АСТРОФИЗИКА

ТОМ 29 ДЕКАБРЬ, 1988 ВЫПУСК 3

УДК: 524:531.5

ОБ ЭНТРОПИИ САМОГРАВИТИРУЮЩИХ СИСТЕМ

Ю. В. БАРЫШЕВ, А. А. РАЙКОВ

Поступила 21 июля 1987
Принята к печати 1 апреля 1988

На основе феноменологической термодинамики открытых систем в рамках полевой теории гравитации получена оценка максимально возможного потока энтропии от самогравитирующей системы $\frac{d_eS}{dt} \sim \frac{k}{\hbar} Mc^2$, а также абсолютной величины энтропии, на которую в процессе коллапса может быть повышена энтропия внешнего мира $\Delta_e S \sim \frac{kG}{\hbar c} M^2$. Эти соотношения, в отличие от формулы Бекенштейна—Хоукинга для энтропии черной дыры в общей теории относительности, получены предельным переходом из ньютоновской термодинамики классических самогравитирующих систем.

1. *Введение.* Самогравитирующие системы являются основным объектом изучения в астрофизике. К ним относятся звезды, звездные системы, активные ядра галактик и Вселенная в целом. Хорошо известно, что термодинамика самогравитирующих систем имеет ряд особенностей по сравнению с «лабораторной» термодинамикой, т. е. термодинамикой систем с короткодействующими силами. Последняя существенно опирается на постулат о статистической независимости подсистем [1]. Следствием статистической независимости является аддитивность таких физических величин, как энергия и энтропия системы:

$$E = \int e d^3r, \quad S = \int s d^3r, \tag{1}$$

где e и s — плотность энергии и энтропии соответственно.

Соотношения (1) не выполняются для систем, удерживаемых в равновесии собственным гравитационным полем. Тем не менее, и для них можно воспользоваться феноменологическими соотношениями, справедливыми для системы в целом [2]. В настоящей работе сделана попытка получить оценки изменения энтропии самогравитирующих систем в процессе их эволюции, вплоть до релятивистских стадий гравитационного коллапса.

При этом важную роль играет гравитационное излучение как канал потери энергии и энтропии самогравитирующей системой. В дополнение к обычному квадрупольному излучению гравитационных волн мы оцениваем вклад в обмен энергией с внешним миром от монопольного скалярного гравитационного излучения, возможного в полевой теории гравитации (ПТГ) и связанного со сферически-симметричными пульсациями тел [3, 4]. Важно отметить, что рассмотрение скалярного гравитационного излучения позволяет найти решение проблемы распространения гравитационной энтропии Бекенштейна—Хоукинга на классические самогравитирующие системы, не содержащие горизонтов событий. Как показывает анализ, проведенный в работе [5], в рамках общей теории относительности (ОТО) этого сделать не удается.

2. *Особенности термодинамики самогравитирующих систем.* В самогравитирующих системах энергия взаимодействия достаточно больших подсистем не мала по сравнению с их внутренней энергией $|U_{гр}| \sim W$, и, следовательно, постулат о статистической независимости подсистем использовать нельзя. Именно по этой причине в самогравитирующих системах не выполняются привычные следствия законов «лабораторной» термодинамики. Так, в «предоставленных самим себе» системах происходит рост градиентов температуры и плотности, теплоемкость является отрицательной величиной. Как уже отмечалось, самогравитация приводит к неэкстенсивности основных термодинамических величин, таких, как энергия и энтропия, и к необходимости введения нелокальных, т. е. определяемых для системы в целом, энергии, энтропии, теплоемкости. Так, гравитационная энергия связи пропорциональна квадрату массы системы $U_{гр} \sim -GM^2/R$ и не является экстенсивной величиной, т. е. величиной, пропорциональной числу частиц системы. В квазистационарном состоянии согласно теореме вириала полная энергия $E = W + U_{гр} = -W < 0$, где $W = C_V M T_*$ — тепловая энергия. Нелокальная теплоемкость системы, например звезды как целого, $C_* = dE/dT_* = -C_V M < 0$, является отрицательной величиной. Изменение нелокальной энтропии звезды

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_*(T_*)\, dT_*/T_* \sim \frac{\Delta E}{T_*} < 0 \qquad (2)$$

при возрастании температуры от T_1 до T_2 также отрицательно. Это соотношение относится к системе в целом и не требует того, чтобы S и E были экстенсивны, однако дает определение энтропии системы с точностью до константы, подобно тому, как это делается в «лабораторной» феноменологической термодинамике.

3. *Самогравитирующие системы как открытые системы.* Отличительной особенностью самогравитирующих систем (СС) является не только отсутствие аддитивности энергии и энтропии, но также и принципиальная необходимость рассматривать эволюцию СС как открытых систем, обменивающихся массой-энергией с внешним миром. Согласно Пригожину [6], расширенный вариант второго закона термодинамики, применимый к открытым системам, имеет вид:

$$dS = d_i S + d_e S \tag{3}$$

и означает, что изменение энтропии системы есть сумма потока энтропии, обусловленного обменом энергией с окружающей средой ($d_e S$), и производства энтропии внутри системы ($d_i S$), обусловленного необратимыми процессами. В отличие от $d_i S \geqslant 0$, величина $d_e S$ может иметь любой знак.

Определение (3) позволяет представить эволюцию как такой процесс, в котором система может достигать состояния с более низкой энтропией по сравнению с начальной

$$\Delta S = \int dS < 0. \tag{4}$$

Сопоставляя (2) с (4) видим, что уменьшение полной энтропии самогравитирующей системы ($dS < 0$) вполне совместимо со вторым законом термодинамики ($d_i S \geqslant 0$).

В частности, открытые системы могут находиться в, так называемых, стационарных неравновесных состояниях, когда $dS = 0$ и $d_e S = - d_i S < < 0$. Для поддержания стационарного неравновесного состояния необходимо непрерывно направлять в систему отрицательный поток энтропии, равный по величине внутреннему производству энтропии.

В рассматриваемом нами случае СС отрицательный поток энтропии в систему обусловлен потерей энергии и энтропии во внешнее пространство. Так, в случае звезды скорость потери энергии системой равна светимости звезды L_* (в пренебрежении звездным ветром), а скорость оттока энтропии во внешнее пространство есть [7]:

$$-\frac{d_e S}{dt} \sim \frac{L_*}{T_\Sigma} \sim 3 \cdot 10^{29} \cdot \frac{L_*/L_\odot}{T_\Sigma/T_{\Sigma\odot}} \ (\text{эрг/с К}), \tag{5}$$

где T_Σ — температура поверхности звезды.

Принципиально важным для физики любых самогравитирующих систем является наличие гравитационного излучения на микроскопическом (тепловое гравитационное излучение) и на макроскопическом (пульсации) уровнях, которое приводит к диссипации энергии из системы.

Аналогично соотношению (5), поток энтропии во внешнее пространство за счет теплового гравитационного излучения составит

$$-\frac{d_e S}{dt} \sim \frac{L_{гр}}{T_{гр}} \sim 10^8 \cdot \frac{L_{гр}/L_{гр\odot}}{T_{гр}/T_{гр\odot}} \text{ (эрг/с К)}, \tag{6}$$

где $L_{гр}$ — „гравитационная" светимость звезды, $L_{гр\odot} \sim 10^{15}$ эрг/с и $T_{гр\odot} \sim 10^7$ K [8].

4. *Поток энтропии при пульсациях в самогравитирующих системах.* Рассмотрим случай макроскопических пульсаций СС с учетом только гравитационного излучения. В рамках ОТО гравитационное излучение генерируется макроскопическими движениями тел с отличным от нуля квадрупольным моментом системы [9]:

$$L_{гр} \sim \frac{G}{c^5}(\ddot{Q})^2 \sim \varepsilon \frac{G}{c^5} M^2 R^4 t^{-6}, \tag{7}$$

где ε — параметр эллиптичности пульсаций.

В рамках релятивистской тензорной полевой теории гравитации, кроме квадрупольного тензорного излучения, возможно существование скалярных гравитационных волн, порождаемых следом тензора энергии импульса материи, согласно волновому уравнению с источниками

$$\Box \Psi(\vec{r}, t) = \varkappa \theta(\vec{r}, t),$$

где $\theta = \eta_{ik}\theta^{ik}$ — след тензора энергии-импульса материи θ^{ik}, $\Psi = \eta_{ik}\Psi^{ik}$ — след тензорного гравитационного потенциала Ψ^{ik}.

Монопольное скалярное гравитационное излучение возникает в случае сферически-симметричных пульсаций тел и приводит к потере энергии системой со скоростью [3, 4]:

$$L_{гр} \sim \frac{G}{c^5}(\dot{E}_k)^2 \sim \frac{G}{c^5} M^2 R^4 t^{-6}, \tag{8}$$

где $\dot{E}_k$ — изменение со временем кинетической энергии системы.

Отметим, что выражение (7) совпадает по порядку величины с (8) при $\varepsilon \sim 1$. Однако принципиальным отличием ПТГ от ОТО является наличие гравитационного излучения именно при сферически-симметричных пульсациях.

Вдали от гравитационного радиуса ($R_{сист.} \gg R_g$) характерное время диссипации возмущающей энергии пульсаций ΔE будет $t \sim \Delta E / L_{гр}$. Это хотя и очень большая, но принципиально конечная величина. При этом возникает избыточный поток энтропии из системы со скоростью:

$$-\frac{d_e S}{dt} \sim \frac{L_{гр}}{T_{гр.изл.}}. \tag{9}$$

Подставляя в (9) $L_{гр}$ из (8) и учитывая, что

$$T_{гр.\ изл.} \sim \frac{h\nu}{k} \sim \frac{h}{k}\cdot\frac{c}{\lambda} \sim \frac{hv}{kR},$$

где $\lambda \sim R\cdot c/v$, $v \sim R/t$, $t \sim R^{3/2}/G^{1/2}M^{1/2}$, получаем

$$-\frac{d_e S}{dt} \sim \frac{kG}{hc}\cdot\frac{M^2v^4}{t\cdot c^4} \sim \frac{k}{h}\cdot\frac{GM^2}{R}\cdot\frac{v^5}{c^5}. \tag{10}$$

Можно попытаться далее, на основе соотношений (8) и (10), сделать экстраполяцию на случай релятивистских стадий коллапса, когда $v \to c$, $R \to R_g \sim GM/c^2$, $t \to R_g/c$.

Хотя на сегодняшний день нет достаточной информации относительно физических процессов, сопровождающих релятивистский коллапс в рамках ПТГ, однако естественно предположить, что тенденция к увеличению потери энергии на гравитационное излучение сохранится. Полная потеря энергии ограничена сверху только предельной величиной исходной энергии системы до коллапса $\sim M_0c^2$. Это соответствует тому, что на бесконечность в виде гравитационного излучения уходит энергия $\sim M_0c^2$ — максимально возможная энергия для любого физического тела массы M_0. Потоку энергии из самогравитирующей системы соответствует поток энтропии в процессе релятивистского коллапса, который можно оценить из соотношения (10). Для $L_{гр} \sim c^5/G$ и $T_{гр.изл.} \sim \frac{h}{k}\frac{c}{R_g} \sim \frac{hc^3}{kGM_0}$ получим:

$$-\frac{d_e S}{dt} \sim \frac{k}{h}\cdot M_0c^2, \tag{11}$$

что дает верхний предел для потока энтропии от любого физического тела при релятивистском коллапсе. Верхний предел убыли энтропии любой коллапсирующей системы за время $\sim R_g/c$ будет:

$$-\Delta_e S = \alpha\cdot\frac{kG}{hc}M_0^2, \tag{12}$$

где α — константа порядка единицы.

5. *Дискуссия и основные выводы.* Соотношение (12), описывающее предельно возможное изменение энтропии в процессе релятивистского коллапса, внешне похоже на формулу Бекенштейна—Хоукинга для энтропии готовой черной дыры (ЧД) [10]:

$$S = 4\pi \frac{kG}{hc} M_0^2. \tag{13}$$

Принципиальным, однако, является то, что аргументы потери информации о частицах и площади поверхности горизонта ЧД (используемые при выводе (13)) справедливы лишь при наличии готового горизонта событий и неприменимы при рассмотрении классических самогравитирующих систем, находящихся в стадиях эволюции, предшествующих коллапсу в ЧД. В работах [5, 10, 11], отмечается, что в рамках ОТО не удается найти такой малый параметр классических СС, предельный переход по которому мог бы дать формулу (13). Таким образом, в рамках ОТО не удается распространить понятие гравитационной энтропии (13) на классические СС, не имеющие горизонтов событий.

В отличие от (13), формула (12) получена предельным переходом по v/c из (10) и определена как для классических СС, так и для релятивистских стадий коллапса СС. Согласно (10) и (12) изменение гравитационной энтропии СС в процессе ее эволюции связано с гравитационным излучением и является естественным продолжением процесса изменения энтропии СС, обусловленного электромагнитным излучением. Можно сказать, что необратимость релятивистского коллапса в полевой теории гравитации связана с повышением энтропии внешнего мира на величину (12), а необратимость релятивистского коллапса в ОТО связана с рождением энтропии черной дыры (13).

Важным следствием полученных соотношений для таких астрофизических СС, как достаточно массивные звезды и ядра галактик, является возможность представления непрерывного процесса эволюции от классических до релятивистских стадий со все возрастающей ролью потерь энергии и энтропии. Хотя детали протекания релятивистского коллапса в рамках ПТГ еще не ясны, все же можно утверждать, опираясь на общность термодинамических законов, что потери энергии и энтропии во внешнее пространство ограничены только величинами M_0c^2 и $\frac{kG}{hc}M_0^2$, соответствующими полному «испарению» самогравитирующей системы массы M_0.

Авторы выражают благодарность В. Г. Горбацкому, Л. Н. Иванову, Б. А. Мурникову и С. А. Ощепкову за обсуждение работы и ценные замечания.

Ленинградский государственный университет
Курский институт усовершенствования учителей

ON THE ENTROPY OF SELF-GRAVITATING SYSTEMS

YU. V. BARYSHEV, A. A. RAIKOV

In the field gravitation theory an estimation formula is found, $\frac{d_e S}{dt} \sim \frac{k}{h} Mc^2$, for the maximum entropy flux from a self-gravitating system on the basis of phenomenological thermodynamics of open systems. The amount of entropy by which it may be increased by collapse is $\Delta_e S \sim \frac{kG}{hc} M^2$. In contrast to the Bekenstein-Hawking formula for black hole in general relativity, these formulae are derived from Newtonian thermodynamics of classical self-gravitating systems.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Статистическая физика, Наука, М., 1975.
2. *J. Dunning-Davies*, J. Phys. A:Math. and Gen., 16, 3377, 1983.
3. *Ю. В. Барышев, В. В. Соколов*, Тр. АО ЛГУ, 38, 36, 1983.
4. *Ю. В. Барышев*, Астрофизика, 18, 93, 1982.
5. *P. C. W. Davies, L. H. Ford, D. N. Page*, Phys. Rev. D, 34, 1700, 1986.
6. *И. Р. Пригожин*, От существующего к возникающему, Наука, М., 1985.
7. *Ch. Essex*, Planet. and Space Sci., 32, 1035, 1984.
8. *С. Вейнберг*, Гравитация и космология, Мир, М., 1974.
9. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория поля, Наука, М., 1973.
10. *Д. Шама*, в сб. «Черные дыры», Мир, М., 1978.
11. *Р. Пенроуз*, в сб. «Общая теория относительности», Мир, М., 1983.