

ТРЕБОВАНИЯ КОГЕРЕНТНОСТИ РЕНТГЕНОВСКОГО ДИНАМИЧЕСКОГО ДИФРАКЦИОННОГО ЭФФЕКТА ТАЛЬБОТА В КРИСТАЛЛЕ

М.К. БАЛЯН*

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

*e-mail: mbalyan@ysu.am

(Поступила в редакцию 1 сентября 2020 г.)

В условиях двухволновой динамической дифракции в кристалле формируется волновое поле волны, проходящей через периодический объект. В кристалле имеет место динамически-дифракционный эффект Тальбота. Сделаны оценки требуемой временной и пространственной когерентности падающего излучения.

1. Введение

В работе [1] Тальбот экспериментально обнаружил, что при освещении объекта с периодическим коэффициентом амплитудного пропускания перпендикулярно к его поверхности монохроматическим светом, при дальнейшем распространении волны за объектом в свободном пространстве, интенсивность волны на определенных расстояниях периодически повторяет начальное распределение, сформированное непосредственно за объектом. Теоретическое объяснение эффекта, названное эффектом Тальбота, было дано Рэлеем в работе [2]. В этой работе Рэлей также нашел выражение для расстояния повторения начального распределения, названное расстоянием Тальбота. Оказалось, что периодически повторяется не только интенсивность, но и начальное значение амплитуды волны.

Экспериментальные и теоретические исследования эффекта Тальбота в свободном пространстве проводились в дальнейшем как в оптике (см. например [3–8]), так и в рентгеновской оптике [9–13].

Эффект Тальбота в свободном пространстве, как было сказано выше, заключается в том (см. например [5–7]), что при некотором одномерном периодическом распределении с периодом D амплитуды монохроматической волны, т.е. $T(x) = T(x+D)$, вдоль оси Ox лежащей на наперед заданной плоскости, при последующем распространении волны в перпендикулярном к плоскости направлении в свободном пространстве, значение амплитуды периодически повторяется на

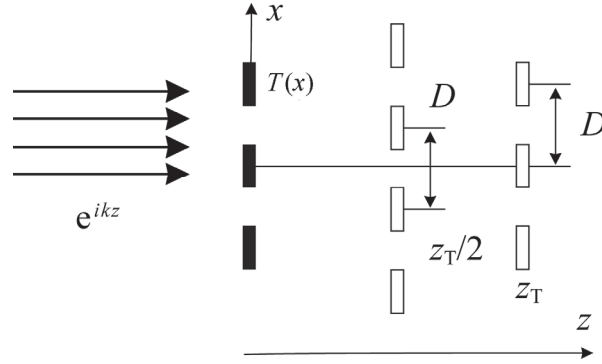


Рис.1. Схема наблюдения эффекта Тальбота в свободном пространстве. На пути падающего пучка находится объект с периодическим комплексным амплитудным коэффициентом пропускания.

кратному некоторому расстоянию расстояниях $z = lz_T$ ($l = 1, 2, \dots$) (Рис.1), где так называемое расстояние Тальбота z_T [7] дается выражением

$$z_T = 2D^2/\lambda. \quad (1)$$

Здесь λ – длина волны излучения. Выражение (1) справедливо при условии $D \gg \lambda$. Когда период становится порядка длины волны, пользуются точным выражением, данное Рэлеем [2]

$$z_T = \frac{\lambda}{1 - \sqrt{1 - \lambda^2/D^2}}. \quad (2)$$

Следует также сказать, что на расстояниях $z = (2l + 1)z_T/2$ ($l = 0, 1, 2, \dots$) получается первоначальное распределение амплитуды смещенное на $D/2$ вдоль оси Ox (Рис.1). Этот же эффект имеет место для рентгеновских волн распространяющихся в свободном пространстве [9–13].

В работах [14–18] впервые эффект Тальбота исследовался внутри кристалла, в условиях двухволновой динамической дифракции рентгеновской волны. Эффект рассматривался как в дифрагированном пучке [14–16, 18], так и в проходящем пучке [17]. Причем в работе [16] учитывалась конечность фронта падающей волны. В работе [18] рассматривался рентгеновский динамически дифракционный эффект Тальбота внутри кристалла в случае падающей сферической волны. В этом случае эффект Тальбота сопровождается фокусировкой волны внутри кристалла, а также маятниковым эффектом.

Однако в работах [14–18] не исследовались требования к пространственной и временной когерентности падающего излучения. В данной работе, продолжая тему работ [14–18], исследуются требования к когерентности падающего излучения.

2. Эффект Тальбота в кристалле

В этом параграфе мы кратко приводим основные формулы динамически-дифракционного эффекта Тальбота внутри кристалла [14–18].

Схема дифракции показана на Рис.2. Рентгеновский пучок с волновым вектором $\mathbf{K}_0^i$ и единичной амплитудой, проходя через объект с периодическим комплексным амплитудным коэффициентом пропускания $T(x) = T(x+D)$, падает на входную поверхность совершенного кристалла под углом θ^i по отношению к атомным отражающим плоскостям RP, перпендикулярных к входной поверхности кристалла. Этот угол близок к углу Брэгга θ для вектора дифракции $\mathbf{h}$ и в кристалле возникают прошедшая и дифрагированная волны. Ось Ox выбранной системы координат антипараллельна вектору дифракции $\mathbf{h}$ для данного отражения. Ось Oz перпендикулярна к входной поверхности, а ось Oy перпендикулярна к плоскости дифракции xz .

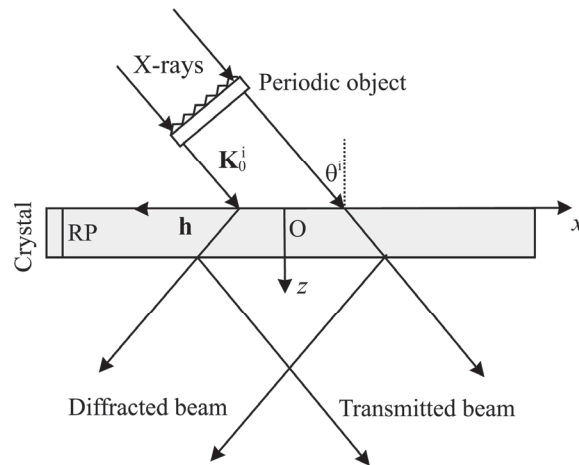


Рис.2. Схема рентгеновского динамического дифракционного эффекта Тальбота. На пути падающего пучка находится объект с периодическим комплексным амплитудным коэффициентом пропускания.

Мы будем интересоваться поведением дифрагированной волны в области, где конечность фронта волны не имеет значения так как согласно работе [16] в области, где необходимо учитывать конечность фронта волны, требования для наблюдения эффекта более жесткие. Кроме того, мы рассматриваем только амплитуду дифрагированной волны, так как согласно работе [17], для наблюдения эффекта в проходящем пучке, необходимо удовлетворять более жестким требованиям.

Нахождение амплитуды дифрагированной волны проведем для случая падающей волны с плоскопараллельным конечным фронтом в пределах от $-a$ до a , где $2a$ размер освещенной области на входной поверхности кристалла. Согласно динамической теории дифракции [19–21] амплитуду дифрагированной волны внутри кристалла можно представить в виде

$$E_h(x, z) = \int_{\max(x-z \tan \theta, -a)}^{\min(x+z \tan \theta, a)} G(x-x', z) E_0^i(x', 0) \exp(ikx' \cos \theta \Delta \theta) dx', \quad (3)$$

где функция Грина (для σ -поляризации)

$$G(x, z) = \frac{ik\chi_h}{4 \sin \theta} \exp\left(ik \frac{\chi_0 z}{2 \cos \theta}\right) J_0\left(\frac{\pi \cot \theta}{\Lambda} \sqrt{z^2 \tan^2 \theta - x^2}\right) H(z \tan \theta - |x|), \quad (4)$$

а $\chi_0 = \chi_{0r} + i\chi_{0i}$, $\chi_h = \chi_{hr} + i\chi_{hi}$ и $\chi_{\bar{h}} = \chi_{\bar{h}r} + i\chi_{\bar{h}i}$ – Фурье коэффициенты поляризуемости кристалла для векторов дифракции 0, $\mathbf{h}$ и $\bar{\mathbf{h}}$ соответственно (индексы «r» и «i» относятся к действительной и мнимой частям поляризуемости кристалла, соответственно), $\Delta \theta = \theta^i - \theta$ – отклонение от точного условия Брэгга, $\Lambda = \lambda \cos \theta / \sqrt{\chi_h \chi_{\bar{h}}}$ ($\Lambda_r = \text{Re } \Lambda$ есть экстинкционная длина), $k = 2\pi / \lambda$, J_0 – функция Бесселя нулевого порядка, H – ступенчатая функция Хевисайда. Внутри области, где реализуется решение, которое не зависит от конечности фронта волны, имеем:

$$E_h(x, z) = \int_{x-z \tan \theta}^{x+z \tan \theta} G(x-x', z) E_0^i(x', 0) \exp(ikx' \cos \theta \Delta \theta) dx'. \quad (5)$$

Разложим в дискретный ряд Фурье амплитудный коэффициент пропускания периодического объекта

$$T(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \exp\left(2\pi i n \frac{x}{D}\right), \quad (6)$$

$$A_n = \frac{1}{D} \int_{-D/2}^{D/2} T(x) \exp\left(-2\pi i n \frac{x}{D}\right) dx. \quad (7)$$

В случае падающей плоской волны с единичной амплитудой имеем $E_0^i(x', 0) = T(x')$. Используя (6) и подставляя в (5), для амплитуды σ -поляризованной дифрагированной волны получим

$$E_h(x, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \int_{x-z \tan \theta}^{x+z \tan \theta} G(x-x', z) \exp\left(2\pi i n \frac{x'}{D}\right) \exp(ikx' \cos \theta \Delta \theta) dx', \quad (8)$$

которое было проанализировано в работе [14]. Там же было показано, что эффект Тальбота имеет место внутри кристалла. Глубина Тальбота внутри кристалла, аналогичная (1), дается выражением

$$z_{Td} = \frac{D^2}{\Lambda_r \tan^2 \theta}. \quad (9)$$

Так как экстинкционная длина зависит от поляризации, то из (9) следует, что от поляризации зависит глубина Тальбота внутри кристалла. Как следует из определения экстинкционной длины $\Lambda_{r\pi} = \Lambda_{r\sigma} / \cos 2\theta$, следовательно, $z_{Td\pi} = z_{Td\sigma} \cos 2\theta$.

В данной статье мы будем использовать (5) для нахождения условий

пространственной и временной когерентности падающего пучка, при выполнении которых размеры источника и немонахроматичность не влияют на распределение интенсивности дифракционной картины.

3. Условия пространственной и временной когерентности

В реальном эксперименте источник имеет конечные размеры и состоит из некогерентных точечных источников, а падающее излучение квазимонохроматично. Это приводит к ухудшению дифракционной картины. Поэтому необходимо найти условия, налагаемые на размеры некогерентного источника (условия пространственной или поперечной когерентности) и на степень немонахроматичности (условия продольной или временной когерентности), при выполнении которых дифракционная картина остается неизменной [22, 23]. В случае источника с конечными размерами для каждой произвольной точки источника имеем $E_0^i(x', 0) = T(x') \exp[ik(x' \cos \theta - \xi_s)^2 / (2L_s)] / L_s$, где L_s среднее расстояние источника от кристалла, ξ_s координата произвольной точки источника в плоскости дифракции, отсчитываемая от центра источника. Эта координата меняется в пределах $(-a_h, a_h)$, где $2a_h$ есть размер источника в плоскости дифракции, перпендикулярно к направлению распространения падающего пучка. Для каждой фиксированной длины волны λ имеем $\Delta\theta(\lambda) = \theta' - \theta(\lambda_m) - (\lambda - \lambda_m) \tan \theta / \lambda = \Delta\theta(\lambda_m) - \Delta\lambda \tan \theta / \lambda$ (это соотношение получается простым дифференцированием закона Брэгга), причем λ_m длина волны соответствующая максимуму интенсивности в спектре. Таки образом (формула (8)) мы имеем выражение интенсивности для фиксированной точки источника и для фиксированной длины волны. Это выражение необходимо интегрировать по координате ξ_s и по $\Delta\lambda$. В итоге, с использованием (5), в работе [22] получены следующие условия для пространственной когерентности

$$2a_h < \frac{\lambda L_s}{x_{\max} \cos \theta}, \quad (10)$$

и для временной когерентности

$$2 \frac{\Delta\lambda}{\lambda} < \frac{\lambda}{x_{\max} \sin \theta}, \quad (11)$$

где $2\Delta\lambda$ ширина спектра падающего излучения, а $x_{\max}$ ширина области интегрирования в (8). С учетом того, что $x_{\max} = 2z \tan \theta$, получаем

$$2a_h < \frac{\lambda L_s}{2z \sin \theta}, \quad (12)$$

и

$$2 \frac{\Delta\lambda}{\lambda} < \frac{\lambda}{2z \tan \theta \sin \theta}. \quad (13)$$

Необходимо оценить размер источника и ширину спектра на глубине

$z = z_{Td}$. Например для Si(220) отражения $MoK\alpha_1$ ($\lambda = 0.71 \text{ \AA}$) излучения, и при $D = 15 \text{ мкм}$, согласно (9) имеем $z_{Td} \approx 175 \text{ мкм}$ для σ – поляризации. Подставляя значение z_{Td} в (12) для расстояния $L_s = 20 \text{ м}$ получаем $2a_h < 22 \text{ мкм}$. Что касается условию (13) временной когерентности, то непосредственно получаем оценку $2\Delta\lambda/\lambda < 6 \cdot 10^{-6}$.

Таким образом, эти оценки когерентности показывают, что эксперименты можно проводить используя рентгеновские источники синхротронного излучения или рентгеновские лазеры на свободных электронах. Не исключено обнаружение эффекта, но с относительно плохим качеством, также при использовании лабораторных источников.

4. Заключение

Проведен анализ рентгеновского динамического дифракционного эффекта Тальбота в дифрагированном пучке с точки зрения условий пространственной и временной когерентности падающего излучения. Источник имеет размеры, а падающее излучение немонахроматично. Используя представление амплитуды дифрагированной волны в кристалле с помощью функции Грина динамической задачи, найдены условия, налагаемые на размеры некогерентного источника (пространственная когерентность) и на степень немонахроматичности падающего излучения (временная когерентность), при выполнении которых распределение интенсивности на самоизображении периодического объекта не будет искажено. Оценки показывают, что эксперименты динамически дифракционного эффекта Тальбота внутри кристалла можно успешно проводить, используя синхротронные источники или лазеры на свободных электронах. Эксперименты можно проводить также используя лабораторные источники рентгеновского излучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. H.F. Talbot. Phil. Mag., **9**, 401 (1836).
2. Lord Rayleigh. Phil. Mag., **11**, 196 (1881).
3. R.F. Edgar. Optica Acta, **16**, 281 (1969).
4. J.P. Guigay. Optica Acta, **18**, 677 (1971).
5. M.V. Berry, S. Klein. Journal of Modern Optics, **43**, 2139 (1996).
6. M.V. Berry, E. Bodenschatz. Journal of Modern Optics, **46**, 349 (1999).
7. B.C. William, T. Mathias, D. Sarayut, A. Markus. Optics Express, **17**, 20966 (2009).
8. K. Myun-Sik, Sch. Toralf, M. Christof, R. Carsten, H.H. Peter. Optics Express, **21**, 1287 (2013).
9. P. Cloetens, J.P. Guigay, S. De Martino, J. Baruchel, M. Schlenker. Optics Letters, **22**, 1059 (1997).
10. A. Momose, K. Shinya, K. Ichiro, H. Yoshitaka, T. Kengo, S. Yoshio. Jpn. J. Appl.

- Phys., **42**, L866 (2003).
11. **A. Momose, Y. Wataru, M. Hirohide, T. Yoshihiro.** Optics Express, **17**, 12540 (2009).
 12. **V.G. Kohn.** Journal of Surface Investigation, **10**, 698 (2016).
 13. **V.G. Kohn.** J. Synchrotron Rad., **25**, 425 (2018).
 14. **M.K. Balyan.** J. Opt., **21**, 055603 (2019).
 15. **M.K. Balyan.** J. Sync. Rad., **26**, 1650 (2019).
 16. **M.K. Balyan, J.** Contemp. Phys., **55**, 70 (2020).
 17. **M.K. Balyan.** J. Contemp. Phys., **54**, 253 (2019).
 18. **M.K. Balyan, L.V. Levonyan, K.G. Trouni,** Acta Cryst. A, **76**, 494 (2020).
 19. **A. Authier,** Dynamical theory of X-ray diffraction, Oxford: Oxford University Press, 2001.
 20. **З.Г. Пинскер,** Рентгеновская кристаллооптика, Москва, Наука, 1982.
 21. **И.Ш. Слободетский, Ф.Н. Чуховский.** Кристаллография, **15**, 1101 (1970).
 22. **M.K. Balyan.** J. Contemp. Phys., **49**, 80 (2014).
 23. **V. Mocella, Y. Epelboin, P. Guigay.** Acta Cryst. A, **56**, 308 (2000).

ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԴԻՆԱՄԻԿԱԿԱՆ ԴԻՖՐԱԿՏԱՅԻՆ ՏԱԼԲՈՏԻ ԵՐԵՎՈՒՅԹԻ
ԿՈՆԶԵՐՎԵՏՈՒԹՅԱՆ ՊԱՀԱՆՋՆԵՐԸ ԲՅՈՒՐԵՂՈՒՄ

Մ.Կ. ԲԱԼՅԱՆ

Երկալիքային դինամիկական դիֆրակցիայի պայմաններում ձևավորվում է պարբերական առարկայով անցած ալիքի ալիքային դաշտը: Բյուրեղում տեղի ունի Տալբոտի դինամիկական դիֆրակտային երևույթը: Կատարված են ընկնող ճառագայթման պահանջվող տարածական և ժամանակային կոհերենտության գնահատականներ:

COHERENCE REQUIREMENTS FOR X-RAY DYNAMICAL DIFFRACTION TALBOT EFFECT INSIDE A CRYSTAL

M.K. BALYAN

Under the two-wave dynamical diffraction conditions the wave-field passed through a periodic object is formed. The dynamical diffraction Talbot effect in the crystal takes place. The estimates for required spatial and temporal coherence of the incident radiation are made.