

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

ФЕВРАЛЬ, 2021

ВЫПУСК 1

ГЕНЕРАЦИЯ НАНОВСПЛЕСКОВ В ИЗЛУЧЕНИИ ПУЛЬСАРА В КРАБОВИДНОЙ ТУМАННОСТИ

Г.МАЧАБЕЛИ¹, И.МАЛОВ², Г.ГОГОБЕРИДЗЕ¹, Н.КЕВЛИШВИЛИ¹

Поступила 7 августа 2020

Принята к печати 23 декабря 2020

Исследована динамика дрейфовых волн в электронно-позитронной плазме магнитосферы пульсара. Показано, что нелинейное взаимодействие дрейфовых волн с частицами плазмы приводит к образованию мелкомасштабных структур. Циклотронная неустойчивость, возникающая в этих структурах, может быть причиной образования нановсплесков, обнаруженных в радиоизлучении пульсара в Крабовидной туманности.

Ключевые слова: *пульсары: радиоизлучение: Крабовидная туманность*

1. *Введение.* Крабовидная туманность является уникальным объектом в нашей Галактике. Одним из ее загадочных свойств является особенность излучения пульсара PSR 0531+21, который расположен в Крабовидной туманности. В частности, давно известно [1], что излучение этого пульсара в радио, оптическом, рентгеновском и гамма-диапазонах генерируется в одной и той же области магнитосферы, которая расположена вблизи светового цилиндра (гипотетической поверхности, на которой скорость вращения магнитных силовых линий становится равной скорости света). Объяснение этого факта является одной из основных задач любой модели радиоизлучения пульсаров. Существуют несколько моделей радиоизлучения пульсаров [2-6], но до настоящего времени ни одна из них не смогла полностью объяснить имеющиеся наблюдения.

Один из возможных механизмов радиоизлучения пульсара аналогичен механизму, ответственному за солнечные радиовсплески. Двухпотоковая неустойчивость между первичным электронным пучком и электронно-позитронной плазмой магнитосферы пульсара генерирует сильную ленгмюровскую турбулентность [6]. Эти волны не могут покинуть магнитосферу напрямую. Модуляционная неустойчивость в сильной ленгмюровской турбулентности генерирует солитоны, а нелинейные волновые взаимодействия внутри солитонов генерируют вспышки электромагнитного излучения, которые могут покинуть магнитосферу.

Механизм, основанный на электронно-мазерном излучении, также пред-

полагает, что пучок плазмы генерирует ленгмюровскую турбулентность. Когда турбулентность становится сильнее, то первоначальный пучок и турбулентные флуктуации становятся пространственно неоднородными [4]. В результате коллективное движение сгустков заряда, взаимодействующих с электростатическими флуктуациями в турбулентности, приводит к когерентному пучкообразному излучению.

Еще один возможный механизм радиоизлучения связан с развитием циклотронной неустойчивости [5,7]. Циклотронная неустойчивость развивается при выполнении условия резонанса на аномальном эффекте Доплера. Эта неустойчивость генерирует электромагнитные волны, которые могут напрямую покинуть магнитосферу.

Другие возможные механизмы включают излучение, вызванное ускорением частиц в электрическом поле колебаний, параллельных магнитному полю пульсара [3], изгибное излучение когерентными сгустками [2] и мазерное изгибное излучение [8].

Сравнение предсказаний разных моделей с наблюдениями является непростой задачей. Основная сложность заключается в том, что все модели основаны на микроскопических плазменных процессах в магнитосфере, тогда как большинство существующих наблюдений связаны с крупномасштабными процессами. Недавние наблюдения с очень высоким временным разрешением позволили [9] сравнить данные нановсплесков, наблюдаемых в основном импульсе, и низкочастотные межимпульсные характеристики пульсара PSR 0531+21, с предсказаниями различных моделей радиоизлучения. Авторы пришли к выводу, что ни одна из существующих моделей не может объяснить одновременно все три основных свойства наблюдений: спектр, временные масштабы явлений и наблюдаемый высокий уровень круговой поляризации. Что касается модели, основанной на развитии циклотронной неустойчивости, авторы исследования [9] пришли к выводу, что эта модель естественным образом объясняет наблюдаемый уровень круговой поляризации [5,10], но, с другой стороны, поскольку механизм генерации является линейным, в рамках простейшей версии модели невозможно объяснить существование явлений с характерным временным масштабом порядка наносекунд.

В представленной работе исследовано развитие циклотронной неустойчивости в электронно-позитронной плазме магнитосферы пульсара. Показано, что воздействие дрейфовых волн на развитие циклотронной неустойчивости может привести к образованию наблюдаемых нановсплесков.

2. Развитие циклотронной неустойчивости. Стандартная модель магнитосферы пульсара [11] предполагает, что релятивистская электронно-позитронная плазма движется вдоль силовых линий магнитного поля. В

работе [12] было показано, что черенковское излучение в электронно-позитронной плазме подавлено. Но позже обнаружилось [5,7], что эффективная генерация электромагнитных волн возможна при модифицированном черенковском резонансе, если принять во внимание дрейфовое движение частиц, вызванное искривлением магнитного поля (так называемый дрейфовый черенковский резонанс). Условие резонанса имеет следующий вид:

$$(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - k_{\perp} u_{\perp}) = 0. \quad (1)$$

Здесь v_{\parallel} - параллельная составляющая скорости частицы, $u_{\perp} = \gamma v_{\parallel}^2 / \omega_B R_c$ - скорость дрейфа электронов, вызванная кривизной силовых линий, R_c - радиус кривизны силовых линий, $\omega_B = eB_0/mc$ - циклотронная частота, e - элементарный заряд, c - скорость света, B_0 - магнитное поле пульсара, ω - частота волны, k_{\parallel} и k_{\perp} - параллельная и перпендикулярная к магнитному полю составляющие волнового вектора.

Функция распределения частиц электрон-позитронной плазмы в магнитосфере пульсара описывает движение плазмы от поверхности звезды к световому цилиндуру и состоит из трех компонент [11,13,14]. Первая компонента - это первичный пучок электронов с плотностью Гольдрайха-Джулиана $n_b = n_{GJ} = 7 \cdot 10^{-2} B_*/P$, где B_* - магнитное поле на поверхности пульсара, P - период вращения. Типичный лоренц-фактор первичного пучка $\gamma_b \sim 10^6 - 10^7$. Вторая компонента - так называемые хвостовые частицы [14] с $n_t \sim 10^{13} - 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и типичным лоренц-фактором $\gamma_t \sim 10^3 - 10^5$. Третьей компонентой является основная электронно-позитронная плазма, плотность которой сильно зависит от характера магнитного поля пульсара. Если магнитное поле пульсара дипольное, тогда плотность $n_p \approx \gamma_b n_b / \gamma_p \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$ и $\gamma_p \sim 10^2$. С другой стороны, для квадрупольного магнитного поля имеем [15] $\gamma_p \sim 3 - 10$ и $n_p \sim 10^{20} \text{ см}^{-3}$. Вся функция распределения частиц является одномерной. Такой вид функции распределения неустойчив по отношению к циклотронной неустойчивости [5,7] при выполнении условия аномального доплеровского резонанса:

$$\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - k_{\perp} u_{\perp} + \frac{s \omega_B}{\gamma_{res}} = 0. \quad (2)$$

Здесь $s = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ - номер гармоники циклотронной частоты и γ_{res} - лоренц-фактор резонансных частиц.

Для анализа резонансного условия (2) нам понадобятся основные характеристики собственных мод электронно-позитронной плазмы. Существуют три собственных моды электронно-позитронной плазмы. Одна из собственных мод, так называемая О-волна, является чисто поперечной. Ее электрическое поле E_0 перпендикулярно к плоскости, образованной волновым вектором и фоновым магнитным полем. Две другие (так называемые А и Х-волны) имеют

смешанный, продольно-поперечный характер. Для волн, распространяющихся почти параллельно силовым линиям, дисперсионные уравнения для О, А и Х-мод имеют следующий вид:

$$\omega_X = kc(1 - \delta), \quad \text{где} \quad \delta = \frac{\omega_p^2}{4\gamma_p^3 \omega_B^2} \quad (3)$$

$$\omega_A = k_{||}c \left(1 - \delta - \frac{k_{\perp}^2 c^2}{4\gamma_p \omega_p^2} \right) \quad (4)$$

$$\omega_0^2 = \omega_p^2 \gamma_p^{-3} + k_{||}^2 c^2. \quad (5)$$

В уравнении (3) $\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_p / m$ - плазменная частота.

Как известно [13], функция распределения частиц в магнитосфере является одномерной. Такой вид функции распределения неустойчив по отношению к циклотронной неустойчивости, и при выполнении резонансного условия (2) происходит генерация радиоволн. Во время квазилинейной стадии неустойчивости радиоволны воздействуют на функцию распределения частиц, и это вызывает диффузию частиц как вдоль, так и перпендикулярно силовым линиям. Это обстоятельство приводит к насыщению неустойчивости. С другой стороны, частицы приобретают поперечную составляющую импульса и вследствие синхротронного излучения генерируют электромагнитные волны в рентгеновском и гамма-диапазонах. Этот сценарий объясняет, как радио и высокочастотные волны могут генерироваться в одной и той же области. Частота генерируемых радиоволн может быть найдена из уравнения (2) с использованием уравнения (3) и разложений

$$v_{||} \approx c \left(1 - \frac{1}{2\gamma_{res}^2} \right) \quad \text{и} \quad k \approx k_{||} \left(1 + \frac{k_{\perp}^2}{2k_{||}^2} \right). \quad (6)$$

В этом случае

$$\omega \approx k_{||}c = \frac{s\omega_B}{\gamma_{res}\delta} = 4\gamma_p^3 \frac{s\omega_B^2}{\gamma_{res}\omega_p^2}. \quad (7)$$

Характерная частота высокочастотного синхротронного излучения дается выражением

$$\omega \approx \omega_B \gamma_{res}^2. \quad (8)$$

Последние два уравнения дают связь между генерированными радио и высокочастотными волнами.

Согласно уравнению (7), для $\gamma_p \approx 3$ радиоволны с частотами порядка нескольких ГГц могут быть возбуждены резонансными частицами с лоренц-фактором $\gamma_{res} \sim 10^7$. Используя эти параметры, для квадрупольного магнитного

поля [15] получаем $\omega_p^2 \approx 6.4 \cdot 10^{28} (R_*/r)^4$ (рад/с)², и $\omega_B \approx 1.4 \cdot 10^{20} (R_*/r)^4$ рад/с. Используя уравнение (7) и предполагая, что генерация радиоволны происходит при $r \sim 10^8$, для частоты генерируемых радиоволн мы получаем:

$$\omega \approx 4 \cdot 10^9 \text{ рад/с.} \quad (9)$$

При $s=1$ радиоизлучение соответствует частотам порядка 1 ГГц. Поскольку частицы движутся вдоль силовых линий, направленных к наблюдателю, угловое распределение излучения достигает наблюдателя сильно анизотропно [16,17] и в основном сосредоточено в пределах угла

$$\alpha \approx \frac{1}{\gamma_{res}} \quad (10)$$

около силовых линий поля.

3. *Генерация дрейфовых волн.* В предыдущем разделе были рассмотрены волны, распространяющиеся почти параллельно к магнитному полю. Здесь мы рассмотрим генерацию А-волн с волновым вектором, почти перпендикулярным к магнитному полю [5,16,17]. Частицы плазмы, движущиеся вдоль силовых линий, подвержены дрейфовому движению из-за кривизны силовых линий. Скорость дрейфа выражается следующей формулой:

$$u_\perp = \frac{\gamma v_{||}^2}{\omega_B R_c}. \quad (11)$$

Частицы дрейфуют в направлении, перпендикулярном плоскости, содержащей изогнутые линии поля. Поэтому взаимодействие дрейфовой волны с частицами плазмы удобно изучать в локальной цилиндрической системе отсчета (x, r, ϕ). Ось x направлена перпендикулярно к плоскости, содержащей изогнутую линию магнитного поля, ϕ -направление перпендикулярно оси x и направлено по касательной к силовой линии. Центр системы находится в центре кривизны силовой линии, и следовательно, угол определяет расположение частицы вдоль линии магнитного поля.

В работе [5] была изучена генерация почти поперечных ($k_x/k_\phi \gg 1$) дрейфовых волн на модифицированном черенковском резонансе (1). Для частоты генерируемой волны уравнение (1) принимает вид $\omega \approx k_x v_x + k_\phi u_\phi$, а инкремент неустойчивости дается следующей формулой [16]:

$$\Gamma \approx \left(\frac{n_b \gamma_p^3}{n_p \gamma_b} \right)^{1/2} k_x u_x. \quad (12)$$

Инкремент (12) достигает максимума для волны с волновым вектором $k_x^2 \ll 3\omega_p^2 / 2\gamma_p^3 c^2$. Для параметров пульсара в Крабовидной туманности это условие дает $k_x \ll 0.5 \text{ см}^{-1}$. Используя условие $n_p \gamma_p \lesssim n_b \gamma_b$, для типичного значения инкремента уравнение (12) дает $\Gamma \sim 10 \text{ с}^{-1}$. Генерируемые дрейфовые

волны распространяются почти перпендикулярно к магнитному полю. Они циркулируют вокруг силовых линий, медленно приближаясь по спиральной траектории к поверхности светового цилиндра. Поэтому эти волны довольно долго остаются в магнитосфере и могут эффективно участвовать в различных динамических процессах.

4. Нелинейные процессы и формирование нановсплесков. Рассмотрим дрейфовую волну, распространяющуюся почти перпендикулярно к магнитному полю, удовлетворяющую условию $k_x u_x \gg k_\phi u_\phi$. Для таких волн мы имеем $\omega \approx k_x u_x$. Возмущение электрического поля параллельно силовой линии, а возмущение магнитного поля имеет только r -компоненту B_r . Из уравнения Максвелла имеем $B_r = E_\phi (k_x c / \omega) \sim E_\phi (c / u_x)$, где E_ϕ - возмущение электрического поля. Из этого уравнения следует, что $B_r \gg E_\phi$.

Покажем, что нарастание B_r приводит к изменению радиуса кривизны силовой линии магнитного поля. В декартовой системе координат (x, y) , в которой лежит силовая линия, имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{B_y}{B_x}. \quad (13)$$

А кривизна силовой линии $\rho_c = 1/R_c$ определяется из уравнения:

$$\rho_c = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{-3/2} \frac{d^2 y}{dx^2}, \quad (14)$$

которое в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\rho_c = \frac{1}{rB} \left[B_\phi - \frac{B_\phi^2}{B^2} \frac{\partial B_r}{\partial \phi} \right]. \quad (15)$$

В этом уравнении $B = (B_\phi^2 + B_r^2)^{1/2}$. Из выражения для B следует, что если амплитуда волны гораздо меньше фонового поля пульсара, $B_r/B_\phi \ll 1$, то изменение $B = (B_\phi^2 + B_r^2)^{1/2} \approx B_\phi (1 + B_r^2/2B_\phi^2)$ пренебрежимо мало. В то же время, поскольку в азимутальном направлении $B_r \sim \exp(ik_\phi r)$, из уравнения (15) следует:

$$\rho_c \sim \frac{1}{r} \left(1 - k_\phi r \frac{B_r}{B_\phi} \right), \quad (16)$$

и следовательно, для гармоник с $k_\phi r \gg 1$ дрейфовая волна может значительно изменить кривизну магнитного поля даже в случае $B_r/B_\phi \ll 1$. Рассмотрим как это изменение влияет на резонансные условия (1) и (2). Используя разложение $v_\phi \approx c(1 - 1/2\gamma^2 - u_\perp^2/2c^2)$ и дисперсионное уравнение О-мод, уравнение (2) принимает вид:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{k_x}{k_\phi} - \frac{u_\perp}{c} \left(1 - k_\phi r \frac{B_r}{B_\phi} \right) \right] + \frac{k_r^2}{4k_\phi^2} - \delta = -s \frac{\omega_B}{\gamma_r k_\phi c}. \quad (17)$$

Это уравнение описывает как резонансы на аномальном эффекте Доплера ($s=+1, +2, \dots$), так и черенковский резонанс ($s=0$). Из-за наличия дрейфовых волн ни магнитное поле, ни его кривизна не являются постоянными. Следовательно, резонансное условие (17) может выполняться только для особых областей, формируя тем самым "излучающие пятна" в магнитосфере. В областях, где дрейфовая волна вызывает увеличение кривизны магнитного поля, также увеличивается магнитное поле. Так как релятивистские частицы движутся вдоль силовых линий, усиление магнитного поля вызывает увеличение концентрации частиц, и следовательно, усиление интенсивности излучения. Характеристики "излучающего пятна" сильно зависят от ее локализации, а также фазы дрейфовой волны [5,7].

В приближении слабой турбулентности нелинейная динамика дрейфовых волн в магнитосфере пульсара может включать как 3-х и 4-х волновые резонансные взаимодействия, так и нелинейное взаимодействие волн с частицами плазмы [16]. Трехвольновое взаимодействие включает квадратично-нелинейный ток, который является нечетной функцией заряда, так что электроны и позитроны вносят вклад с противоположным знаком, практически полностью компенсируя друг друга [18]. Четырехвольновое взаимодействие, которое предполагает кубическую нелинейность, мало при не очень сильной нелинейности, и следовательно, нелинейное взаимодействие волн с частицами плазмы является доминирующим нелинейным процессом с участием дрейфовых волн [16]. Эти взаимодействия включают в себя как рассеяние волн частицами плазмы, так и слияние волн. В первом случае длина волны увеличивается, и этот процесс ограничен размерами магнитосферы, тогда как в случае слияния волн длина волны уменьшается, и энергия перекачивается к более мелкомасштабным возмущениям.

Нелинейные взаимодействия волн и частиц в электронно-ионной плазме могут быть сильно ослаблены [19] из-за поляризации среды (формирование так называемого экранирующего облака). В отличие от этого в электронно-позитронной плазме поляризационные вклады электронов и позитронов компенсируют друг друга [5], и следовательно, и эффект ослабления взаимодействия, связанный с поляризацией, отсутствует. Сохранение энергии и импульса для нелинейного взаимодействия волн с частицами плазмы приводит к следующим условиям:

$$\omega \pm \omega' = (k_\phi \pm k'_\phi) v_{||}. \quad (18)$$

Здесь величины без прима относятся к рассеиваемой волне, а величины с

примом относятся к волне после нелинейного взаимодействия. Знак минус в уравнении (18) соответствует нелинейному рассеянию волн, а знак плюс описывает слияние волн. Нелинейное рассеяние дрейфовых волн детально изучалось ранее [5,16]. Этот процесс передает энергию волны частицам, и следовательно, каскад энергии происходит к более низким частотам. Напротив, слияние волн увеличивает частоту волны и передает энергию к меньшим масштабам. Временные масштабы этих процессов имеют одинаковый порядок [19] и как показано ранее [5,16], энергия может быть эффективно перекачана к различным масштабам, прежде чем дрейфовые волны покинут магнитосферу. Следовательно, слияние волн приводит к формированию мелкомасштабных дрейфовых волновых структур. Интенсивность магнитного поля, а также плотность плазмы в этих структурах усиливаются, что приводит к формированию мелкомасштабных интенсивно излучающих пятен. Если размер излучающего пятна незначителен по сравнению с размерами магнитосферы, то продолжительность излучения, полученного наблюдателем, дается выражением (см. уравнение (10)):

$$\tau \approx \frac{1}{\Omega \gamma_{res}}. \quad (19)$$

Учитывая, что для пульсара в Крабовидной туманности $\Omega \approx 200 \text{ с}^{-1}$, а для частицы первичного пучка $\gamma \sim 10^6 - 10^7$, минимальная длительность сигнала, связанного с небольшим излучающим пятном, составляет $\tau \sim 10^{-9} \text{ с}$. Как видим, полученное значение по порядку величины соответствует наблюдаемой длительности нановсплесков. Представленная модель предполагает, что из-за нелинейной эволюции дрейфовых волн в магнитосфере пульсара одновременно образуется много излучающих пятен, но лишь немногие из них пересекают линию наблюдения.

5. Заключение. В представленной работе исследовано влияние дрейфовых волн на формирование радиоизлучения в электронно-позитронной плазме магнитосферы пульсара. Показано, что в нелинейной эволюции дрейфовых волн преобладает нелинейное взаимодействие волн с частицами плазмы, которое включает как индуцированное рассеяние, так и слияние волн. Последний процесс передает энергию к меньшим масштабам и приводит к образованию мелкомасштабных структур, в которых усиливаются магнитное поле и плотность плазмы. Эти структуры образуют интенсивно излучающие пятна. Длительность сигнала, связанного с пятном, составляет порядка наносекунд, следовательно, структуры дрейфовой волны могут быть ответственны за недавно обнаруженные нановсплески в радиоизлучении пульсара Крабовидной туманности. Рассмотренная модель предполагает, что одновременно формируются много излучающих пятен, но лишь немногие из них пересекают линию обзора

наблюдателя. Поскольку представленная модель предполагает, что разные нановсплески связаны с разными излучающими пятнами, она предсказывает отсутствие корреляции между различными характеристиками (такими как круговая поляризация и т. д.) разных нановсплесков.

Работа выполнена при поддержке Национального фонда науки им. Шота Руставели (Shota Rustaveli National Science Foundation), Грант FR-18-19964.

¹ Государственный университет им. Илии, Грузия,
e-mail: g.machabeli@iliauni.edu.ge grigol_gogoberidze@iliauni.edu.ge
natia.kevlishvili.l@iliauni.edu.ge

² Пущинская радиоастрономическая обсерватория, Россия,
e-mail: malov@prao.ru

GENERATION OF NANOFLAres IN THE EMISSION OF CRAB PULSAR

G.MACHABELI¹, I.MALOV², G.GOGOBERIDZE¹, N.KEVLISHVILI¹

We study the dynamics of drift waves in the electron-positron plasma of pulsar magnetosphere. It is shown that nonlinear interaction of the drift waves with plasma particles leads to the formation of small scale structures. We show that cyclotron instability developed within these nonlinear structures can be responsible for the formation of nanoflares discovered in the radio emission of the Crab pulsar.

Keywords: *pulsars: radio emission: Crab nebula*

ЛИТЕРАТУРА

1. *R.N.Manchester, J.H.Taylor*, Pulsars, Freeman and company, New York, 1977.
2. *M.A.Ruderman, P.G.Sutherland*, *Astrophys. J.*, **196**, 51, 1975.
3. *D.B.Melrose*, *Astrophys. J.*, **225**, 557, 1978.
4. *D.N.Baker, J.E.Borovsky, G.Benford et al.*, *Astrophys. J.*, **326**, 110, 1988.
5. *A.Z.Kazbegi, G.Z.Machabeli, G.I.Melikidze*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **253**, 377, 1991.
6. *J.C.Weatherall*, *Astrophys. J.*, **483**, 402, 1997.
7. *M.Lyutikov, R.D.Blandford, G.Machabeli*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **305**,

- 338, 1999.
- 8. *Q.Luo, D.B.Melrose*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **258**, 616, 1992.
 - 9. *J.A.Eilek, T.H.Hankins*, J. Plasma Phys., **82**, 635820302, 2016.
 - 10. *G.Gogoberidze, G.Machabeli*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **364**, 1363, 2005.
 - 11. *P.Goldreich, W.Julian*, Astrophys. J., **157**, 869, 1969.
 - 12. *M.Gedalin, E.Gruman, D.B.Melrose*, Phys. Rev. Lett., **88**, 121101, 2002.
 - 13. *P.A.Sturrock*, Astrophys. J., **164**, 529, 1971.
 - 14. *E.Tademaru*, Astrophys. J., **183**, 625, 1973.
 - 15. Г.З.Мачабели, В.В.Усов, Письма в Астрон. ж., **5**, 445, 1979.
 - 16. *G.Gogoberidze, G.Machabeli, D.B.Melrose et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **360**, 669, 2005.
 - 17. И.Ф.Малов, Г.З.Мачабели, Аномальные пульсары, М., Наука, 2009.
 - 18. *Q.Luo, D.B.Melrose*, Solar Physics, **154**, 187, 1994.
 - 19. *R.Z.Sagdeev, A.A.Galeev*, Nonlinear Plasma Theory, Benjamin, New York, 1969.