АСТРОФИЗИКА

ТОМ 28 ФЕВРАЛЬ, 1988 ВЫПУСК 1

УДК: 52—64—657

О ДИФФУЗИИ РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В БЕСКОНЕЧНОЙ СРЕДЕ ПРИ НАЛИЧИИ ПОГЛОЩЕНИЯ В КОНТИНУУМЕ

С. И. ГРАЧЕВ

Поступила 15 октября 1986
Принята к печати 15 октября 1987

В диффузионном по частоте приближении получены аналитические стационарное и нестационарное решения задачи о переносе резонансного излучения в бесконечной однородной неконсервативной среде при наличии поглощения в континууме. Рассеяние считается когерентным в системе атома с расширенным затуханием верхним уровнем. Распределение источников — равномерное. Приведены выражения для интенсивности излучения, а также для среднего числа рассеяний фотонов и числа нескомпенсированных переходов из верхнего состояния атома в нижнее. Найдены асимптотики указанных величин.

1. *Введение.* Профили спектральных линий несут в себе важную информацию о физических условиях в астрофизических объектах. В большинстве случаев они рассчитываются в приближении полного перераспределения по частоте (ППЧ), хорошо исследованном теоретически (см. [1]). Однако в некоторых случаях этого приближения оказывается недостаточно и следует использовать функции частичного перераспределения по частоте (ЧПЧ). Так, приближение ППЧ оказывается непригодным для резонансных линий водородо- и гелиеподобных ионов в спектрах рентгеновских источников при плотностях $< 10^{22}$ см$^{-3}$ [2], а также для линии L_α в оболочках сверхновых на стадии свободного разлета [3]. В этих случаях поглощение фотонов линии описывается фойгтовским профилем, а перераспределение по частоте — функцией $R_{II}(x, x')$ (в обозначениях Хаммера [4]), соответствующей когерентному рассеянию в системе атома с уширенным затуханием верхним уровнем. Точное решение задачи о переносе излучения в линии при функции перераспределения $R_{II}(x, x')$ сопряжено с большими математическими трудностями. Однако почти когерентный характер рассеяния в крыле фойгтовского профиля оправдывает использование диффузионного приближения. Оно применялось Харрингтоном [5] для решения стационарной задачи о переносе в плоском слое, а также М. М. Баско

[6], рассмотревшим нестационарный перенос в бесконечной однородной консервативной среде.

В настоящей работе получены некоторые более общие решения уравнения диффузии для интенсивности резонансного излучения, чем найденные в [6], а именно: учитывается неконсервативность рассеяния и поглощение фотонов линии в континууме. При помощи этих решений оцениваются среднее число рассеяний фотонов в линии и число несбалансированных переходов из верхнего состояния атома в нижнее в единицу времени в единице объема.

2. *Основные уравнения и соотношения.* Уравнение диффузии для интенсивности излучения в изолированной линии $I(t, x)$ в бесконечной однородной среде с равномерно распределенными источниками мощностью $\propto S_0(t, x)$ имеет следующий вид:

$$\frac{\partial I(t, x)}{\partial t} = -[\beta + (1-\lambda)\alpha(x)]\, I(t, x) + \frac{\lambda a}{2\sqrt{\pi}} \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{x^2}\frac{\partial I(t, x)}{\partial x}\right] + S_0(t, x). \tag{1}$$

Оно отличается от уравнения, рассмотренного в [6], наличием первого слагаемого в правой части, которое описывает неконсервативность рассеяния ($\lambda \neq 1$ — альбедо однократного рассеяния) и поглощение в континууме ($\beta \neq 0$ — отношение коэффициента поглощения в континууме к коэффициенту поглощения в центре линии $k_{12}(\nu_0)$). Далее, в (1) безразмерное время t измеряется в единицах

$$1/cn_1k_{12}(\nu_0), \tag{2}$$

n_1 — концентрация атомов в нижнем состоянии, c — скорость света, $\alpha(x)$ — профиль коэффициента поглощения ($\alpha(0) = 1$), $x = (\nu - \nu_0)/\Delta\nu_D$ — безразмерная частота, $a = \Delta\nu_E/\Delta\nu_D \ll 1$ — фойгтовский параметр. В дальнейшем мы считаем $S_0(t, x) = S_0\delta(x - x_0)$ и решаем уравнение (1) при начальном и граничном условиях

$$I(0, x) = 0, \quad I(t, \pm\infty) = 0, \tag{3}$$

что соответствует включению источников в момент $t = 0$.

Прежде чем переходить к решению уравнения (1), введем две важные физические величины. Одна из них

$$S = \frac{2h\nu_0^3}{c^2}\frac{g_1}{g_2}\frac{n_2}{n_1}\frac{1}{A} \tag{4}$$

пропорциональна степени возбуждения атомов n_2/n_1. Здесь g_1 и g_2 — статистические веса нижнего и верхнего уровней, A — нормировочная постоянная профиля коэффициента поглощения: $A\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\alpha(x)\,dx = 1$. Другая

$$R = n_2A_{21} - n_1B_{12}J_{12} \equiv \beta_{12}n_2A_{21} \tag{5}$$

равна числу нескомпенсированных переходов из верхнего состояния в нижнее (здесь A_{21} и B_{12} — эйнштейновские коэффициенты, J_{12} — средняя по профилю коэффициента поглощения интенсивность излучения). Величина R непосредственно входит в уравнение статистического равновесия, причем для нее обычно используется второе из равенств (5), которым вводится так называемый фактор радиационного разбаланса β_{12}. При любом законе перераспределения по частоте при рассеянии для S и R легко получаются следующие представления:

$$S = \lambda\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\alpha(x)\,I(t,\ x)\,dx + S_0, \tag{6}$$

$$R = B\left[\frac{d}{dt}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}I(t,\ x)\,dx + \beta\int\limits_{-\infty}^{+\infty}I(t,\ x)\,dx\right], \tag{7}$$

где

$$S_0 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}S_0(t,\ x)\,dx, \qquad B = An_1\frac{c^2}{2h\nu_0^3}\frac{g_2}{g_1}A_{21}. \tag{8}$$

Ясно, что фактор $\beta_{12} = R/BS$, а среднее число рассеяний $N = S/S_0$.

Профиль коэффициента поглощения $\alpha(x)$ в (1) — фойгтовский. Однако при выводе (1) использовалось приближенное выражение для функции перераспределения $R_{II}(x,\ x')$, справедливое в крыле фойгтовского профиля (см. [6]). Поэтому с учетом нормировки профиля $\alpha(x)$ можно принять для него следующее приближенное представление:

$$\alpha(x) \sim \frac{1}{A}\delta(x) + \frac{a}{A\pi x^2}. \tag{9}$$

Другое приближенное представление для $\alpha(x)$ (также содержащее δ-функцию, но от другой переменной) применялось ранее Харрингтоном [5].

3. *Стационарные решения.* В стационарном случае при $S_0(x) = S_0\delta(x)$ уравнение (1) принимает вид

$$xI''(x) - 2I'(x) - \left[\frac{2}{\lambda}(1-\lambda)x + qx^3\right]I(x) =$$

$$= \frac{q}{\beta}x^3[\sqrt{\pi}(1-\lambda)I(0) - S_0]\delta(x), \tag{10}$$

где

$$q = 2\sqrt{\pi}\beta/\lambda a. \tag{11}$$

Здесь для $\alpha(x)$ использовалось представление (9), причем полагалось $A = 1/\sqrt{\pi}$, поскольку фойгтовский параметр a считается малым. Замена

$$I(x) = Ce^{-z/2}y(z), \quad z = \sqrt{q}\,x^2 \tag{12}$$

приводит однородное уравнение вида (10) к вырожденному гипергеометрическому уравнению для $y(z)$. Его решениями являются функции $\Phi(\alpha, -1/2; z)$ и

$$\Psi(\alpha, -1/2; Z) = \frac{\Gamma(3/2)}{\Gamma(\alpha+3/2)}\Phi(\alpha, -1/2; z) +$$

$$+ \frac{\Gamma(-3/2)}{\Gamma(\alpha)}z^{3/2}\Phi\left(\alpha+\frac{3}{2}, \frac{5}{2}; z\right), \tag{13}$$

где

$$\alpha = \frac{1-\lambda}{2\lambda\sqrt{q}} - \frac{1}{4}. \tag{14}$$

Определение и свойства вырожденных гипергеометрических функций $\Phi(\alpha, \beta; z)$ и $\Psi(\alpha, \beta; z)$ см., например, в [7], стр. 1072. Нам нужно построить симметричное стремящееся к нулю на бесконечности решение уравнения (10). С этой целью выберем фундаментальную систему решений для $y(z)$ в виде

$$\begin{gathered} y_1(x) = \Psi(\alpha, -1/2; z), \quad z = \sqrt{q}\,x^2, \\ y_2(x) = \Phi(\alpha, -1/2; z) - \frac{8}{3}\frac{\Gamma(\alpha+3/2)}{\Gamma(\alpha)}q^{3/4}x^3\Phi(\alpha+3/2, 5/2; z). \end{gathered} \tag{15}$$

Отсюда с учетом (13) следует, что

$$y_2(-x) = \frac{\Gamma(\alpha+3/2)}{\Gamma(3/2)}y_1(x). \tag{16}$$

При помощи фундаментальной системы (15) решение неоднородного уравнения (10) строится обычным образом. В результате имеем

$$I(x)=\frac{S_0\Gamma(\alpha)\,e^{-z/2}\,\Psi(\alpha,\ -1/2;\ z)}{\sqrt{\pi}(1-\lambda)\,B(\alpha,\ 3/2)-4\lambda aq^{3/4}},\tag{17}$$

где $\Gamma(\alpha)$ и $B(\alpha,\ 3/2)$ — гамма- и бета-функции.

Согласно (17) интенсивность излучения $I(x,\ \lambda,\ \beta)$ выражается через функцию двух переменных α и $z=\sqrt{q}\,x^2$. Если ввести характерные частоты

$$x_\lambda=\sqrt{\frac{\lambda}{2(1-\lambda)}},\quad x_\beta=\left(\frac{\lambda a}{2\sqrt{\pi}\,\beta}\right)^{1/4},\tag{18}$$

то эти переменные можно записать в виде выражений

$$z=(x/x_\beta)^2,\qquad \alpha=\frac{1}{4}\,[(x_\beta/x_\lambda)^2-1],\tag{19}$$

определяющих соотношения подобия для интенсивности излучения.

Подстановка (17) в (6) и (7) позволяет найти характеристики среды R и S. Так,

$$R=\frac{BS_0}{1-\lambda+\varkappa}\,\beta_{12},\tag{20}$$

где

$$\varkappa=-4\lambda aq^{3/4}/\sqrt{\pi}\,B(\alpha,\ 3/2),\tag{21}$$

$$\beta_{12}=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{8\lambda a}{\sqrt{\pi}}\right)^{1/4}\beta^{3/4}\frac{\Gamma(\alpha+3/2)}{\Gamma(\alpha+2)}F\left(\frac{1}{2},\ 2;\ \alpha+2;\ \frac{1}{2}\right).\tag{22}$$

Здесь $F(a,\ b;\ c;\ z)$ — гипергеометрическая функция Гаусса. Заметим, что во всем интервале изменения α (от $-1/4$ до $+\infty$) она меняется в (22) всего лишь в 1.5 раза (от 3/2 до 1). Что же касается величины S, то, вычисляя ее согласно (6), можно вынести из-под знака интеграла значение интенсивности в точке $x=0$, поскольку согласно (17) ширина профиля $I(x)$ при малых q (т. е. при $\beta\ll\lambda a$) значительно больше ширины профиля коэффициента поглощения. Тогда

$$S\approx\lambda\sqrt{\pi}\,I(t,\ 0)+S_0,\tag{23}$$

и для среднего числа рассеяний отсюда имеем согласно (17)

$$N\approx\frac{1+\varkappa}{1-\lambda+\varkappa}.\tag{24}$$

Здесь $\varkappa$ дается формулой (21), причем при λ, близких к 1, и малых β оно мало, и им можно пренебречь в числителе (24). В результате для фактора радиационного разбаланса β_{12} получается приведенное выше выражение (22).

Рассмотрим далее некоторые предельные случаи.

а) Случай не слишком малых β ($\beta \gg \beta_1$). Пусть $x_\beta \ll x_\lambda$. Тогда согласно (19) имеем $\alpha \sim -1/4$ и согласно (18) $\beta \gg \beta_1$, где

$$\beta_1 = \frac{2a}{\lambda\sqrt{\pi}}(1-\lambda)^2. \tag{25}$$

В этом случае из (17) следует

$$I(x) \sim \frac{S_0\Gamma(3/4)\,q^{3/8}x^{3/2}K_{3/4}(\sqrt{q}\,x^2/2)}{\sqrt{2\pi}(1-\lambda)\,\Gamma^2(3/4)+\sqrt{\pi}\,\lambda a q^{3/4}}, \tag{26}$$

где $K_{3/4}(z)$ — функция Макдональда, а из (22) —

$$\beta_{12} \sim 2^{-1/4}\pi^{-5/8}\frac{\Gamma(1/4)}{\Gamma(3/4)}(\lambda a)^{1/4}\beta^{3/4} = 1.217\,(\lambda a)^{1/4}\beta^{3/4}. \tag{27}$$

При этом для $\varkappa$ из (21) получается $\varkappa \sim \beta_{12}$, и согласно (24) имеем $N \sim 1/(1-\lambda+\beta_{12})$. Формулы (26) и (27) становятся точными при $\lambda=1$. Функциональная форма зависимости β_{12} и N от параметров a и β, даваемая формулой (27), была найдена ранее в [8] из качественных соображений, причем численный коэффициент определялся из численного решения уравнения диффузии (заметим, что в [8] вместо β используется $\omega = \beta/\sqrt{\pi}$).

Сравнивая слагаемые в знаменателе правой части (26), видим, что наряду с β_1 имеется еще одно характерное значение

$$\beta_* = \pi^{-1/2}[\Gamma(3/4)]^{8/3}(2\lambda a)^{-1/3}(1-\lambda)^{4/3}. \tag{28}$$

При $\beta \ll \beta_*$ преобладает первое слагаемое, а при $\beta \gg \beta_*$ — второе. В последнем случае асимптотика $I(x)$ практически совпадает с решением при $\lambda = 1$, т. е. при $\beta \gg \beta_*$ роль гибели фотона в акте рассеяния мала по сравнению с гибелью в полете.

б) Случай малых β ($\beta \ll \beta_1$). В этом случае $x_\beta \gg x_\lambda$ и согласно (19) имеем $\alpha \gg 1$. Для $I(x)$ из (17) находим тогда

$$I(x) \sim \frac{1}{\sqrt{\pi}}\,\frac{1}{1-\lambda}\,\frac{1}{1-2a/\pi x_\lambda}\,e^{-|x|/x_\lambda}(1+|x|/x_\lambda), \tag{29}$$

что является решением уравнения (10) при $\beta = 0$, т. е. при $\beta \ll \beta_1$ роль гибели фотонов в полете несущественна. Для фактора β_{12} в этом случае имеем $\beta_{12} \sim \beta/\sqrt{8\pi(1-\lambda)}$.

В заключение этого раздела приведем решение при $S_0(x) = S_0\delta(x - x_0)$. Оно легко получается с помощью фундаментальной системы (15):

$$I(x, x_0) = \frac{S_0 \Gamma(a) e^{-(x+x_0)/2}}{\sqrt{\pi}(1-\lambda) B(a, 3/2) - 4\lambda a q^{3/4}} \cdot \begin{cases} y_1(x_0)\, y_2(x), & x < 0, \\ f(x_0, x), & 0 < x < x_0, \\ f(x, x_0), & x > x_0, \end{cases} \tag{30}$$

где

$$f(x_0, x) = \frac{\sqrt{\pi}(1-\lambda)\Gamma(a)}{4\lambda a q^{3/4}} y_1(x_0)[y_1(x) - y_1(0)\, y_2(x)] + y_1(x_0)\, y_2(x). \tag{31}$$

Решение $I(x, x_0)$, являющееся функцией Грина уравнения (10), позволяет найти интенсивность излучения при произвольном распределении по частоте первичных источников.

4. *Нестационарные решения.* Легко показать, что при не зависящих от времени параметрах λ, a и β преобразование Лапласа по времени нестационарного решения $I(t, x; \lambda, a, \beta)$ выражается через соответствующее стационарное решение $I(x; \lambda, a, \beta)$. Именно, при $S_0(t, x) = S_0(x)$ и начальном условии $I(0, x) = 0$

$$\overline{I}(p, x; \lambda, a, \beta) = \frac{1}{p} I(x; \lambda, a, \beta + p), \tag{32}$$

где p — параметр преобразования. В дальнейшем считаем $S_0(x) = S_0\delta(x)$ и ограничиваемся случаем $\max\{\beta, |p|\} \gg \beta_1$, что соответствует $\max\{\beta, 1/t\} \gg \beta_1$. Тогда для стационарного решения в правой части (32) можно воспользоваться формулой (26). Обращение выполняется с использованием интегрального представления для функции Макдональда (см. [7], стр. 354), входящей в (26). Результат получается в виде свертки, содержащей функцию

$$g(t) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} e^{-\beta t} \int_0^\infty e^{-ut/t_*} \frac{u^{3/4}}{(\sqrt{2} - u^{3/4})^2 + u^{3/2}} \cdot \frac{du}{u + \beta t_*} + \frac{1}{1 + (\beta t_*)^{-3/4}}, \tag{33}$$

а именно:

$$I(t, x) = C S_0 t^{3/4} \int_0^1 e^{-\beta t v - \eta/v} v^{-1/4} g(t(1-v))\, dv, \tag{34}$$

где обозначено

$$C = \frac{2^{1/4}\pi^{1/8}}{\Gamma(1/4)(\lambda a)^{1/4}}, \qquad \eta = \frac{\sqrt{\pi}\, x^4}{8\lambda a t}, \qquad t_* = 1/\beta_*, \tag{35}$$

причем β_* дается формулой (28). В табл. 1 приведена сводка вытекающих из (34) асимптотик интенсивности излучения по времени t.

Таблица 1

АСИМПТОТИКИ ПО t ИНТЕНСИВНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ $I(t, x)$

$t \ll t_* \ll 1/\beta$	$t_* \ll t \ll 1/\beta$	$\max\{t, t_*\} \gg 1/\beta$
$e^{-\beta t} I(t, x;\, 1, \lambda a, 0)$	$\frac{S_0}{\pi\sqrt{2\pi}} \frac{\Gamma(1/4)}{1-\lambda} e^{-\beta t}\, \Gamma(3/4, \eta)$	$\frac{1}{1+(\beta t_*)^{-3/4}} I(t, x;\, 1, \lambda a, \beta)$

В этой таблице $\Gamma(3/4, \eta)$ — неполная гамма-функция. Табл. 1 содержит решение

$$I(t, x;\, 1, \lambda a, \beta) = C t^{3/4} \int_0^1 e^{-\beta t v - \eta/v} v^{-1/4} dv, \tag{36}$$

которое получается из (34) при $t_* = \infty$ (т. е. при $\lambda = 1$). При $\beta = 0$ оно представляет собой интеграл от решения, найденного ранее Баско [6] в задаче о вспышке излучения в среде с $\lambda = 1$ и $\beta = 0$. Что касается асимптотик интенсивности излучения по частоте, то их характер определяется, как это видно из (34), величиной η. При $\eta \ll 1$ интенсивность излучения не зависит от частоты, а при $\eta \gg 1$ происходит быстрое ($\propto e^{-\eta}$) ее убывание с ростом частоты.

Перейдем теперь к определению интегральных характеристик R, S и β_{12}. Подстановка (34) в (7) дает

$$R = \frac{BS_0}{1+(\beta t_*)^{-3/4}} + \frac{\sqrt{2}}{\pi} BS_0 e^{-\beta t} \int_0^\infty \frac{e^{-ty/t_*} y^{3/4}}{(\sqrt{2} - y^{3/4})^2 + y^{3/2}} \cdot \frac{dy}{y + \beta t_*}, \tag{37}$$

а S можно найти приближенно из (23). В табл. 2 приведены асимптотики R, $N = S/S_0$ и $\beta_{12} = R/BS$, которые легко находятся из соответствующих асимптотик интенсивности излучения (см. табл. 1).

В табл. 2 $\gamma(3/4, \beta t)$ — неполная гамма-функция ($\gamma(3/4, 0) = 0$), а через $\beta_{12}(\infty)$ обозначен стационарный предел, даваемый формулой (27). Асимптотика среднего числа рассеяний $N(t)$ при $\lambda = 1$ и $\beta = 0$ была найдена ранее в другой нормировке в [9]. Она получается из второго столбца табл. 2 (случай $1 \ll t \ll t_* \ll 1/\beta$).

Как указывалось выше, решение (34) и вытекающие из него асимптотики справедливы при условии $\max\{\beta,\ 1/t\} \gg \beta_1$, где β_1 дается формулой (25). Если $\beta = 0$, то это соответствует

$$t \ll 1/\beta_1 \equiv t_\lambda. \tag{38}$$

Таблица 2

АСИМПТОТИКИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН

	$1 \ll t \ll t_* \ll 1/\beta$	$t_* \ll t \ll 1/\beta$	$\max\{t,\ t_*\} \gg 1/\beta$
R/BS_0	$e^{-\beta t}$	$\beta_{12}(t)/(1-\lambda)$	$[1 + (\beta t_*)^{-3/4}]^{-1}$
$N(t)$	$\lambda e^{-\beta t}/\beta_{12}(t)$	$1/(1-\lambda)$	$1 + \dfrac{1}{1 + (\beta t_*)^{-3/4}} \dfrac{\lambda}{\beta_{12}(\infty)} \dfrac{\gamma(3/4,\ \beta t)}{\Gamma(3/4)}$
$\beta_{12}(t)$	$c 2^{-1/4} \pi^{-5/8} \Gamma(1/4)(\lambda a)^{1/4} t^{-3/4}$		$\beta_{12}(\infty)$ $(\beta t \gg 1)$
	$c = 3/4$	$c = 1/\pi\sqrt{2}$	

Можно показать, что t_λ есть характерное время установления стационарного решения (при $\beta = 0$) во всей существенной части профиля, т. е. в области $\eta < 1$, где η определено согласно (35). Наряду с t_λ в задаче имеются еще характерные времена $t_* = 1/\beta_*$ и $1/\beta$. Согласно асимптотикам, приведенным выше в табл. 1 и 2, при $t \ll t_*$ малую роль играет гибель фотонов в процессе рассеяния, а при $t \ll 1/\beta$ несущественна роль гибели в полете.

В заключение раздела приведем еще решение для случая, когда фотоны рождаются на произвольном расстоянии $x_0 > 0$ от центра линии. Его можно найти из (32) с использованием (30). При этом поскольку мы считаем, что выполнено условие (38), то функции $y_1(x)$ и $y_2(x)$, входящие в (30), выражаются (так как $\alpha \sim -1/4$) через функции Бесселя мнимого аргумента $I_{\pm 3/4}(z/2)$ и $K_{3/4}(z/2)$. Обращение произведений этих функций, входящих в (32) через посредство (30), можно сделать, использовав их интегральные представления (см. [7], стр. 739). В результате интенсивность излучения выражается через свертки

$$G(t,\ x,\ x_0) = \int_0^t g(t') f_-(t - t',\ x,\ x_0)\, dt',$$

$$F(t,\ x,\ x_0) = \int_0^t [f_+(t',\ x,\ x_0) - f_-(t',\ x,\ x_0)]\, dt', \tag{39}$$

где

$$f_{\pm}(t, x, x_0) = \frac{1}{t}\exp\left[-\beta t - \frac{\sqrt{\pi}}{8\lambda a t}(x^4 + x_0^4)\right] \times$$
$$\times \left[I_{-3/4}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{4\lambda a t}x^2 x_0^2\right) \pm I_{3/4}\left(\frac{\sqrt{\pi}}{4\lambda a t}x^2 x_0^2\right)\right], \quad (40)$$

а функция $g(t)$ дана выше формулой (33). Итак,

$$I(t, x, x_0) = \frac{\sqrt{\pi}}{4\lambda a}|x x_0|^{3/2} \cdot \begin{cases} G(t, |x|, x_0), & x < 0 \\ G(t, x, x_0) + F(t, x, x_0), & x > 0. \end{cases} \quad (41)$$

Заметим, что $I(t, x, -x_0) = I(t, -x, x_0)$. При $x_0 = 0$ из (41) получаем (34). При $\beta = 0$ и $\lambda = 1$ ($t_* = \infty$) функция $g(t) = 1$, и из (39)—(41) имеем для интенсивности интеграл по t от решения, найденного ранее Баско [9] в задаче о вспышке излучения ($I(0, x, x_0) = \delta(x - x_0)$).

5. *Заключение.* Выше было найдено в диффузионном по частоте приближении решение задачи о переносе резонансного излучения в бесконечной однородной неконсервативной среде при наличии поглощения в континууме. Оно содержит в качестве частных случаев аналитические решения, полученные М. М. Баско [6, 9], а также численное решение в статическом пределе, найденное Н. Н. Чугаем [8].

Полученные в настоящей статье решения можно использовать при описании формирования профиля линии водорода L_α на ранних стадиях рекомбинации в расширяющейся Вселенной.

В заключение отметим, что использование диффузионного приближения должно давать решение, достаточно близкое к точному (получаемому при точном описании перераспределения по частоте) по крайней мере на временах $t \gg t_* = 1/\beta_*$ (см. формулу (28)). Дело в том, что на таких временах формируется обширное ($\eta \sim 1$) центральное плато профиля интенсивности излучения высотой $\sim 1/\sqrt{\pi}\,(1-\lambda)$ (см. средний столбец табл. 1). Плато такой высоты должно возникать и при точном описании перераспределения по частоте. При малых $1-\lambda$ это плато простирается достаточно далеко в область больших частот, где диффузионное приближение уже должно быть хорошим.

Благодарю Д. И. Нагирнера за полезные обсуждения.

Ленинградский государственный
университет

ON THE DIFFUSION OF RESONANCE RADIATION IN AN INFINITE MEDIUM WITH CONTINUUM ABSORPTION

S. I. GRACHEV

Resonance radiation transfer in infinite homogeneous nonconservative medium with continuum absorption is considered. Analytic solutions of the problem both stationary and time dependent are obtained using diffusion approximation in a frequency space. Line scattering is assumed to be coherent in the frame of atom with naturally broadened upper level. Distribution of primary sources is taken to be uniform. Explicit formulae are presented for intensity of radiation as well as for a mean number of photon scatterings and for a net radiative bracket. Asymptotic forms of these quantities are also found.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. В. Иванов*, Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М., 1969.
2. *М. М. Баско*, Препр. ИКИ АН СССР, № 410, 1978.
3. *Н. Н. Чугай*, Письма в Астрон. ж., 6, 166, 1980.
4. *D. G. Hummer*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 125, 21, 1962.
5. *J. P. Harrington*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 162, 43, 1973.
6. *М. М. Баско*, Ж. эксперим. и теор. физ., 75, 1278, 1978.
7. *И. С. Градштейн, И. М. Рыжик*, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Наука, М., 1971.
8. *Н. Н. Чугай*, Астрофизика, 26, 89, 1987.
9. *М. М. Баско*, Препр. ИТЭФ АН СССР, № 152, 1979.