = 0.7758$ . Таким образом, на первые два ГК приходится 0.72 полной дисперсии. Поэтому, как и раньше, можно ограничиться этими ГК.

Матрица факторных нагрузок для них равна

	$M_v$	$D$	$(B-V)_0$	$(B-V)_t$	$\tau$	$ z $	$\mathfrak{M}$
$F_1$	0.702	-0.170	0.814	0.926	0.846	0.691	-0.249
$F_2$	-0.595	0.777	0.130	0.034	0.303	0.463	-0.658

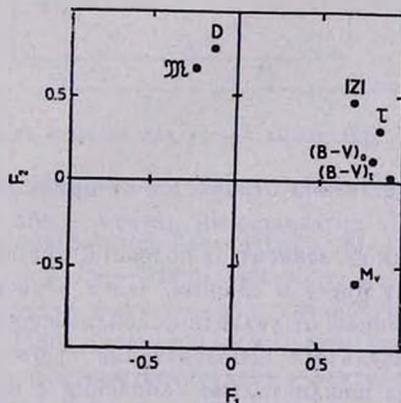


Рис. 2. Диаграмма  $F_1$ — $F_2$  для второго варианта.

Она иллюстрируется рисунком 2. Видно, что теперь проекции  $M_v$  на обе оси почти равны. Если ось  $F_1$  — это по-прежнему «возраст», а  $F_2$  — «богатство», то оказывается, что все параметры, кроме одного, определяются преимущественным действием одного из этих факторов, а светимость — одновременным действием их обоих.

В третьем варианте также фигурируют 7 параметров, однако здесь вместо массы введена металличность  $[Fe/H]$ . Значения этих семи параметров известны одновременно для 57 скоплений. Корреляционная матрица равна

	$M_v$	$D$	$(B-V)_0$	$(B-V)_t$	$\tau$	$ z $	$[Fe/H]$
$M_v$	1.00	-0.387	0.069	0.198	0.080	-0.035	0.051
$D$	-0.387	1.00	0.353	0.330	0.446	0.581	-0.130
$(B-V)_0$	0.069	0.353	1.00	0.818	0.692	0.601	-0.084
$(B-V)_t$	0.198	0.330	0.818	1.00	0.843	0.669	-0.242
$\tau$	0.080	0.446	0.692	0.843	1.00	0.873	-0.411
$ z $	-0.035	0.581	0.601	0.669	0.873	1.00	-0.436
$[Fe/H]$	0.051	-0.130	-0.084	-0.242	-0.411	-0.436	1.00

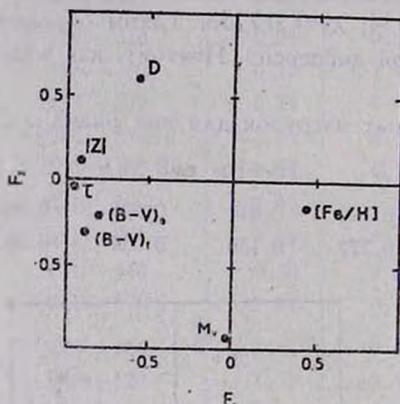


Рис. 3. Диаграмма  $F_1-F_2$  для третьего варианта.

Эта матрица существенно отличается от предыдущих. Так, светимость здесь не коррелирует с интегральным цветом, слабо связана с параметром  $(B-V)_t$  и практически не зависит от возраста; диаметр, наоборот, чувствителен к интегральному цвету и сильнее, чем в первом случае, коррелирует с возрастом и расстоянием от галактической плоскости, и т. д. Такое различие возникло в результате использования существенно иной выборки. Дело в том, что сюда вошли только скопления с известными значениями металличности. Между тем, величины  $[Fe/H]$  определены преимущественно для старых или, во всяком случае, не очень молодых скоплений. А если построить диаграмму  $M_v - \lg \tau$ , то оказывается, что основное уменьшение светимости приходится на первые 100 миллионов лет. Далее, у старых скоплений сильнее связь диаметра с возрастом, а возраста с расстоянием от галактической плоскости, и т. д. Таким образом, изменения в корреляционной матрице отражают тот факт, что здесь отобраны преимущественно старые скопления с иным характером зависимостей.

Наибольшие собственные значения корреляционной матрицы равны  $\lambda_1 = 3.6790$ ;  $\lambda_2 = 1.3640$ ;  $\lambda_3 = 0.9807$ . Таким образом, здесь уже нет столь быстрого уменьшения, и дисперсия третьего ГК немногим меньше дисперсий второго. Это показывает, что здесь положение более сложное, чем раньше, когда можно было ограничиться двумя первыми ГК. Действительно, на диаграмме  $F_1-F_2$  (рис. 3) нагрузки параметра  $[Fe/H]$  на обе оси малы. Между тем, в матрице факторных нагрузок третий ГК определяется преимущественно металличностью:

	$M_0$	$D$	$(B-V)_0$	$(B-V)_t$	$\tau$	$ z $	$[Fe/H]$
$F_1$	-0.010	-0.589	-0.808	-0.883	-0.946	-0.907	0.427
$F_2$	-0.904	0.613	-0.202	-0.301	-0.093	0.118	-0.135
$F_3$	-0.100	0.237	0.359	0.137	-0.077	-0.116	0.866

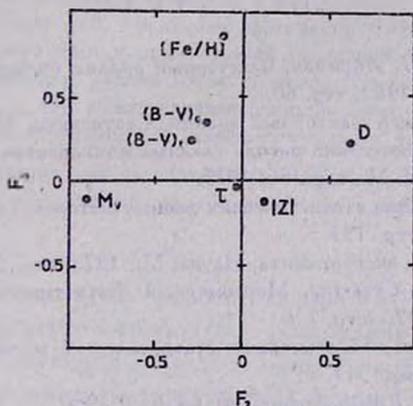


Рис. 4. Диаграмма  $F_2-F_3$  для третьего варианта.

Это иллюстрируется диаграммой  $F_2-F_3$  (рис. 4). Если ось  $F_2$  — по-прежнему «богатство», то ось  $F_3$  — «металличность». Таким образом, в этом случае действует и третий фактор — металличность.

Подведем итоги. Наблюдаемое многообразие свойств рассеянных скоплений определяется преимущественно двумя факторами. Один из них связан с возрастом и/или расстоянием от галактической плоскости, а другой — с «богатством» или населенностью скопления. В случае старых скоплений действует еще один фактор — металличность. На плоскости первых ГК скопления образуют сплошное множество, не разделяющееся явно на кластеры. Это может быть указанием на непрерывность процесса формирования совокупности скоплений.

## COMPONENT ANALYSIS OF OPEN CLUSTERS

A. M. EJGENSON, O. S. YATSYK

The principal component method is used to show that the variety of open cluster properties is determined mainly by two factors. The first factor is associated with age and/or the distance from the galactic plane, while the second is associated with the „richness“ of clusters. In case of old clusters another factor is in action—metallicity. Values of new generalized characteristics corresponding to these factors (i. e., principal components) for every cluster of the Galaxy are determined. They are given for 313 clusters. On the plane of the first two principal components the clusters form a continuous set obviously indivisible into taxons.

## ЛИТЕРАТУРА

1. К. А. Горькова, Ю. Ш. Абрамов, Факторный анализ (метод главных компонент), Изд-во ЛФЭИ, Л., 1981, стр. 66.
2. Г. Харман, Современный факторный анализ, Статистика, М., 1972, стр. 486.
3. П. Ф. Андрукович, Применение метода главных компонент в практических исследованиях, Изд-во МГУ, М., вып. 36, 1973.
4. А. М. Дубров, Обработка статистических данных методом главных компонент, Статистика, М., 1978, стр. 135.
5. В. В. Налимов, Теория эксперимента, Наука, М., 1971, стр. 207.
6. М. Дж. Кендалл, А. Стьюарт, Многомерный статистический анализ и временные ряды, Наука, М., 1976, стр. 736.
7. Б. Болч, К. Дж. Хуань, Многомерные статистические методы для экономики, Статистика, М., 1979, стр. 317.
8. А. М. Эйгенсон, О. С. Яцук, Астрон. ж., 63, 659, 1986.
9. G. Lynga, Catalogue of Open Clusters Data, Lund Observ. Sweden, 1983.
10. K. Janes, D. Adler, Astrophys. J. Suppl. Ser, 49, 425, 1982.
11. А. М. Эйгенсон, О. С. Яцук, Астрон. ж., 65, 730, 1988.