АСТРОФИЗИКА

ТОМ 30 ФЕВРАЛЬ, 1989 ВЫПУСК 1

УДК: 521.14

ГРАВИТИРУЮЩИЕ КОНФИГУРАЦИИ С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ. III. ЭЛЛИПСОИДЫ ДЕДЕКИНДА И РИМАНА

О. В. КРАВЦОВ, М. Ю. КОВАЛЬ

Поступила 15 октября 1987

Принята к печати 2 августа 1988

Получены условия равновесия и исследованы свойства эллипсоидов Дедекинда и S-эллипсоидов Римана с магнитным полем. Показано, что S-эллипсоиды Римана обладают двумя возможными значениями угловой скорости, которая независимо от величины магнитного поля не может превышать угловой скорости соответствующих твердотельно вращающихся эллипсоидов с магнитным полем. Доказано, что «магнитные» эллипсоиды Дедекинда и аналогичные «магнитные» твердотельно вращающиеся эллипсоиды имеют идентичные характеристики. Найдена новая серия эллипсоидальных равновесных конфигураций с магнитным полем и внутренним движением, которая при исчезновении магнитного поля переходит в серию эллипсоидов Якоби.

1. *Введение.* Данная работа является продолжением работ [1, 2], посвященных исследованию гравитирующих эллипсоидальных форм равновесия с магнитным полем и внутренним движением (относительно вращающихся главных осей эллипсоида) с постоянной завихренностью. Поскольку при таком движении тензор скоростей деформации отличен от нуля, то исследуемый случай является простейшим примером нетвердотельного вращения. При этом, как было показано нами в [2], и при наличии магнитного поля возможно существование как S-эллипсоидов, так и I—III эллипсоидов Римана [3]. В данной работе исследуются свойства «магнитных» S-эллипсоидов Римана, а также эллипсоидов Дедекинда, и определяются условия существования новой серии эллипсоидальных фигур равновесия с магнитным полем, которые, хотя и обладают внутренним движением, тем не менее, при исчезновении магнитного поля переходят в серию эллипсоидов Якоби, а не Римана или Дедекинда.

В статье сохранены все обозначения работ [1, 2].

2. *Эллипсоиды Дедекинда.* Самогравитирующие равновесные конфигурации Дедекинда представляют собой эллипсоиды, главные оси которых неподвижны относительно инерциальной системы отсчета, а стацио-

нарная форма объекта сохраняется за счет наличия внутреннего движения с постоянной завихренностью $\vec{\xi} = \vec{\nabla} \times \vec{u}$ [3].

В нашем случае наличия магнитного поля стационарное состояние эллипсоидов Дедекинда будет описываться матричным уравнением (1) из работы [2], если положить в нем матрицу угловой скорости Ω равной нулю. Имеем

$$A\Lambda^2 + t\Xi A\Lambda = -k\Phi A + A^{-1}\delta. \tag{1}$$

Напомним, что параметр t равен отношению плотности энергии магнитного поля к плотности кинетической энергии, и в рассматриваемом случае, как несложно показать, равен отношению энергии магнитного поля, сосредоточенного внутри эллипсоида, к полной кинетической энергии объекта. Как и ранее, $\delta = 2P_c/\rho$, где P_c — давление в центре конфигурации.

Типичные диагональные и недиагональные компоненты уравнения (1) имеют вид

$$-a_i(\lambda_j^2 + \lambda_k^2) - t(a_j\lambda_k\xi_k + a_k\lambda_j\xi_j) = -k\Phi_i a_i + (\delta/a_i), \tag{2а}$$

$$a_j\lambda_j\lambda_i + ta_k\lambda_j\xi_i = 0, \tag{2б}$$

$$a_i\lambda_i\lambda_j + ta_k\lambda_i\xi_j = 0. \tag{2в}$$

В уравнениях (2) индексы i, j, k принимают значения 1, 2, 3, и нет суммирования по повторяющимся индексам. Вектор завихренности $\vec{\xi}$ и вектор $\vec{\lambda}$ связаны соотношением

$$\xi_j = -\frac{a_k^2 + a_i^2}{a_i a_k}\lambda_j, \qquad (i \neq j \neq k). \tag{3}$$

Учитывая (3), из уравнений (2б) и (2в) немедленно получаем

$$a_i^2(1-t) = ta_k^2, \tag{4а}$$

$$a_j^2(1-t) = ta_k^2. \tag{4б}$$

Из (4) следует, что $a_i = a_j$, то есть $a_1 = a_2 = a_3$, и $t = 1/2$. Таким образом, если все три компонента вектора $\vec{\lambda}$ отличны от нуля, то единственно возможной фигурой равновесия является сфера. При этом кинетическая энергия оказывается ровно в 2 раза больше магнитной. Для инерциального наблюдателя такая «намагниченная сфера Дедекинда» неотличима от твердотельно вращающегося с угловой скоростью $\vec{\lambda}$ шара с магнитным полем. Далее мы покажем, что угловая скорость $\vec{\lambda}$ такой сферы действительно в точности равна угловой скорости $\vec{\omega}$ твердотельно вращающейся сферы, рассмотренной в работе [2].

Пусть теперь $\vec{\lambda} = \{0, \lambda_2, \lambda_3\}$. При этом, как легко показать, уравнения (2б, в) приводят к условию $a_2 = a_3$, что, с точностью до несущественного поворота координат в плоскости (x_2, x_3), эквивалентно ситуации, когда не равен нулю лишь один компонент $\vec{\lambda}$: либо λ_2, либо λ_3. Поэтому, чтобы получить нетривиальный случай эллипсоида с неравными полуосями $a_1 \neq a_2 \neq a_3$, сразу положим в уравнениях (2) $\vec{\lambda} = \{0, 0, \lambda\}$. Тогда недиагональные уравнения (2б, в) удовлетворяются тождественно, а диагональные уравнения (2а) дают

$$-a_1\lambda^2 - ta_2\lambda\xi = -k\Phi_1 a_1 + (\delta/a_1), \tag{5а}$$

$$-a_2\lambda^2 - ta_1\lambda\xi = -k\Phi_2 a_2 + (\delta/a_2), \tag{5б}$$

$$0 = -k\Phi_3 a_3 + (\delta/a_3). \tag{5в}$$

Используя формулу (3) и связь между интегральными коэффициентами Φ_i и B_{ij} [3]

$$\Phi_i a_i^2 - a_j^2\Phi_j = (a_i^2 - a_j^2) B_{ij}, \tag{6}$$

из уравнений (5) находим

$$\lambda^2 = kB_{12} = 2\pi G\rho B_{12}, \tag{7}$$

$$t = \frac{B_{12} + (y^2 - 1) B_{13}}{B_{12}(1 + x^2)}, \tag{8}$$

где обозначено $x = a_2/a_1$, $y = a_3/a_1$.

Выполнение соотношений (7)—(8) является условием равновесия эллипсоидов Дедекинда с магнитным полем.

Заметим сразу, что для случая сферы из (8) получаем $t = 1/2$, что уже было найдено ранее. Величина λ^2, характеризующая интенсивность внутреннего движения, равна при этом $2\pi G\rho B_{11}$, что равно угловой скорости намагниченной твердотельно вращающейся сферы, рассмотренной в [2].

Согласно результатам работы [1], магнитное поле определяется вектором $\vec{d}$, связанным с вектором $\vec{\lambda}$ соотношением $d^2 = \gamma^2\lambda^2 = 4\pi t\lambda^2/\rho$. То есть, согласно (7), $d^2 = 8\pi^2 GtB_{12}$. Или, используя (8),

$$d_*^2 = \frac{d^2}{\pi^2 G} = 8tB_{12} = 8\,\frac{B_{12} + (y^2 - 1) B_{13}}{1 + x^2}. \tag{9}$$

Таким образом, соотношение (9) эквивалентно (8). Поэтому можно сказать, что условиями равновесия намагниченных эллипсоидов Дедекинда являются выражения (7) и (9). Соотношение (9) есть не что иное, как соотношение (12) работы [2], которое является одним из условий равновесия твердотельно вращающихся эллипсоидов с магнитным полем, а выражение (7) с точностью до замены $\lambda \to \omega$ совпадает с другим условием равновесия твердотельно вращающихся объектов (формула (11) работы [2]). Из этого следует, что отпадает необходимость в дальнейшем анализе эллипсоидов Дедекинда с магнитным полем, поскольку для них оказываются верными все выводы работы [2] (наличие вытянутых форм, предельная сплюснутость, выражения для магнитных моментов и т. д.). Более того, остаются в силе и численные данные таблиц, полученные для твердотельно вращающихся эллипсоидов с магнитным полем, разумеется, при условии замены $\omega \to \lambda$. Доказанная эквивалентность намагниченных эллипсоидальных форм равновесия Дедекинда и твердотельно вращающихся эллипсоидов с магнитным полем связана с сопряженностью эллипсоидов Римана, для которых смена ролей матриц Λ и Ω не нарушает условий равновесия [3]. Как отмечалось в [1], при наличии магнитного поля это выполнимо при определенных условиях лишь для случая S-эллипсоидов Римана, частными случаями которых как раз и являются как твердотельно вращающиеся эллипсоиды, так и эллипсоиды Дедекинда.

В заключение этого раздела обратим внимание на важный момент. Для сплюснутых сфероидов ($a_2 = a_1$) выражение (8) принимает вид $t = 1/2\ (1 - (e^2 B_{13}/B_{11}))$, где e — эксцентриситет. Но, как известно из классической теории фигур равновесия [3], угловая скорость эллипсоидов Маклорена $\omega_M^2 = ke^2 B_{13}$, а эллипсоидов Якоби — $\omega_J^2 = k_3 B_{12}$. В точке бифуркации (где $e = 0.81267$, см. [3]) они равны, то есть $e^2 B_{13} = B_{11}$. Это означает, что в точке бифуркации параметр t магнитного поля обращается в нуль. Таким образом, серия намагниченных эллипсоидальных форм равновесия (Дедекинда и твердотельно вращающихся) начинается в указанной точке бифуркации, чем и объясняется наличие предельной сплюснутости, отмеченной в работе [2].

3. *Условия равновесия S-эллипсоидов Римана с магнитным полем.* Как было показано в [2], в присутствии магнитного поля остается в силе теорема Римана о векторах завихренности $\vec{\xi}$ и угловой скорости $\vec{\omega}$ [3]. В данной работе мы рассмотрим случай S-эллипсоидов Римана, когда $\vec{\xi}$ и $\vec{\omega}$ направлены вдоль одной из главных осей инерции эллипсоида. Пусть $\vec{\xi} = \{0,\ 0,\ \xi\}$ и $\vec{\omega} = \{0,\ 0,\ \omega\}$.

Система уравнений (2) работы [2], описывающих стационарное состояние таких объектов, принимает вид

$$a_1(\lambda^2+\omega^2)-\theta\omega\lambda a_2 = k\Phi_1 a_1 - (\delta/a_1), \tag{10а}$$

$$a_2(\lambda^2+\omega^2)-\theta\omega\lambda a_1 = k\Phi_2 a_2 - (\delta/a_2), \tag{10б}$$

$$0 = k\Phi_3 a_3 - (\delta/a_3), \tag{10в}$$

где, как и ранее, $\theta = 2 - t\,(\xi/\omega)$.

Исключая с помощью (10в) величину δ и используя формулы (3) и (6), из уравнений (10а, б) находим

$$\lambda^2+\omega^2 = kB_{12}, \tag{11}$$

$$2\omega\lambda + t\lambda^2\frac{1+x^2}{x} = k\,\frac{B_{12}+(y^2-1)\,B_{13}}{x}, \tag{12}$$

где, как и в разделе 2, x и y есть отношение полуосей. Разрешая (11) — (12) относительно λ и ω, получаем следующие уравнения:

$$\lambda^4(4+t^2b^2)+2k\lambda^2(\psi tb+2B_{12})+k^2\psi^2=0, \tag{13а}$$

$$\omega^4(4+t^2b^2)+2k\omega^2(\psi tb-B_{12}(2+t^2b^2))+k^2(\psi-B_{12}tb)^2=0, \tag{13б}$$

где обозначено $b=(1+x^2)/x$ и $\psi=(B_{12}+(y^2-1)\,B_{13})/x$.

Из уравнений (13) окончательно находим

$$\lambda_{1,\,2}^2=\frac{k}{4+t^2b^2}\left(2B_{12}+\psi tb\pm\sqrt{(2B_{12}+\psi tb)^2-\psi^2(4+t^2b^2)}\right), \tag{14а}$$

$$\omega_{1,\,2}^2=\frac{k}{4+t^2b^2}\Big(2B_{12}+tb(B_{12}tb-\psi)\pm$$
$$\pm\sqrt{(2B_{12}+tb(B_{12}tb-\psi))^2-(B_{12}tb-\psi)^2(4+t^2b^2)}\Big). \tag{14б}$$

Таким образом, условием равновесия S-эллипсоидов Римана с магнитным полем является выполнимость соотношений (14).

4. Анализ условий равновесия намагниченных S-эллипсоидов Римана. Сразу обратим внимание на то, что из сравнения формулы (11) и соответствующих ей формул для эллипсоидов Дедекинда ($\lambda^2 = kB_{12}$) и твердотельно вращающихся объектов ($\omega^2 = kB_{12}$, [2]), следует вывод: независимо от величины магнитного поля из двух эллипсоидов (Римана и твердотельно вращающегося) с одинаковой массой и одинаковым отношением полуосей большей угловой скоростью обладает твердотельно вращающийся эллипсоид.

Вторым важным свойством условий равновесия является наличие двух типов внутренних движений (λ_1^2, λ_2^2) и, соответственно, двух значений угловой скорости вращения (ω_1^2, ω_2^2), при которых допустима эллипсоидальная форма равновесия. Физический смысл наличия двух значений, как λ^2, так и ω^2, заключается в изменении величины и направления силы Кориолиса при смене направления и интенсивности внутреннего движения при заданном магнитном поле. Здесь необходимо подчеркнуть, что в отличие от намагниченных твердотельно вращающихся эллипсоидов и эллипсоидов Дедекинда, где отношение t энергии магнитного поля (в объеме эллипсоида) к кинетической энергии объекта однозначно выражается через полуоси эллипсоида, для эллипсоидов Римана t является параметром, величина которого задает серию намагниченных эллипсоидальных форм равновесия.

Из выражений (14), помимо отмеченного, следует наличие как вытянутых, так и сплюснутых эллипсоидов и сфероидов, а также вращающихся сфер. Условие существования λ^2 и ω^2, как видно из (14), приводит к двум неравенствам:

$$1+(\psi tb/B_{12})\geqslant(\psi/B_{12})^2, \tag{15а}$$

$$-\psi tb+2B_{12}+t^2b^2B_{12}>0. \tag{15б}$$

В выражениях (15) лишь величина ψ может быть отрицательной. Поэтому из (15) следует, что

$$\text{если } \psi<0, \quad \text{то} \quad |\psi|<B_{12}/tb; \tag{16}$$

$$\text{если } \psi>0, \quad \text{то} \quad \psi<B_{12}((2/tb)+tb). \tag{17}$$

Неравенства (16)—(17) определяют предельные значения магнитного поля (через параметр t), при котором возможны S-эллипсоиды Римана. Так как $\psi\gtreqless 0$ означает, что $1+(y^2-1)\cdot\dfrac{B_{13}}{B_{12}}\equiv a\gtreqless 0$, то учитывая, что при $y\geqslant x$, $B_{12}\geqslant B_{13}$, неравенства (16)–(17) дают:

$$\text{если } y<x\leqslant 1, \quad \text{то} \quad t<t_1^*=\frac{x^2}{|a|(1+x^2)}; \tag{16а}$$

$$\text{если } y\geqslant x, \quad \text{то} \quad t^2-t\frac{a}{1+x^2}+\frac{x^2}{(1+x^2)^2}>0. \tag{17а}$$

Для упрощения исследования усилим неравенство (17а), записав его в форме $t^2-t\dfrac{a}{1+x^2}>0$, откуда находим

$$y \geqslant x, \quad t > t_2^* = \frac{a}{1+x^2}. \qquad (17б)$$

Таким образом, неравенство (16а) отвечает магнитным полям, которые допускают существование лишь сплюснутых эллипсоидов и сфероидов ($a_1 = a_2$), а неравенство (17б)-полям, которые допускают как вытянутые эллипсоиды, так и сплюснутые, но при условии, что $y \geqslant x$. Заметим, что в случае сферы неравенство (17а) удовлетворяется при любом $t > 0$. Для сфероидов ($x = 1$) из (17а) легко получить строгие соотношения, которые мы не будем здесь приводить. Укажем лишь, что если $y^2 = 1 + (B_{11}/B_{13})$, то $t \neq 1$, то есть скорость внутреннего движения не должна совпадать с альфвеновской скоростью. В табл. 1 для различных x и y даны вычисленные предельные значения параметра t^*, согласно неравенствам (16а) и (17б), а на рис. 1 для случаев $x = 0.5$ и $x = 1$ приведены графики зависимости величины угловой скорости от параметра t при разных значениях y.

Таблица 1

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ t^* ПАРАМЕТРА t (>0) МАГНИТНОГО ПОЛЯ ДЛЯ S-ЭЛЛИПСОИДОВ РИМАНА. НИЖЕ СПЛОШНОЙ ЛИНИИ $t > t^*$, ВЫШЕ — $t < t^*$

$y = a_3 a_1$	$x = a_2/a_1$				
	0.30	0.50	0.70	0.90	1.00
0.183524	0.414521	0.339633	0.334016	0.320940	0.311400
0.325609	0.130671	1.391089	0.750315	0.600950	0.553822
0.433781	0.308046	0.45568	2.827699	1.254857	1.039869
0.450	0.331785	0.059417	4.514609	1.471823	1.180448
0.50	0.401303	0.200000	0.018355	2.992182	1.959226
0.582724	0.506146	0.322430	0.083038	0.023315	*
0.80	0.739011	0.593553	0.452925	0.166924	0.141416
1.00	0.917431	0.800000	0.671141	0.552486	0.500000
1.50	1.276696	1.212242	1.105606	0.987409	0.929967

* Здесь $a = -0.000005$ и t^* неопределен; при $x = 1.20$, $t^* = 3.379902$.

5. *Предельные случаи условий равновесия S-эллипсоидов.* При $t = 0$ из выражений (14) получаются соотношения, которые легко вывести для S-эллипсоидов Римана из соответствующих формул работы Чандрасекара [3], а именно $\omega^2 = \lambda^2 = \pi G \rho (B_{12} \pm \sqrt{B_{12}^2 - \psi^2})$. В случае наличия магнитного поля ($t \neq 0$) такое равенство в общем случае невозможно. В частном случае сферы, как нетрудно показать, $\omega^2 = \lambda^2$ при $t = 1$.

Предельный переход $t \to \infty$ (то есть $\lambda \to 0$) приводит формулу (14б) к виду $\omega^2 = kB_{12}$, то есть к одному из условий равновесия твердотельно вращающихся эллипсоидов с магнитным полем [2]. Второе условие равновесия этих эллипсоидов (формула (12) в [2]) легко получается из (14а) или (13а), если учесть, что (согласно работе [2]) $t = \gamma^2\rho/4\pi = \rho d^2/4\pi\lambda^2$.

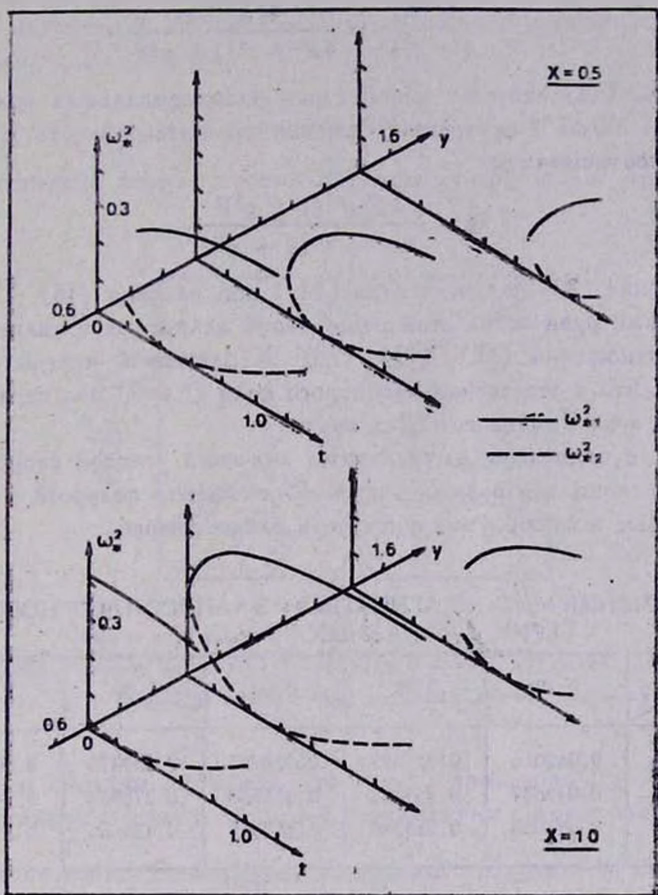

Рис. 1. Изменение величины угловой скорости $\omega_*^2 = \omega^2/\pi G\rho$ S — эллипсоидов Римана в зависимости от параметра t магнитного поля и $y = a_3/a_1$ для $x = (a_2/a_1) = 0.5$ и $x = 1$.

Нетрудно увидеть также, что из условий равновесия (14) следуют как условия равновесия эллипсоидов Дедекинда, так и новых эллипсоидальных фигур равновесия с одним значением угловой скорости, не существующих в отсутствие магнитного поля. Покажем это.

Из (14б) следует, что при

$$t = \psi/B_{12}b = \frac{B_{12} + (y^2 - 1)\, B_{13}}{B_{12}(1 + x^2)} \tag{18}$$

угловая скорость принимает значения: либо $\omega_1^2 = 0$, что соответствует эллипсоидам Дедекинда, поскольку (18) совместно с (14а) дает $\lambda_1^2 = kB_{12}$, либо

$$\omega_2^2 = \frac{4kB_{12}}{4 + t^2b^2} = \frac{4kx^2B_{12}}{4x^2 + t^2(1+x^2)^2}. \tag{19}$$

Формула (19) отвечает новой серии эллипсоидальных конфигураций с магнитным полем и внутренним движением, интенсивность которого определяется соотношением

$$\lambda_2^2 = \frac{kB_{12}t^2(1+x^2)^2}{4x^2 + t^2(1+x^2)^2}. \tag{20}$$

Выражение (20) получается из (14а) при условии (18). Таким образом, условиями равновесия этой новой серии эллипсоидов является выполнимость соотношений (18), (19), (20). Характерной чертой этой серии является то, что в отсутствие магнитного поля ($t = 0$) она переходит в серию Якоби, а не Римана или Дедекинда.

В табл. 2 приведены вычисленные значения угловой скорости эллипсоидов этой серии для разных значений отношения полуосей x и y, включая вытянутые и сплюснутые фигуры, а также сферы.

Таблица 2

ЗНАЧЕНИЯ $\omega^2/\pi G\rho$ «МАГНИТНЫХ» ЭЛЛИПСОИДОВ НОВОЙ СЕРИИ ДЛЯ РАЗНЫХ $y = a_3/a_1$ И $x = a_2/a_1$

x \ y	0.10	0.40	0.60	1.00	1.20
0.10	0.062016	0.021697	0.014995	0.009478	0.008036
0.50	0.049837	0.319122	0.355538	0.278934	0.241732
1.00	0.036098	0.255383	0.382075	0.426666	0.399863

Заметим, что так как одно из условий равновесия (18) новой серии совпадает с таким же условием равновесия эллипсоидов Дедекинда, то к этой серии полностью относится замечание, сделанное в конце раздела 2, согласно которому эта серия тоже начинается в точке бифуркации эллипсоидов Якоби и Маклорена.

На рис. 2 для эллипсоидов новой серии приведены графики зависимости параметра t от отношения полуосей $y = a_3/a_1$ для трех значений $x = a_2/a_1$, а также график зависимости момента импульса сфероидов ($x=1$) от y. Момент импульса вычислялся согласно формуле

$$L = \frac{2}{5} Ma_1^2(\omega - \lambda). \tag{21}$$

Выражение (21) получено с использованием формулы (3) данной работы и формул (15) и (37) работы [1] для случая $\vec{\varepsilon} = \{0, 0, \varepsilon\}$. Легко также найти магнитные моменты сфероидов рассматриваемой серии. Для этого заметим, что, согласно формулам (20)—(22) работы [2], они определяются через параметр d, который связан с параметром t соотношением (9). Исходя из этого, находим

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_0 t/(1+t^2)^{1/2}, \tag{22}$$

где $\vec{\mu}_0$—магнитный момент соответствующего твердотельно вращающегося сфероида.

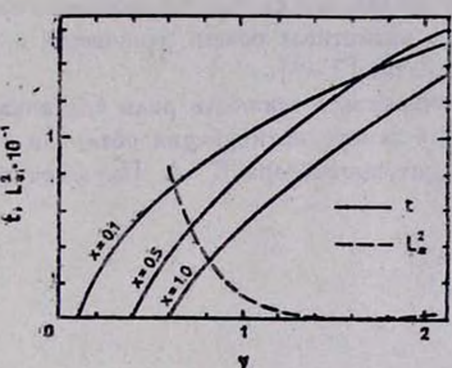

Рис. 2. Зависимость параметра t магнитного поля и квадрата момента импульса (в единицах $L_*^2 = L^2/GM^3\bar{a}$) новой серии эллипсоидальных форм от y для $x=0.1$; 0.5; 1.

Наконец обратим внимание, что связь параметров t и d однозначно определяет линии магнитного поля в соответствии с формулами (16) в [2].

6. *Заключение*. Резюмируем основные результаты. «Магнитные» эллипсоиды Дедекинда, поверхность которых неподвижна относительно инерциального наблюдателя, по своим свойствам идентичны твердотельно вращающимся «магнитным» эллипсоидам [2], что заранее неочевидно. Не очевиден и вывод (в рамках модели идеальной магнитогидродинамики), что угловая скорость S-эллипсоидов Римана не может превышать угловой скорости соответствующих твердотельно вращающихся объектов, изученных в [2]. Неожиданным является наличие новой серии вращающихся эллипсоидальных фигур равновесия с магнитным полем и внутренними движениями, предельным случаем которой при исчезновении магнитного поля оказывается серия эллипсоидов Якоби, а не S-эллипсоидов Римана. Отметим также, что, хотя «S-сфероиды» (и сферы) для инерциального на-

блюдателя выглядят как твердотельно вращающиеся, существует принципиальное отличие от «чистого» твердотельного вращения. Оно состоит в том, что, как и трехосные эллипсоиды, такие объекты имеют по два различных значения угловой скорости вращения, зависящих от величины магнитного поля (впервые на существование двух значений угловой скорости для объектов с внутренними движениями было указано в [4]). Возможно, что устойчивыми окажутся объекты только с одним из этих значений угловой скорости. Указанные аспекты остались вне поля зрения работ [5] и [6]. В [6] рассмотрена устойчивость «S-сфероидов» с магнитным полем. В работе [5] исследованы свойства «магнитных» S-эллипсоидов Римана при иных, чем принятые нами в данной работе и в [2], граничных условиях. Это приводит к отличию в условиях равновесия как эллипсоидов Римана и Дедекинда, так и в предельном случае твердотельно вращающихся эллипсоидов и сфероидов с магнитным полем, равновесие и устойчивость которых исследованы в работах [7—9].

Это еще раз подчеркивает важность роли граничных условий при исследовании равновесия самогравитирующих объектов с магнитным полем.

Авторы благодарят профессора К. А. Пирагаса за полезные обсуждения.

Киевский политехнический
институт

GRAVITATING CONFIGURATIONS WITH A MAGNETIC FIELD. III. DEDEKIND AND RIEMANN ELLIPSOIDS

O. V. KRAVTSOV, M. Yu. KOVAL

Equilibrium conditions have been obtained and the properties of Dedekind ellipsoids and Riemann S-ellipsoids with a magnetic field have been investigated. Riemann S-ellipsoids are shown to have two possible values of angular velocity, which cannot be higher than that of the corresponding rigidly rotating ellipsoids with magnetic field, independent of magnetic field value. "Magnetic" Dedekind ellipsoids and similar "magnetic" rigidly rotating ellipsoids have been proved to possess identical characteristics. A new series of ellipsoidal equilibrium configurations with magnetic field and internal motion has been found, which changes to a Jacobi ellipsoid series when the magnetic field disappears.

ЛИТЕРАТУРА

1. *О. В. Кравцов*, Астрофизика, 24, 603, 1986.
2. *О. В. Кравцов, С. Н. Копычко*, Астрофизика, 29, 556, 1988.
3. *С. Чандрасекар*, Эллипсоидальные фигуры равновесия, Мир, М., 1973.
4. *N. P. Bondarenko, O. V. Kravtsov*, Astrophys. and Space Sci., 46, 341, 1977.
5. *М. Г. Абрамян*, Письма Астрон. ж., 13, 539, 1987.
6. *В. А. Антонов, О. А. Железняк*, Астрофизика, 27, 111, 1987.
7. *Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян*, Астрофизика, 8, 599, 1972.
8. *Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян*, Изв. АН АрмССР, сер. физ., 7, 449, 1972.
9. *Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян*, Астрофизика, 9, 401, 1973.