

УДК: 52—4

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ  
НЕОДНОРОДНОГО ГАЗОВОГО ДИСКА

В. В. ЛЕВИ, А. Г. МОРОЗОВ

Поступила 10 марта 1987

Принята к печати 28 октября 1988

Описаны основные свойства неустойчивости, обусловленной радиальной неоднородностью поверхностной плотности и температуры газового диска. Выяснена причина малости радиального градиента дисперсии скоростей газовых облаков в дисках галактик. Предложено объяснение природы турбулентной вязкости, получены оценки ее величин- и  $\alpha$ -параметра в модели несамогравитирующего аккреционного диска.

1. *Введение.* К настоящему времени уже известен ряд гидродинамических неустойчивостей газового диска, объясняющих происхождение тех или иных наблюдаемых структур или налагающих ограничения на значения величин некоторых параметров галактических и аккреционных дисков. К ним в первую очередь относятся гравитационная [1, 2] и гравитационно-градиентная [3] неустойчивости, определяющие минимальную «температуру» (аналог квадрата одномерной дисперсии скоростей газовых облаков), необходимую для предотвращения разбегания диска на гравитационно связанные сгустки джинсовского масштаба. Другой класс неустойчивостей — центробежная и Кельвина-Гельмгольца [4—6] обусловлен дифференциальностью вращения диска и, по-видимому, служит причиной возбуждения спирального узора в ряде галактик. Роль диссипативных факторов наиболее ярко проявилась в быстрой диссипативной неустойчивости [7], имеющей, возможно, отношение к объяснению природы турбулентной вязкости в аккреционных дисках, обладающих областями, близкими к границе гравитационной устойчивости [8].

Однако среди перечисленных выше неустойчивостей нет обусловленной радиальной неоднородностью поверхностной плотности и температуры диска. В этой работе мы хотим обратить внимание на потенциальные возможности приложения результатов исследования такой неустойчивости (неустойчивости градиентных и энтропийных возмущений газового диска) для объяснения до сих пор загадочной причины малости радиального градиента дисперсии скоростей газовых облаков в дисках галактик по сравне-

нию с градиентом поверхностной плотности газовых подсистем и для выяснения природы турбулентной вязкости в аккреционных дисках. Последнее особенно важно потому, что кеплерово вращение газового диска гидродинамически устойчиво.

В разделе 2 предложен общий подход к изучению (в ВКБ-приближении) свойств неосесимметричных возмущений в неоднородных дифференциально вращающихся гравитирующих газовых дисках и получено уравнение, определяющее дисперсионные свойства таких возмущений в диске конечной толщины. В разделе 3 вычислены границы области описываемой этим дисперсионным уравнением градиентно-энтропийной неустойчивости, а в разделе 4 в несамогравитирующем пределе показано, что эта неустойчивость обладает свойствами как конвективной, так и Рэлея-Тэйлора неустойчивостей. В заключительном разделе 5 обсуждаются приложения полученных результатов к газовому диску Галактики и проблеме турбулентной вязкости аккреционных дисков.

2. *Дисперсионное уравнение.* Общий подход к выводу уравнения, описывающего дисперсионные свойства неосесимметричных возмущений в дифференциально вращающемся газовом диске с учетом радиальной неоднородности поверхностной плотности  $\sigma_0$  и температуры  $T_0$  газа, был развит в работе [3]. Однако в упомянутой работе дисперсионное уравнение было получено только в изэнтропической модели диска, хорошо аппроксимирующей газовый диск Галактики в области  $r \approx 5 \div 6$  кпк. Указанная модель может быть охарактеризована следующей связью между радиальными градиентами  $\sigma_0$  и  $T_0$ :

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{d \ln T_0}{d \ln \sigma_0} = \frac{d \ln c_s}{d \ln \sigma_0} = \eta_0 \equiv (\gamma_D - 1)/2, \quad (1)$$

где  $c_s \propto T_0^{1/2}$  — адиабатическая скорость звука,  $\gamma_D$  — „плоский“ показатель адиабаты в газовом диске [9—11].

Общее дисперсионное уравнение, в котором не предполагалась бы какая-либо связь между радиальными градиентами  $\sigma_0$  и  $T_0$  (величина  $\eta$  произвольна), может быть получено из системы уравнений (12), (13) работы [3] при выполнении условия применимости ВКБ-приближения (см. условие (17) в [3])

$$\left| \frac{(\omega - m\Omega) m}{x} \right| \ll kr = (k_r^2 r^2 + m^2)^{1/2} \quad (2)$$

и с учетом ВКБ-решения уравнения Пуассона:  $\psi = -2\pi G\sigma/k$  (здесь  $\psi$ ,  $\sigma$  — возмущенные гравитационный потенциал и поверхностная плотность диска соответственно;  $k_r$ ,  $k_\varphi = m/r$  — радиальная и азимуталь-

ная компоненты волнового вектора:  $\Omega(r)$  — угловая скорость вращения газового диска;  $x(r)$  — эпциклическая частота,  $\omega$  — частота возмущений). Это дисперсионное уравнение имеет вид:

$$\begin{aligned} & \hat{\omega}^4 - \hat{\omega}^2 [x^2 + (kc_s^2 - 2\pi G\sigma_0 k)(1 - 2s^2 r d\Omega^2/x^2 dr)] - \\ & - 2s\Omega\hat{\omega} \left[ (kc_s^2 - 2\pi G\sigma_0) \frac{d \ln (2\Omega\sigma_0/x^2)}{dr} + 4kc_T^2 \frac{d \ln \sigma_0}{dr} (\eta - \eta_0) \right] - \\ & - 2(2s\Omega)^2 \frac{kc_T^2}{x^2} (\eta - \eta_0) \left( \frac{d \ln \sigma_0}{dr} \right)^2 [2kc_T^2 (\eta - \eta_0) + (kc_s^2 - 2\pi G\sigma_0)] = 0, \quad (3) \end{aligned}$$

где  $\hat{\omega} = \omega - m\Omega$ ;  $c_T = c_s/\sqrt{\gamma_D}$  — изотермическая скорость звука (величина, эквивалентная одномерной дисперсии скоростей газовых облаков);  $s = m/kr$  — параметр, характеризующий степень неосесимметричности возмущения. Нетрудно видеть, что в пределе изэнтропического диска ( $\eta = \eta_0$ ) уравнение (3) переходит в дисперсионное уравнение (19) работы [3].

Уравнение (3) описывает четыре ветви колебаний газового диска. Две из них — гравитационные, существуют и в модели однородного ( $\sigma_0 = \text{const}$ ,  $T_0 = \text{const}$ ) твердотельно вращающегося ( $\Omega = \text{const}$ ) диска (баланс квадратичного и четвертой степени по  $\hat{\omega}$  членов). В модели неоднородного дифференциально вращающегося изэнтропического диска ( $\eta = \eta_0$ ) появляется „градиентная“ ветвь (в [3] показано, что эта ветвь обладает свойствами волны Россби). Наконец, в модели с  $\eta \neq \eta_0$  проявляется еще одна, обусловленная радиальной неоднородностью параметров диска, ветвь колебаний. Поскольку в модели изэнтропического диска частота этой ветви  $\hat{\omega} \equiv 0$ , ее естественно называть „энтропийной“.

Градиентная и энтропийная ветви являются низкочастотными  $|\hat{\omega}| \ll x$  при любых длинах волн возмущений ( $|\hat{\omega}| \lesssim c_T/L_\sigma \ll x$ , где  $L_\sigma = |\partial \ln \sigma_0 / \partial r|^{-1}$ ). Гравитационные же ветви могут быть низкочастотными только в маргинально устойчивом диске и только для возмущений с длинами волн, лежащими в окрестности значений  $k \simeq k_0 = \pi G\sigma_0/c_s^2$  [3]. Если же газовый диск гравитационно устойчив с некоторым, пусть даже небольшим, запасом, то низкочастотными ( $|\hat{\omega}| \lesssim c_T/L_\sigma$ ) во всей области длин волн остаются только градиентная и энтропийная ветви. При вычислении частот последних в этом случае член  $\hat{\omega}^4$  в (3) оказывается меньше или порядка  $(c_T/L_\sigma)^4$ , тогда как другие члены — порядка  $(c_T/L_\sigma)^2 x^2 \gg (c_T/L_\sigma)^4$ . Поэтому, ог-

раничиваясь в этой работе исследованием свойств градиентных и энтропийных возмущений в гравитационно устойчивом газовом диске, отбросим в (3) член  $\omega^4$ . Кроме того, поскольку полученные ниже результаты могут представить интерес и для понимания природы турбулентной вязкости в достаточно толстых аккреционных дисках, запишем это уравнение с учетом конечной толщины диска. Учет этого фактора проведем по аналогии со звездным диском [12], заменив величину  $Gz_0$  на  $G\sigma_0/(1+kh)$ , где  $h$  — эффективная полутолщина газового диска. В итоге получим

$$\begin{aligned} & \omega^2 \left[ x^2 + kc_*^2 \left( k - \frac{2k_0}{1+kh} \right) (1 - 2s^2 r d\Omega^2 / x^2 dr) \right] + \\ & + 2s\Omega \omega \left[ 4kc_*^2 (\eta - \eta_0) \frac{d \ln \sigma_0}{dr} + c_*^2 \left( k - \frac{2k_0}{1+kh} \right) \frac{d \ln (2\Omega\sigma_0/x^2)}{dr} \right] + \\ & + 8s^2 \Omega^2 \frac{kc_*^2}{x^2} (\eta - \eta_0) \left( \frac{d \ln \sigma_0}{dr} \right)^2 \left[ 2kc_*^2 (\eta - \eta_0) + c_*^2 \left( k - \frac{2k_0}{1+kh} \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

3. *Градиентно-энтропийная неустойчивость.* Заметим, что в модели изэнтропического ( $\eta = \eta_0$ ) диска исходное для дальнейшего анализа уравнение (4) оказывается линейным по  $\omega$  и, следовательно, неустойчивость в случае  $\eta \equiv \eta_0$  не может иметь места. Если же диск неизэнтропичен ( $\eta \neq \eta_0$ ), то при некоторых значениях параметров диска и возмущений корни квадратного по  $\omega$  уравнения (4) могут стать комплексными и, следовательно, описывать неустойчивость негравитационного типа. Назовем эту неустойчивость градиентно-энтропийной (ГЭ) и определим масштабы неустойчивых возмущений в зависимости от параметров диска и, в первую очередь, от параметра  $\eta$ . Из (4) нетрудно видеть, что положение границ области ГЭ-неустойчивости (вычисляемых из условия обращения в нуль мнимой части решения (4)) в плоскости  $(k, \eta)$  при заданном  $s^2$  определяется выражением

$$\eta = \eta_0 + \frac{\gamma_D}{4} \left( 1 - \frac{2k_0}{k(1+kh)} \right) \frac{(\varepsilon - z) \pm \sqrt{(\varepsilon - z)^2 + z(\varepsilon + 1)^2}}{z}, \quad (5)$$

где  $z = (1 - 2s^2 r d\Omega^2 / x^2 dr) (1 - 2k_0/k(1+kh)) k^2 c_*^2 / x^2$ ;  $\varepsilon = d \ln (2\Omega/x^2) / d \ln \sigma_0$ . На рис. 1 в качестве примера приведена область неустойчивости (заштрихована), границы которой определены по параметрам газового диска Галактики в окрестности Солнца [13]. Видно, что диск может быть устойчивым действительно только при  $\eta = \eta_0$ . Нетрудно также видеть, что большая часть области ГЭ-неустойчивости лежит справа от  $k = k_1$ , где  $k_1 = (\sqrt{1 + 8k_0 h} - 1) / 2h$  — положительный корень уравнения  $k - 2k_0/(1+kh) = 0$ .

В связи с этим важна оценка величины  $k_0 h$  в газовых галактических и аккреционных дисках. В окрестности Солнца непосредственно по данным наблюдений  $(k_0 h)_\odot \approx 0.3$ . Вообще же в галактических газовых подсистемах\*  $k_0 h \approx (2/i_D)^{1/2} (\chi/\omega_s)/Q_0$ , где  $\omega_s$  — частота колебаний частиц поперек плоскости диска (обычно в дисках галактик  $\chi/\omega_s \approx \approx 0.3 \div 0.5$ ), а  $Q_0 = c_s \chi / \pi G \Sigma_0$ . Поскольку в газовых подсистемах большинства галактик  $Q_0 \approx 1.5 \div 2$  [15], то  $k_0 h \approx 0.15 \div 0.4$ . В этом слу-

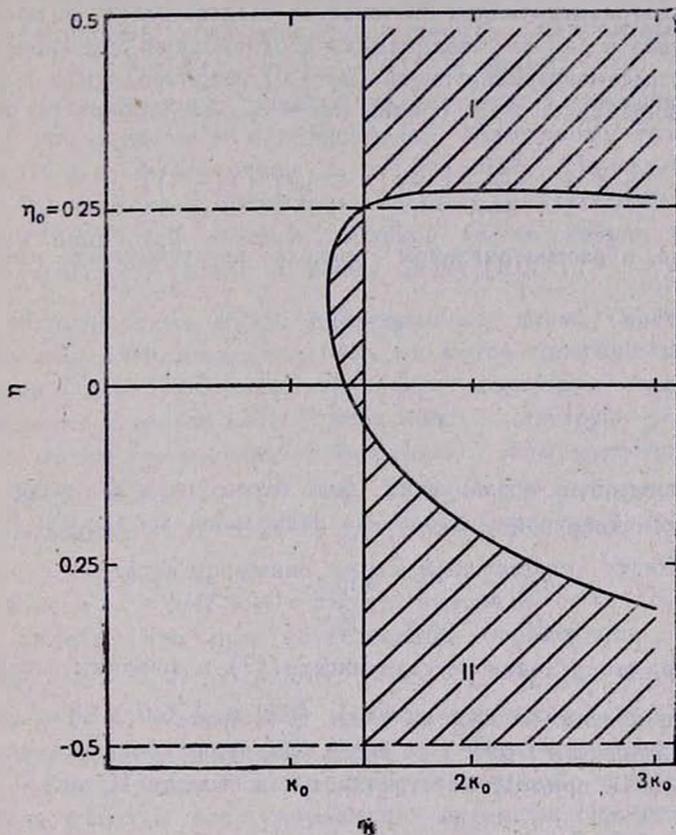


Рис. 1. Область градиентно-энтропийной неустойчивости в плоскости  $(k, \eta)$  по параметрам газового диска Галактики в окрестности Солнца.

чае  $k_1 \approx (1.3 \div 1.6) k_0$ . В аккреционных дисках, вращающихся по кеплеровскому закону ( $n = 1.5$ ;  $\omega_s \approx \chi = \Omega$ ) оценки показывают, что  $k_0 h \approx \beta/Q_0$ , где  $\beta$  — коэффициент порядка единицы. И в пределе практически несамогравитирующего ( $Q_0 \gg 1$ ) диска, очевидно,  $k_0 h \ll 1$ . В этом случае  $k_1 \approx 2k_0$ .

\* Эта оценка эквивалентна приведенной в работе [14]:  $k_0 h \approx (\sqrt{\pi}/2) \rho_{g0}/\rho_{*0} |_{z=0}$ .

4. *Природа градиентно-энтропийной неустойчивости.* Отметим непосредственно вытекающие из уравнений (4), (5) основные отличительные свойства ГЭ-неустойчивости. Во-первых, неустойчивыми могут быть лишь неосесимметричные ( $s = m/kg \neq 0$ ) возмущения. Во-вторых, ГЭ-неустойчивость может развиваться и в твердотельно вращающемся диске и исчезает лишь в том случае, если  $\eta = \eta_0$ . И, наконец, в-третьих, ГЭ-неустойчивость может развиваться в сколь угодно «горячем» газовом диске.

Последнее обстоятельство означает, что ГЭ-неустойчивость существует и в несамогравитирующих системах, и, следовательно, ее природа может быть понята в рамках газодинамики неоднородных сред. Действительно, в пределе несамогравитирующей ( $k_0 \rightarrow 0$ ) неоднородной в  $x$ -направлении невращающейся ( $\Omega \rightarrow 0$ ) среды ( $k_y \rightarrow k_y$ ,  $k_r \rightarrow k_x$ ) из (4) получаем

$$\hat{\omega} = \pm i \frac{k_y c_T}{kL_g} \left[ \frac{4}{\gamma_D} (\eta - \eta_0) \left( \eta + \frac{1}{2} \right) \right]^{1/2}. \quad (6)$$

Следовательно, в рассматриваемом пределе неустойчивость имеет место при

$$\eta > \eta_0 \quad (7)$$

и при

$$\eta < -\frac{1}{2}. \quad (8)$$

Выясним природу этих ограничений. Для этого сначала вычислим градиент равновесной энтропии вдоль « $x$ » радиальной координаты [3]:

$$\frac{ds_0}{dx} = \frac{c_T^2}{T_0 \eta_0} \frac{d \ln \sigma_0}{dx} (\eta - \eta_0). \quad (9)$$

Из (9) видно, что условие неустойчивости (7) в точности соответствует условию возникновения конвекции [16]:  $(\bar{\nabla} s_0 \cdot \bar{\nabla} \sigma_0) > 0$ . Тем самым, неустойчивость в области I рис. 1 по своей природе — конвективная.

Чтобы понять природу неустойчивости в области II рис. 1 заметим, что

$$\frac{dp_0}{dx} = \frac{ds_0 c_T^2}{dx} = \sigma_0 c_T^2 \frac{d \ln \sigma_0}{dx} (1 + 2\eta). \quad (10)$$

Отсюда видно, что условие неустойчивости (8) тождественно совпадает с условием неустойчивости Рэлея-Тэйлора:  $(\bar{\nabla} p_0 \cdot \bar{\nabla} \sigma_0) < 0$ .

Приведенные выше рассуждения объясняют асимптотическое поведение границ области ГЭ-неустойчивости на рис. 1 в пределе  $k \rightarrow \infty$ . Искажения же границы области неустойчивости на этом рисунке для длинно-

волновых возмущений (не удовлетворяющих условию  $k \gg k_0$ ) обусловлено, очевидно, влиянием самогравитации.

5. Приложения.

5.1. Газовый диск Галактики. По данным наблюдений в области  $r \gtrsim 5 + 6$  кпк величина  $(\partial \ln \sigma_0 / \partial r)^{-1} \simeq -4$  кпк [17], а  $(\partial \ln c_s / dr)^{-1} \simeq \simeq -(15 + 17)$  кпк [18]. Тем самым  $\eta_{0,br} \simeq 1/4$ . В то же время, рассматривая газовый диск как совокупность „макроатомов“—облаков ( $\gamma_V = 5/3$ ,  $\gamma_D = 3 - 4/(\gamma_V + 1) = 3/2$  [11]), видим, что  $\eta_0 = 1/4$ . Это означает, что эволюция газовой подсистемы Галактики в области  $r \gtrsim 5 + 6$  кпк привела ее к единственно возможному устойчивому состоянию. И в этом состоянии  $L_c \simeq L_0 / \eta_0 \gg L_*$ . По-видимому, именно по этой причине при обсуждении данных наблюдений по величине дисперсии скоростей газовых облаков (и не только в Галактике) часто полагают  $c_s = \text{const}$  по всему диску [19].

5.2. Аккреционные диски. Аккреционные диски, вращающиеся вокруг компактных массивных объектов, являются практически несамогравитирующими ( $Q_0 \gg 1$ ). В качестве примера рассмотрим модель такого диска, описанную в работе [20]. В этой модели, которую условно можно разделить на две (по радиальной координате) зоны, известны зависимости  $c_s(r) \propto T_0^{1/2}(r)$  и  $\sigma_0(r) = n(r) h(r)$ , где  $n(r)$  — объемная плотность частиц. В зоне I:  $c_s(r) \propto r^{-1/2}$ ,  $\sigma_0(r) \propto r^{-3/2}$ , а в зоне II:  $c_s(r) \sim r^{-1/4}$ ,  $\sigma_0(r) \sim r^{-3/4}$ . Полагая вращение диска кеплеровым, отсюда заключаем, что в зоне I:  $\eta = 3/4$ ;  $\varepsilon = -5/2$ ; а в зоне II:  $\eta = 1/2$ ;  $\varepsilon = -2$ . Нетрудно видеть, что при естественном ограничении  $\gamma_V < 3$  ( $\gamma_D = 3 - 4/(\gamma_V + 1) < 2$ ) в обеих зонах  $\eta > \eta_0$  и, следовательно, в рассматриваемой модели [20] должна возбуждаться неустойчивость конвективного (см. раздел 4) типа\*. Обсудим возможность турбулизации аккреционного диска рассматриваемой неустойчивостью и объяснения природы его турбулентной вязкости. Поскольку в горячих аккреционных дисках с  $Q_0 \gg 1$  величина  $k_0 h \sim 1/Q_0 \ll 1$  (см. раздел 3), рассматриваем возмущения с  $k \gg k_0$ . В этом случае решение уравнения (4) имеет вид:

а) в зоне I:

$$\omega \simeq \frac{skh^2\Omega}{L_*} \left\{ -\frac{1}{16(1+3s^2)} + \frac{i}{|1+3s^2|} \right\}. \quad (11)$$

\* Подчеркнем, что здесь имеется в виду возбуждение конвекции в радиальном направлении. Возможность возбуждения аналогичной неустойчивости, обусловленной градиентами температуры и плотности поперек плоскости диска нами не рассматривается.

б) в зоне II:

$$\hat{\omega} \approx \frac{skh^2\Omega}{L_\sigma} \left\{ -\frac{1}{8(1+3s^2)} + \frac{i}{\sqrt{2}\sqrt{1+3s^2}} \right\}, \quad (12)$$

где  $h \approx \sqrt{2} c_T / \Omega$ ;  $L_\sigma = -(\partial \ln \sigma_0 / \partial r)^{-1}$  (в зоне I:  $L_\sigma \approx 5r/3$ ; а в зоне II:  $L_\sigma \approx 4r/3$ ).

Из (11), (12) видно, что неустойчивость конвективного типа в модели аккреционного диска [20] является сильной:  $Im(\hat{\omega}) \gg |Re(\hat{\omega})|$ . В этом случае должна происходить интенсивная турбулизация системы, а порядок величины турбулентных коэффициентов переноса (в данном случае — турбулентной вязкости) может быть оценен следующим образом [21]:

$$\nu_{\text{турб}} \sim \max_k \left( \frac{Im(\hat{\omega})}{k^2} \right) \sim \max_k \left( \frac{sh^2\Omega}{kL_\sigma} \right) \lesssim h^2\Omega \sim \frac{c_T^2}{\Omega}, \quad (13)$$

где ограничение сверху в (13) на величину  $\nu_{\text{турб}}$  вытекает естественным образом из условия применимости ВКБ-приближения:  $kL_\sigma > 1$ .

Нетрудно оценить порядок отношения турбулентной вязкости (13) к молекулярной вязкости  $\nu_{\text{мол}} \sim c_T l$ , где  $l$  — длина свободного пробега частиц:

$$\frac{\nu_{\text{турб}}}{\nu_{\text{мол}}} \lesssim \frac{h}{l}, \quad (14)$$

а также величину феноменологического  $\alpha$ -параметра теории аккреционных дисков [22] и турбулентной скорости  $u_{\text{турб}}$

$$\alpha \equiv \frac{\nu_{\text{турб}}}{c_s h} \sim \frac{u_{\text{турб}}}{c_s} \lesssim 1, \quad (15)$$

откуда видно, что возбуждающаяся благодаря раскочке рассматриваемой неустойчивости турбулентность является дозвуковой.

Отметим также, что рассмотренный в [7] механизм турбулизации газового диска, обусловленный быстрой диссипативной неустойчивостью, эффективен только в том случае, когда диск находится на границе гравитационной устойчивости и приводит к заметно меньшим оценкам турбулентной вязкости ( $\nu_{\text{турб}}/\nu_{\text{мол}} \sim (h/l)^{3/2}$ ) и  $\alpha$ -параметра теории аккреционных дисков ( $\alpha \sim (l/h)^{1/2}$ ), чем по результатам (14), (15).

Приведенные выше оценки с неизбежностью являются предварительными. Более подробный анализ затронутых здесь проблем будет предметом отдельной работы.

Авторы признательны Н. И. Шакуре за полезные обсуждения.

HYDRODYNAMIC INSTABILITIES  
OF A HETEROGENEOUS GASEOUS DISK

V. V. LEVI, A. G. MOROSOV

The principal properties of instability, which is specified by radial heterogeneity of surface density and temperature of a gaseous disk are described. The reason of a little gradient of velocity dispersion of gaseous clouds is cleared up. The explanation of the nature of turbulent viscosity, estimations of its value and  $\alpha$ -parameter obtained in the model of the nonself-gravitating accretion disks is suggested.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Сафронов, Докл. АН СССР, 130, 53, 1960.
2. А. М. Fridman, V. L. Polgachenko, Physics of Gravitating Systems, Heidelberg, Springer-Verlag, 1984.
3. А. Г. Морозов, Астрон. ж., 62, 209, 1985.
4. А. Г. Морозов, Письма в Астрон. ж., 3, 195, 1977.
5. А. Г. Морозов, Астрон. ж., 56, 498, 1979.
6. А. Г. Морозов, М. В. Незлин, Е. Н. Снежкин, А. М. Фридман, Письма в Ж. эксперим. и теор. физ., 39, 504, 1984.
7. А. Г. Морозов, Ю. М. Торгашин, А. М. Фридман, Письма в Астрон. ж., 11, 231, 1985.
8. П. И. Колыхалов, Р. А. Сюняев, Письма в Астрон. ж., 6, 680, 1980.
9. С. Hunter, Ann. Rev. Fluid Mech., 4, 219, 1972.
10. М. Г. Абрамян, Астрофизика, 14, 579, 1979.
11. С. М. Чурилов, И. Г. Шухман, Астрон. циркуляр, № 1157, 1981.
12. Р. О. Vandervoort, Astrophys. J., 161, 87, 1971.
13. D. B. Sanders, P. M. Solomon, N. Z. Scoville, Astrophys. J., 276, 182, 1984.
14. В. Л. Поляченко, А. М. Фридман, Письма в Астрон. ж., 7, 136, 1981.
15. А. В. Засов, А. Г. Морозов, Астрон. циркуляр, № 1356, 1985.
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Гидродинамика, Наука, М., 1986.
17. D. B. Sanders, Kinematics, Dynamics and Structure of Milky Way, Vancouver, 1982, p. 115.
18. W. B. Burton, Astron. and Astrophys., 10, 76, 1971.
19. P. C. van der Kratt, Astron. and Astrophys., 99, 298, 1981.
20. N. I. Shakura, R. A. Sunyaev, Astron. and Astrophys., 24, 337, 1973.
21. Б. Б. Кадошцев, Вопр. теории плазмы, вып. 4, 188, 1964.
22. R. A. Sunyaev, N. I. Shakura, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 175, 613, 1976.