А С Т Р О Ф И З И К А

ТОМ 30 ИЮНЬ, 1989 ВЫПУСК 3

УДК: 52-355-7

ПРОЦЕССЫ ЭНЕРГООБМЕНА МЕЖДУ ЭЛЕКТРОНАМИ И ФОТОНАМИ ПРИ ИНТЕНСИВНЫХ ПОЛЯХ ИЗЛУЧЕНИЯ, ВСТРЕЧАЮЩИХСЯ В НЕКОТОРЫХ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ОБ'ЕКТАХ. IV

Г. Т. ТЕР-КАЗАРЯН

Поступила 25 сентября 1987
Принята к печати 27 декабря 1988

На основе метода «эффективных фотонов» [1—3], получено интегральное кинетическое уравнение, описывающее изменение во времени функции распределения квантов неравновесного интенсивного излучения при их многофотонных комптоновских рассеяниях на максвелловских нерелятивистских электронах. Получен явный вид его ядра. С помощью этого уравнения определяется нагрев электронов. Показано, что при узком спектре, хотя число участвующих в процессе электронов, а следовательно и его скорость уменьшается по сравнению со случаем с широким спектром излучения, приводящим к ослаблению передачи энергии электронам, тем не менее, при многофотонном индуцированном комптоновском взаимодействии происходит нагрев тепловых электронов. С помощью модели светящейся сферы произведены оценки для ядер сейфертовских галактик, квазаров, пульсара NP 0532 и радиопульсаров. Интегральное кинетическое уравнение позволяет описать эволюцию интенсивных спектральных линий излучения при многофотонном индуцированном комптоновском взаимодействии для любых спектральных ширин и любой угловой апертуры пучка излучения.

1. Введение. С помощью введения понятия «эффективного фотона» в работах [1—3] была исследована задача релаксации неравновесного изотропного интенсивного излучения на максвелловских электронах. При широком (по сравнению с доплеровским профилем) спектре излучения ($\delta \gg \Delta\omega^*_{DS}=\omega^*_S\sqrt{2k_BT_e/mc^2}$) перестройка спектра описывается дифференциальным уравнением [1]. На первый взгляд кажется, что эта задача едва ли может быть сведена к фоккер - планковскому приближению, поскольку эффективность ускорения электронов в поле интенсивной волны большая. Действительно, известно, что первоначально нерелятивистский электрон, при взаимодействии с интенсивным излучением, приобретает большой эффективный четырехимпульс. При этом тепловая энергия электронов намного меньше энергии, приобретенной в поле интенсивной волны. Поэтому рассмотрение вопросов теплового баланса и т. п. в этом случае кажется бесполезным и лишенным всякого смысла. Более того, возникает еще одно затруднение относительно функции распределения таких электронов, которая существенно отличается от максвелловской. Для разрешения указанных затруднений в [1—3] был использован тот факт, что электрон как в начальном, так и в конечном состояниях находится в поле первоначального излучения. Поэтому при многофотонном рассеянии преобладает процесс перекачки энергии низкочастотных фотонов в коротковолновую часть спектра. При этом элементарный акт многофотонного вынужденного рассеяния на электроне с эффективным четырехимпульсом заменяется другим, совершенно эквивалентным ему — рассеянием «эффективного фотона» на свободном электроне, в нелинейном режиме (т. е. когда параметры электронной среды зависят от интенсивности первоначального поля излучения). Благодаря такому подходу, начальные физические условия задачи уже накладываются на свободные состояния электронов. Вследствие этого приближение Фоккера — Планка становится правомерным при выводе «промежуточного» кинетического уравнения для распределения «эффективных фотонов». После чего совершается переход к кинетическому уравнению для распределения обычных фотонов. Такой подход мы будем широко использовать по всей работе при исследовании различных задач теории неравновесных процессов.

В работе [3] было показано, что при интерпретации наблюдательных характеристик некоторого класса астрофизических объектов, таких, как лацертиды B21308 +32, OJ 287, пульсар NP 0532 и радиопульсары, важную роль играет механизм многофотонного вынужденного комптоновского рассеяния на электронах. Вклад этого процесса в формирование спектров и других характеристик указанных объектов намного превышает вклад однофотонных процессов. Однако при реальных физических условиях, сопутствующих излучению компактных объектов высокой светимости, излучение сосредоточено в узком интервале частот $\delta \ll \Delta\omega_D \leqslant \Delta\omega^*_{DS}$ и телесном угле $\Omega \ll 1$. Поскольку рассеяние происходит лишь в пределах линии, то из-за узости спектра, число электронов, участвующих в процессе, уменьшается и, следовательно, уменьшается скорость протекания процесса по сравнению с широким спектром излучения с той же яркостной температурой. То есть с сужением спектра ослабевает как передача энергии излучения электронам, так и многофотонное индуцированное давление.

В данной статье продолжим изучение процесса релаксации интенсивного излучения на максвелловских электронах в случае любых спектральных ширин и любой угловой апертуры пучка излучения. Ниже сохраним обозначения, принятые в предыдущих частях [1—3].

Ссылка вида (m. n) означает формулу (n) из части (m).

2. Кинетическое уравнение. В общем случае ($\delta \leqslant \Delta\omega_D \leqslant \Delta\omega^*_{DS}$ и анизотропии излучения) уравнение, описывающее многофотонные комптоновские процессы, как и в однофотонном случае [4], должно иметь интегральный вид. В последнем случае ядро интегрального уравнения, описывающего спонтанное комптоновское рассеяние, учитывающего доплеровское изменение частоты квантов (при рассеянии на максвелловских электронах) и определенного при пренебрежении квантовыми эффектами, приведено в [5]. В работах [6,7] получено кинетическое уравнение, описывающее однофотонные индуцированные процессы, где ядро учитывает квантовые поправки порядка $\frac{\hbar\omega}{mc^2}$.

Для вывода соответствующего кинетического уравнения в интересующем нас случае (многофотонного комптоновского рассеяния квантов на свободных максвелловских нерелятивистских электронах) обратимся к методу «эффективных фотонов» [1—3]. Нетрудно произвести соответствующие вычисления, с учетом квантовых поправок $\frac{s^*\hbar\omega}{mc^2}$, аналогично приводимым в [5—7], и вывести кинетическое уравнение для функции распределения «эффективных фотонов» $n^*(\omega_s^*,\theta,\varphi,t)$ (при фиксированных значениях величин s и α, а следовательно и θ'):

$$\frac{\partial}{\partial t}n^*(\omega_s^*,\theta,\varphi,t)=-\frac{N_e}{N_s}n^*(\omega_s^*,\theta,\varphi,t)\int A(\omega',\omega_s^*,\alpha)[1+$$

$$+n^{*'}(\omega',\theta',\varphi',t)](1+\Delta\omega_1\frac{\partial}{\partial\omega_s^*})\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}d\omega'+ \tag{1}$$

$$+\frac{N_e}{N_s}[1+n^*(\omega_s^*,\theta,\varphi,t)]\int A(\omega_s^*,\omega',\alpha)n^{*'}(\omega',\theta',\varphi',t)\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}d\omega'.$$

Здесь $\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}$ — дифференциальная вероятность процесса многофотонного комптоновского рассеяния, а ядро рассеяния имеет вид:

$$A(\omega_s^*,\omega',\alpha)=\frac{1}{\Delta\omega_{DS}^*\sqrt{2\pi(1-\cos\alpha)}}\cdot\exp\left\{-\frac{(\omega_s^*-\omega')^2}{2(\Delta\omega_{DS}^*)^2(1-\cos\alpha)}\right\}. \tag{2}$$

При этом

$$\frac{s^*\omega-\omega'}{\sqrt{s^*\omega\omega'}}=\frac{\vec{p}}{mc}(\vec{e}-\vec{e}'),\quad \Delta\omega_1=\frac{\hbar(\omega')^2(1-\cos\alpha)}{mc^2},$$

$$\frac{p^2}{2m}+s^*\hbar\omega=\frac{(p')^2}{2m}+\hbar\omega', \tag{3}$$

где $\vec{e}$ и $\vec{e}'$ — единичные векторы в направлении движений начального и конечного фотонов, соответственно. С помощью кинетического уравнения (1) можно получить аналогичное уравнение для функции распределения обычных фотонов. Действительно, нетрудно заметить, что функция распределения обычных фотонов $n(\omega, \theta, \varphi, t)$ должна удовлетворять такому же уравнению, что и функция $[n^*(\omega_s^*,\theta,\varphi,t)]_{(s,\alpha)_{fix}}$ (при фиксированных значениях величин s,α), с добавлением в правой части члена, учитывающего одновременное превращение s^* начальных фотонов в один конечный жесткий фотон в каждом элементарном акте рассеяния. Тогда для полного изменения числа частиц в единице объема фазового пространства будем иметь:

$$\frac{\partial}{\partial t}n(\omega,\theta,\varphi,t)=-\frac{N_e}{N_e}n(\omega,\theta,\varphi,t)\sum_{s=1}^{\infty}\int A(\omega',\omega_s^*,\alpha)[1+$$

$$+n'(\omega',\theta',\varphi',t)](1+\Delta\omega_1\frac{\partial}{\partial\omega_s^*})\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}d\omega' d\cos\theta' d\varphi'+$$

$$+\frac{N_e}{N_e}\sum_{s=1}^{\infty}\int[s^*+n(\omega,\theta,\varphi,t)]A(\omega_s^*,\omega',\alpha)n'(\omega',\theta',\varphi',t)\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}d\omega' d\cos\theta' d\varphi'. \quad (4)$$

С помощью функции $n^*(\omega',\theta',\varphi',t)$ при ее разложении около точки ω_s^* и выполнении замены $n^*(\omega_s^*,\theta',\varphi',t)\to n(\omega,\theta',\varphi',t)$ получается функция $n'(\omega',\theta',\varphi',t)$. После несложных вычислений из уравнения (4), при учете лишь многофотонных индуцированных процессов окончательно получим:

$$\frac{\partial}{\partial t}n(\omega,\theta,\varphi,t)=\frac{N_e}{N_e}n(\omega,\theta,\varphi,t)\sum_{s=1}^{\infty}\int G(\omega_s^*,\omega',\alpha)n'(\omega',\theta',\varphi',t)d\omega' d\cos\theta' d\varphi', \quad (5)$$

где введены следующие обозначения:

$$G(\omega_s^*,\omega',\alpha)=[K(\omega_s^*,\omega',\alpha)-A(\omega_s^*,\omega',\alpha)\Delta\omega_1\frac{\partial}{\partial\omega_s^*}]\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}, \quad (6)$$

$$K(\omega_s^*,\omega',\alpha)=\frac{2\hbar(\omega')^2(\omega_s^*-\omega')}{mc^2(\Delta\omega_{DS}^*)^3\sqrt{2\pi(1-\cos\alpha)}}\exp\left\{-\frac{(\omega_s^*-\omega')^2}{2(\Delta\omega_{DS}^*)^2(1-\cos\alpha)}\right\} \quad (7)$$

Ядро $G(\omega_s^*,\omega',\alpha)$ не имеет особенности вблизи точки $\omega_s^*=\omega'$. В интересующих нас задачах это позволяет сделать замену в ядре:

$$\exp\left\{-\frac{(\omega_s^*-\omega')^2}{2(\Delta\omega_{DS}^*)^2(1-\cos\alpha)}\right\}\to 1.$$

Для этого необходимо выполнение двух условий: 1) спектральная ширина пучка излучения должна быть намного меньше доплеровской ($\delta\ll\Delta\omega_D\leqslant\Delta\omega_{DS}^*$); 2) максимально возможный угол рассеяния α, определяемый апертурой пучка, должен быть достаточно большим $(1-\cos\theta_0)>\frac{\delta}{\Delta\omega_D}\geqslant\frac{\delta}{\Delta\omega_{DS}^*}$, где θ_0 — апертура пучка. Тогда ядро (6) представляется в виде:

$$G(\omega_S^*,\omega',\alpha)=\frac{\hbar(\omega')^2}{mc^2(\Delta\omega_{DS}^*)\sqrt{2\pi(1-\cos\alpha)}}\times$$
$$\times\left[2\frac{\omega_s^*-\omega'}{(\Delta\omega_{DS}^*)^2}-(1-\cos\alpha)\frac{\partial}{\partial\omega_s^*}\right]\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}. \tag{8}$$

Отсутствие у ядра $G(\omega_s^*,\omega',\alpha)$ особенности около точки $\omega_s^*=\omega'$ позволяет при вычислении интегралов типа (5) заменить угол рассеяния на его среднее значение $<\alpha>$, упростив значительно проведение численных оценок. В случае изотропного излучения с широким спектром ($\delta\gg\Delta\omega_{DS}^*$) уравнение (5) с ядром (6), как и следовало ожидать, эквивалентно дифференциальному уравнению (I.17), если только в последнем отбросить члены, пропорциональные функции $n(\omega,t)$ (ответственные за спонтанные процессы). Действительно, интегрируя уравнение (5) по частям и учитывая, что

$$\frac{1}{\Delta\omega_{DS}^*\sqrt{2\pi(1-\cos\alpha)}}\exp\left\{-\frac{(\omega_s^*-\omega')^2}{2(\Delta\omega_{DS}^*)^2(1-\cos\alpha)}\right\}$$

стремится к дельта функции $\delta(\omega_s^*-\omega')$ при $\delta\gg\Delta\omega_{Ds}^*$, нетрудно получить:

$$\frac{\partial}{\partial t}n(\omega,t)=\frac{\hbar N_e}{N_0mc^2}n(\omega,t)\sum_{s=1}^{\infty}\iint\left\{\frac{2(\omega')^2(\omega_s^*-\omega')n'(\omega',t)}{(\Delta\omega_{DS}^*)^3\sqrt{2\pi(1-\cos\alpha)}}\times\right.$$

$$\times\exp\left[-\frac{(\omega_s^*-\omega')^2}{2\Delta\omega_{DS}^*(1-\cos\alpha)}\right]\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}$$

$$\left.-A(\omega_s^*,\omega',\alpha)n'(\omega',t)(\omega')^2(1-\cos\alpha)\frac{\partial}{\partial\omega_s^*}\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}\right\}d\omega'd\cos\theta'd\varphi'=$$

$$=\frac{\hbar N_e}{N_e mc^2}n(\omega,t)\sum_{s=1}^{\infty}\int d\omega'\int_{-1}^{1}d\cos\alpha\left\{2\frac{\partial}{\partial\omega'}\left[(\omega')^2 n'(\omega',t)\frac{dW_s}{d\cos\alpha}\right]\right\}\times$$

$$\times\frac{1}{\Delta\omega^*_{DS}\sqrt{2\pi(1-\cos\alpha)}}\exp\left[-\frac{(\omega^*_s-\omega')^2}{2(\Delta\omega^*_{DS})^2(1-\cos\alpha)}\right]-A(\omega^*_s,\omega',\alpha)n'(\omega',t)\times$$

$$\times(\omega')^2(1-\cos\alpha)\frac{\partial}{\partial\omega^*_s}\frac{dW_s}{d\cos\alpha}\Bigg\}'d\cos\alpha=\frac{\hbar N_e}{N_e mc^2}n(\omega,t)\times$$

$$\times\sum_{s=1}^{\infty}\int d\omega'\int_{-1}^{1}d\cos\alpha(1-\cos\alpha)\left\{2\frac{\partial}{\partial\omega'}\left[(\omega')^2 n(\omega',t)\frac{dW_s}{d\cos\alpha}\right]\delta(\omega^*_s-\omega')-\right. \tag{9}$$

$$\left.-\delta(\omega^*_s-\omega')n'(\omega',t)(\omega')^2\frac{\partial}{\partial\omega^*_s}\frac{dW_s}{d\cos\alpha}\right\}=$$

$$=\frac{\hbar N_e}{N_e mc^2}n(\omega,t)\sum_{s=1}^{\infty}\int_{-1}^{1}d\cos\alpha(1-\cos\alpha)\left\{2\frac{\partial}{\partial\omega^*_s}\left[(\omega^*_s)^2 n(\omega,t)\frac{dW_s}{d\cos\alpha}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-n(\omega,t)(\omega^*_s)^2\frac{\partial}{\partial\omega^*_s}\frac{dW_s}{d\cos\alpha}\right]\right\}=\frac{\hbar N_e}{N_e mc^2}n(\omega,t)\sum_{s=1}^{\infty}\int_{-1}^{1}d\cos\alpha(1-\cos\alpha)\times$$

$$\times\frac{dW_s}{d\cos\alpha}\cdot 2\frac{\partial}{\partial\omega^*_s}\left[n(\omega,t)(\omega^*_s)^2\right]+n(\omega,t)(\omega^*_s)^2\frac{d}{\partial\omega^*_s}\frac{dW_s}{d\cos\alpha}.$$

Выше была использована замена $n^*(\omega^*_s,\theta',\varphi',t)\longrightarrow n(\omega,\theta',\varphi',t)\rightarrow n(\omega,t)$.

3. *Нагрев электронов.* Кинетическое уравнение позволяет определить нагрев электронов:

$$L^+=-\frac{\hbar}{4\pi^3c^3}\int\omega^3\frac{\partial}{\partial t}n(\omega,\theta,\varphi,t)d\omega\, d\cos\theta d\varphi. \tag{10}$$

Если выполняется условие $\delta\leqslant\Delta\omega_D\leqslant\Delta\omega^*_{DS}$, с помощью выражения (8) получим:

$$L^{+}=\frac{-\hbar^{2}}{(2\pi)^{3}mc^{3}}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum_{s=1}^{\infty}\int\omega^{3}n(\omega,\theta,\varphi)(\omega')^{2}n'(\omega',\theta',\varphi)\times$$

$$\times\left[\frac{2(\omega_{s}^{*}-\omega')}{(\Delta\omega_{DS}^{*})^{2}}-(1-\cos\alpha)\frac{\partial}{\partial\omega_{s}^{*}}\right]\frac{dW_{s}}{2\pi d\cos\alpha}d\omega d\omega'\frac{d\cos\theta\, d\cos\theta' d\varphi d\varphi'}{N_{s}\sqrt{1-\cos\alpha}}. \quad (11)$$

При физических условиях, встречающихся в компактных объектах, зависимость от угловой апертуры пучка становится существенной. Причем, если

$$(1-\cos\theta_{0})\ll\frac{\delta^{2}}{2(\Delta\omega_{DS}^{*})^{2}},\quad \theta_{0}\ll\frac{\delta}{\Delta\omega_{D}}\leqslant\frac{\delta}{\Delta\omega_{DS}^{*}}, \quad (12)$$

она становится определяющей. Для дальнейшего зададимся частотным и угловым распределениями пучка:

$$n=\begin{cases}0 \text{ при } \omega<\omega_{0},\\ n_{0} \text{ при } \omega_{0}<\omega<\omega_{0}+\delta,\\ 0 \text{ при } \omega>\omega_{0}+\delta,\end{cases} \quad (13)$$

$$n=\begin{cases}0 \text{ при } \theta>\theta_{0},\\ n_{0} \text{ при } 0<\theta\leqslant\theta_{0}.\end{cases}$$

После интегрирования (10) с помощью (5), (6) и учитывая, что выражение

$$\frac{1}{1-\cos\alpha}\int K(\omega_{s}^{*},\omega',\alpha)d\omega'$$

стремится к дельта-функции при $\frac{\theta_{0}\Delta\omega_{DS}^{*}}{\delta}\to 0$, получим:

$$L^{+}=\frac{\hbar^{2}}{N_{s}(2\pi)^{3}mc^{3}}\int n^{2}\omega^{4}\sum_{s=1}^{\infty}s^{*}\left(2-\frac{s^{*}}{s}\omega\frac{\partial}{\partial\omega}\right)\frac{dW_{s}}{2\pi d\cos\alpha}\times$$

$$\times(1-\cos\alpha)d\cos\theta d\cos\theta' d\varphi d\varphi'. \quad (14)$$

Сначала рассмотрим случай s-фотонного комптоновского рассеяния при $\xi^{2}\ll 1$, $s=1,2,3$, $\theta_{0}\ll 1$, угловом и спектральном распределении пучка (13). С помощью формул (14), (II.7, 10, 13) нетрудно вычислить:

$$L^+=2.38\cdot10^{-3}\cdot\frac{\sigma_T\hbar^2 n_0\omega_0^4\theta_0^6\delta}{mc^4}\Big\{1-0.042\theta_0^2+0.008\theta_0^4-$$
$$-\frac{a}{x}(0.75-1.806\theta_0^2+1.072\theta_0^4)+\frac{a^2}{x^2}(-0.005+4.994\theta_0^2-0.339\theta_0^4)\Big\}. \tag{15}$$

Случай (12) представляет интерес для астрофизики. Действительно, на расстоянии r от светящейся сферы радиуса $R \ll r$ имеем: $\theta_0 \simeq \frac{R}{r}$. Поэтому из (15) определим:

$$L^+=2.38\cdot10^{-3}\cdot\frac{\sigma_T\hbar^2}{mc^4}\int n^2\omega^4\left(\frac{R}{r}\right)^6\left\{1-0.75\frac{ak_BT_e}{\hbar\omega}-0.005\left(\frac{ak_BT_e}{\hbar\omega}\right)^2\right\}d\omega. \tag{16}$$

Далее, с учетом уменьшения интенсивности с удалением от сферы $\left[I_\omega(r)=I_\omega(R)(\frac{R}{r})^2\right]$, из (16) окончательно получим:

$$L^+=36.454\frac{\sigma_T}{m}\int\frac{I_\omega^2(R)}{\omega^2}\left(\frac{R}{r}\right)^6\left\{1-0.75\frac{ak_BT_e}{\hbar\omega}-0.005\left(\frac{ak_BT_e}{\hbar\omega}\right)^2\right\}d\omega=$$
$$=36.454\frac{\sigma_T}{m}\int\frac{I_\omega^2(r)}{\omega^2}\left(\frac{R}{r}\right)^2\left\{1-0.75\frac{ak_BT_e}{\hbar\omega}-0.005\left(\frac{ak_BT_e}{\hbar\omega}\right)^2\right\}d\omega. \tag{17}$$

Отсюда можно произвести оценку для ядер сейфертовских галактик и квазаров со спектральной плотностью

$$U_\omega=\begin{cases}U_\omega(\omega_0)\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{3.5} & \text{при } \omega<\omega_0,\\ U_\omega(\omega_0)\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^{3.5} & \text{при } \omega>\omega_0,\end{cases} \tag{18}$$

где $\omega_0 \simeq 10^{12}$Гц. Если L — светимость объекта в инфракрасной части спектра (18), то $U_\omega(\omega_0) \simeq \frac{L}{4\pi R^2 c\omega_0}$, где R — радиус излучательной области. Тогда

$$L^+=1.078\frac{\sigma_T L^2}{4\pi R^2 m\omega_0^3}\left(\frac{R}{r}\right)^6\left\{1-0.75\frac{ak_BT_e}{\hbar\omega_0}-0.005\left(\frac{ak_BT_e}{\hbar\omega_0}\right)^2\right\}. \tag{19}$$

Теперь рассмотрим другой предельный случай: $\xi^2 \gg 1$ (следовательно $s \simeq \xi^3 \gg 1$), $\theta_0 \ll 1$. С помощью формул (13), (14) и (III.7), при выполнении условия (12) и $\theta_0\xi > 2$, нетрудно вычислить:

$$L^+ \simeq 0.014\frac{\sigma_T\hbar^2}{mc^4}n_0^2\omega_0^4\theta_0^2\delta\frac{s^{\frac{4}{3}}}{\xi^4}. \tag{20}$$

На расстоянии r от светящейся сферы радиуса R будем иметь:

$$L^{+} \simeq 0.133\frac{\sigma_T c^2}{m}\int\frac{U_\omega(R)}{\omega^2}\left(\frac{R}{r}\right)^2\frac{s^{\frac{4}{3}}}{\xi^4}d\omega. \tag{21}$$

С помощью формулы (21) можно произвести оценки для пульсара NP 0532 в Крабовидной туманности и радиопульсаров. Поскольку плотность энергии излучения вблизи пульсаров чрезвычайно велика и, к тому же, в старых пульсарах основная энергия излучается в радиодиапазоне на низких частотах, влияние многофотонных комптоновских процессов на тепловой баланс плазмы в окрестностях пульсаров велико [3]. Для оценок примем модель, в которой пульсар в радиодиапазоне имеет степенной спектр: $U_\omega = U_0\omega^{-\lambda}, \lambda > 1$. То есть радиосветимость L_0 определяется минимальной частотой. Следует учесть также, что в период импульса интенсивность излучения в $(\tau/\Delta\tau)$ раз превышает среднюю (τ — период пульсара). В результате из (18) можно получить формулу для скорости нагрева:

$$L^{+} \simeq 0.133\frac{L_0^2\sigma_T}{4\pi R^2 m\omega_{min}^3}\frac{s^{\frac{4}{3}}}{\xi^4}\left(\frac{R}{r}\right)^2\left(\frac{\tau}{\Delta\tau}\right)^2\frac{A(\lambda-1)}{2\lambda+1}, \tag{22}$$

где $A = \max\left\{\left(\frac{R}{r}\right)^2, \frac{4}{3\tau_s} < 1\right\}$, τ_s — оптическая толщина при учете лишь s-фотонного комптоновского рассеяния (III.41). Используя соответствующие наблюдательные данные пульсаров: $R \simeq 10^8$ см, $\lambda = 2$, $2\pi\cdot 40$ МГц $\leqslant \omega \leqslant 2\pi\cdot 100$ МГц; радиосветимость $L_0 \simeq 10^{31}$ эрг/с, $\Delta\tau/\tau \simeq 0.3$, $N_e \simeq 4\cdot 10^{22}$ см$^{-3}$, $\xi^2 \simeq (104.37 \div 652.3)$ — для NP 0532; $L_0 \simeq 10^{29}$ эрг/с, $\Delta\tau/\tau \simeq 1/20$, $N_e \simeq 4\cdot 10^{20}$ см$^{-3}$, $\xi^2 \simeq (1.04 \div 6.523)$ — для других радиопульсаров, можно получить следующие оценки:

$$N_e L^{+} \simeq 1.737\cdot 10^{21} A\cdot\left(\frac{R}{r}\right)^2 s^{\frac{4}{3}} \text{ эрг. см}^{-3}\text{с}^{-1}, \tag{23}$$

$$N_e L^{+} \simeq 6.24\cdot 10^{17} A\left(\frac{R}{r}\right)^2 s^{\frac{4}{3}} \text{ эрг. см}^{-3}\text{с}^{-1}, \tag{24}$$

соответственно.

Теперь перейдем к рассмотрению другого случая:

$$\theta_0 \geqslant \frac{\delta}{\Delta\omega_D} \geqslant \frac{\delta}{\Delta\omega_{DS}^{*}}. \tag{25}$$

В этом случае спектральная ширина пучка играет существенную роль.

С помощью формул (5), (8), (10) и (13) находим:

$$L^{+}=\frac{2}{(2\pi)^{3}}\cdot\frac{\hbar^{2}}{mc^{5}}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,n_0^2\omega_0^4\frac{\delta^2}{\Delta\omega_D}\sum_{s=1}^{\infty}\int\frac{1}{s^{*}}\left[\frac{\delta^2}{2\Delta\omega_D^2}\left(\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}\right)_{\omega_0}-\right.$$

$$\left.-(1-\cos\alpha)\frac{s^{*}}{s}\omega_0\left(\frac{\partial}{\partial\omega}\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}\right)_{\omega_0}\right]\frac{d\cos\theta\, d\cos\theta' d\varphi d\varphi'}{N_e\sqrt{1-\cos\alpha}}. \qquad (26)$$

Рассмотрим сначала случай $\xi^2\ll 1, s=1,2,3$ и сделаем оценку для центральной линии луча. Для этого следует положить $\theta=0$ и заменить интегрирование по начальным углам умножением на величину $\Omega_0=2\pi(1-\cos\theta_0)$. После интегрирования по θ', φ', где $\cos\theta'=\cos\alpha$, с помощью (II.7, 9, 13) находим:

$$L^{+}=\frac{3}{2(2\pi)^{3}}\pi^{\frac{1}{2}}\frac{\sigma_T\hbar^2}{mc^4}\cdot n_0^2\omega_0^4\frac{\delta^2}{\Delta\omega_D}\theta_0^3\left\{\frac{\delta^2}{\Delta\omega_D^2}\left(1-\frac{1}{6}\theta_0^2+\frac{1}{40}\theta_0^4\right)-\right.$$

$$-\frac{a}{2x_0}\left[\frac{\delta^2}{\Delta\omega_D^2}+\frac{1}{3}\theta_0^2\left(1-\frac{\delta^2}{2\Delta\omega_D^2}\right)+\frac{3}{10}\theta_0^4\left(1-\frac{7}{4}\cdot\frac{\delta^2}{\Delta\omega_D^2}\right)\right]+\frac{a^2}{2x_0^2}\left[\frac{\delta^2}{2\Delta\omega_D^2}+\right. \qquad (27)$$

$$\left.\left.+\frac{1}{3}\theta_0^2\left(1+\frac{2\delta^2}{\Delta\omega_D^2}\right)+\frac{1}{10}\theta_0^4\left(1+7.075\frac{\delta^2}{\Delta\omega_D^2}\right)\right]\right\}.$$

Отсюда можно получить также формулу для нагрева электронов, находящихся в поле луча импульсного лазера мощностью W/t и продолжительностью импульса t. Действительно, если линейный размер луча в фокусе равен r, а спектральное и угловое распределение имеют вид (13) ($\delta\ll\Delta\omega_D\leqslant\Delta\omega_{DS}^{*}$), то число заполнения равно:

$$n_0=\frac{4\pi W c^2}{\theta_0^2 r^2 t\delta\hbar\omega_0^3}, \qquad (28)$$

а яркостная температура равна:

$$k_B T_b=n_0\hbar\omega_0=\frac{4\pi W c^2}{\theta_0^2 r^2 t\delta\omega_0^2}. \qquad (29)$$

Следовательно при условии (25) определим:

$$L^{+}=\frac{3}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{\sigma_T W^2}{\theta_0 r^4 t^2 m\omega_0^2\Delta\omega_D}\left\{\frac{\delta^2}{\Delta\omega_D^2}\left(1-\frac{1}{6}\theta_0^2+\frac{1}{40}\theta_0^4\right)-\right.$$

$$-\frac{a}{2x_0}\left[\frac{\delta^2}{\Delta\omega_D^2}+\frac{1}{3}\theta_0^2\left(1-\frac{\delta^2}{2\Delta\omega_D^2}\right)+\frac{3}{10}\theta_0^4\left(1-\frac{7}{4}\cdot\frac{\delta^2}{\Delta\omega_D^2}\right)\right]+ \tag{30}$$

$$\left.+\frac{a^2}{2x_0^2}\left[\frac{\delta^2}{2\Delta\omega_D^2}+\frac{1}{3}\theta_0^2\left(1+\frac{2\delta^2}{\Delta\omega_D^2}\right)+\frac{1}{10}\left(1+7.075\frac{\delta^2}{\Delta\omega_D^2}\right)\right]\right\}.$$

Теперь рассмотрим случай $\xi^2\gg1(s\gg1)$, при выполнении условия (25) и спектральном и угловом распределениях (13). Если также выполняется условие $\theta_0\xi>2$, для центральной линии луча получим оценку:

$$L^{+}\simeq4.83\cdot10^{-3}\frac{\sigma_T\hbar^2}{mc^4}n_0^2\omega_0^4\frac{\delta^2}{\Delta\omega_D}\theta_0\left(\frac{x_0}{a}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\delta^2}{2\Delta\omega_D^2}-\frac{2x_0^2}{a}\right). \tag{31}$$

При этом была использована формула (III.6). Для нагрева электронов в поле луча импульсного лазера отсюда имеем:

$$L^{+}\simeq0.762\frac{\sigma_T W^2}{r^4\theta_0^2t^2m\omega_0^2\Delta\omega_D}\left(\frac{x_0}{a}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{\delta^2}{2\Delta\omega_D^2}-2\frac{x_0}{a}\right). \tag{32}$$

Следует отметить, что все результаты были получены с помощью формул (5) и (10), которые справедливы в случае пренебрежения коллективными эффектами, т.е. при превышении изменения частоты кванта при рассеянии над ленгмюровской частотой ($\omega_{pl}=2\pi\sqrt{e^2N_e/\pi m}$).

4. Эволюция спектрально узких линий излучения. Рассмотрим случай спектрально узкого излучения ($\delta\ll\Delta\omega_D\leqslant\Delta\omega_{DS}^{*}$) при достаточно широком угловом распределении излучения ($\theta_0\gg\frac{\delta}{\Delta\omega_D}\gg\frac{\delta}{\Delta\omega_{DS}^{*}}$). Воспользуемся интегральным уравнением (5), которое в этом случае можно представить в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}n(\omega,t)=\frac{\sigma_T N_e}{mc}\cdot\hbar n(\omega,t)\sum_{s=1}^{\infty}\int d\omega'(\omega')^2[\omega D_{1s}(\omega)-$$
$$-\omega' D_{2s}(\omega)]n(\omega',t), \tag{33}$$

где:

$$D_{1s}(\omega)=\frac{2}{\Delta\omega_D^3}A_{1s}(\omega)-\frac{1}{\omega\Delta\omega_D}\cdot\frac{\partial}{\partial\omega}A_{3s}(\omega),$$

$$D_{2s}(\omega)=\frac{2}{\Delta\omega_0^3}A_{2s}(\omega),$$

$$A_{1s}(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,c\sigma_T N_e}\int\frac{1}{(s^*)^2}\,\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}\cdot\frac{d\cos\theta' d\varphi'}{\sqrt{1-\cos\alpha}},\tag{34}$$

$$A_{2s}(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,c\sigma_T N_e}\int\frac{1}{(s^*)^3}\cdot\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}\cdot\frac{d\cos\theta' d\varphi'}{\sqrt{1-\cos\alpha}},$$

$$A_{3s}(\omega)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,c\sigma_T N_e}\int\frac{1}{(s^*)^2}\cdot\frac{dW_s}{2\pi d\cos\alpha}\sqrt{1-\cos\alpha}\,d\cos\theta' d\varphi'.$$

При сравнительно малой интенсивности поля излучения $\xi^2\ll1$ и, например, для $s=1,2$, с помощью соответствующих формул (II.7, 10) получим:

а) В изотропном случае —

$$A_{11}(x)=\frac{1.1}{\sqrt{\pi}}\left(1-1.74\frac{a}{x}+1.38\frac{a^2}{x^2}\right),\quad A_{12}(x)=\frac{0.58}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{a}{x}\left(1-3.63\frac{a}{x}\right),$$

$$A_{21}(x)=\frac{1.1}{\sqrt{\pi}}\left(1-2.05\frac{a}{x}+11.83\frac{a^2}{x^2}\right),\quad A_{22}(x)=\frac{0.12}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{a}{x}\left(1+17.65\frac{a}{x}\right),\tag{35}$$

$$A_{31}(x)=\frac{0.66}{\sqrt{\pi}}\left(1-2.9\frac{a}{x}+3.11\frac{a^2}{x^2}\right),\quad A_{32}(x)=\frac{0.85}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{a}{x}\left(1+4.43\frac{a}{x}\right).$$

Величины a и x даются формулами:

$$a=\frac{4\pi e^2\hbar^2 N}{m^2c^4k_B T_e},\quad x=\frac{\hbar\omega}{k_B T_e}.$$

б) При угловом распределении (13) нетрудно получить аналогичную оценку для центральной линии пучка, полагая при этом $\theta=0$ и $\alpha=\theta'$:

$$A_{11}(x)=\frac{3}{4\sqrt{\pi}}\theta_0\left\{1-\frac{1}{6}\theta_0^2-\frac{a}{2x}\left(1+\frac{5}{6}\theta_0^2\right)+\frac{a^2}{4x^2}\left(1+\frac{5}{6}\theta_0^2\right)\right\},$$

$$A_{12}(x)=\frac{\theta_0^3}{16\sqrt{\pi}}\cdot\frac{a}{x}\left(1-\frac{a}{2x}\right),\quad A_{22}(x)=\frac{1}{16\sqrt{\pi}}\cdot\frac{a}{x}\theta_0^3\left(1+\frac{a}{2x}\right),$$

$$A_{21}(x)=\frac{3}{4\sqrt{\pi}}\theta_0\left\{1-\frac{1}{6}\theta_0^2-\frac{a}{2x}\left(1+\theta_0^2\right)+\frac{a^2}{4x^2}\left(1+\theta_0^2\right)\right\},\tag{36}$$

$$A_{31}(x)=\frac{1}{8\sqrt{\pi}}\theta_0^3\left\{1-\frac{3}{10}\theta_0^2-\frac{a}{x}\left(2+\frac{3}{4}\theta_0^2\right)+\frac{a^2}{4x^2}\left(1+\frac{3}{2}\theta_0^2\right)\right\},$$

$$A_{32}(x)=\frac{3}{80\sqrt{\pi}}\cdot\frac{a}{x}\theta_0^5\left(1-\frac{a}{2x}\right).$$

В другом случае, при большой интенсивности излучения ($\xi^2\gg1$, $s\gg1$) и дополнительном условии $\xi\theta_0>2$, с помощью формул (III.6) и (21) вычислим:

$$A_{1s}(x)\simeq0.085\frac{x^{1/2}}{s^{5/3}a^{1/2}},\quad A_{2s}(x)\simeq0.085\frac{x^{1/2}}{s^{8/3}a^{1/2}},\tag{37}$$

$$A_{3s}(x)\simeq0.169\frac{x^{3/2}}{s^{5/3}a^{3/2}}.$$

При многофотонном комптоновском рассеянии число квантов в системе не сохраняется, т. е. плотность квантов, как и плотность энергии излучения, зависит от времени:

$$N_\gamma(t)=\frac{1}{4\pi^3c^3}\int(\omega')^2n'(\omega',t)d\omega'd\cos\theta d\varphi,$$
$$\varepsilon(t)=\int\varepsilon_\omega d\omega'=\frac{\hbar}{4\pi^3c^3}\int(\omega')^3n'(\omega',t)d\omega'd\cos\theta d\varphi. \tag{38}$$

Комбинируя формулы (33) и (34), находим следующее уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial t}n(\omega,t)=Bn(\omega,t)\sum_{s=1}^{\infty}[\varepsilon(t)D_{2s}(\omega)-N_\gamma(t)\hbar\omega D_{1s}(\omega)]. \tag{39}$$

Формально решая это уравнение получим:

$$n(\omega,t)=n_1(\omega)\exp\left\{B\sum_{s=1}^{\infty}\int_0^t[\varepsilon(t)D_{2s}(\omega)-\right.$$
$$\left.-N_\gamma(t)\hbar\omega D_{1s}(\omega)]dt,\right. \tag{40}$$

где введено обозначение $B=\frac{(2\pi)^3\sigma_T c^2N_e}{2m}$. Такая запись проясняет физическую картину процесса: в спектральной линии число фотонов с частотой, превышающей на данный момент времени «среднюю»

$$\omega>\frac{\sum_{s=1}^{\infty}D_{2s}(\omega)\int_0^t\varepsilon(t')dt'}{\hbar\sum_{s=1}^{\infty}D_{1s}(\omega)\int_0^tN_\gamma(t')dt'}, \tag{41}$$

уменьшается, а с меньшей — увеличивается. Причем, первоначальный профиль линии может иметь как гауссовский, так и лоренцевский вид:

$$n_1(\omega)=\frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{(\omega-\omega_1)^2}{2\delta^2}\right\},\ (\delta\ll\Delta\omega_D),$$
$$n_1(\omega)=\frac{1}{(\omega-\omega_1)^2+\Gamma^2}. \tag{42}$$

Резюмируя полученные результаты, можно заключить: несмотря на то, что при узком спектре число электронов, участвующих в процессе (а следовательно и его скорость), уменьшается по сравнению со случаем широкого спектра, что приводит к ослаблению передачи энергии электронам, тем не менее, при многофотонном индуцированном комптоновском взаимодействии происходит нагрев тепловых электронов. Этот механизм играет существенную роль в тепловом балансе газа, окружающего компактные объекты чрезвычайно высокой светимости. Следует заметить, что разработанная здесь теория позволяет определить многофотонную индуцированную силу давления излучения, действующую на отдельный электрон в спектральном поле, а с ее помощью определить также индуцированное давление спектрально узкого пучка на сгусток плазмы малой плотности. Известно, что при движении электрона $(v \ll c)$ в изотропном поле излучения на него действует сила торможения, пропорциональная его скорости и плотности энергии излучения. При движении электрона в монохроматической волне систематическая сила возникает только при учете реакции электрона на собственное вторичное (рассеянное) излучение. В отличие от указанного случая, при движении электрона в спектральном поле с разбросом по направлениям, систематическая сила будет действовать на него и без учета силы реакций. В поле излучения со случайными фазами реальный смысл имеет лишь сила, усредненная по всем значениям фаз. Поэтому динамическая задача движения электрона в поле излучения требует статистического подхода. Отметим, что давление излучения связано с передачей при рассеянии продольного импульса квантов, в то время как нагрев электронов происходит при передаче поперечного компонента импульса квантов. Энергия, передаваемая за единицу времени сгустку плазмы с импульсом $P_0 > \sqrt{k_B T_e m}$ и функцией распределения $f(\vec{P})$ при его разгоне индуцированным давлением света f_{ind}, равна:

$$L^+ = \int f_{ind} \frac{P_0}{m} f(\vec{P}) d\vec{P}. \tag{43}$$

Изучению указанных вопросов будет посвящена следующая часть настоящей работы.

Автор выражает искреннюю признательность академику В. А. Амбарцумяну за полезные обсуждения.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE ENERGY EXCHANGE PROCESSES BETWEEN ELECTRONS AND PHOTONS AT THE INTENSE RADIATION ENCOUNTERED IN SOME ASTRONOMICAL OBJECTS. IV

G. T. TER-KAZARIAN

On the basis of method of «effective photon» [1—3], the integral kinetic equation, which describes the time evolution of distribution function

of photons of nonequilibrium intense radiation interacting with the nondegenerate nonrelativistic electrons via the multiphoton Compton scattering, has been obtained. By means of this equation the heating of electrons is determined. It has been shown that in the case of narrow spectrum in spite of the fact that the number of participating in the process electrons and due to it the rate of process decrease with respect to the case of broad spectrum of radiation, whilst the transference of energy to the electrons decreases too, nevertheless in the case of multiphoton Compton scattering the heating of electrons takes place. By means of the model of the luminous sphere the estimations for the number of objects such as Seyfert galaxies, quasars, pulsar NP 0532 and radiopulsars are carried out. The integral kinetic equation enables to describe the evolution of the spectral lines of intense radiation for any width and any angular aperture of beam.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. Т. Тер-Казарян*, Астрофизика, 21, 3, 1984.
2. *Г. Т. Тер-Казарян*, Астрофизика, 27, 3, 1987.
3. *Г. Т. Тер-Казарян*, Астрофизика, 30, 2, 1989.
4. *Я. Б. Зельдович, Р. А. Сюняев*, Ж. эксперим. и теор. физ., 62, 153, 1972.
5. *С. Чандрасекар*, Перенос лучистой энергии, ИИЛ, М., 1953.
6. *Я. Б. Зельдович, Е. В. Левич, Р. А. Сюняев*, Ж. эксперим. и теор. физ., 62, 4, 1972.
7. *J. Coste, J. Peyraud*, Phys. Rev., A 12, 2144, 1975.