# АСТРОФИЗИКА

**TOM 28** 

ФЕВРАЛЬ, 1988

ВЫПУСК 1

УДК: 524.52—327

## ВРАЩЕНИЕ ГАЗА НАД ГАЛАКТИЧЕСКИМ ДИСКОМ

В. В. ГВАРАМАДЗЕ, Дж. Г. ЛОМИНАДЗЕ Поступила 12 ноября 1986 Принята к печати 15 августа 1987

Галактический диск моделируется сплюснутым сферондом с плотностью, распределенной по софокусным ему сферондам. Найдено аналитическое выражение для угловой скорости газа вне диска. Параметры трехкомпонентной модели спиральной галактики (сплюснутый сферонд с центральной дыркой, балдж и массивная корона) подобраны так, чтобы получить в диске двугорбую кривую вращения (как в Галактике, М 31, М 81). Показано, что на высотах |z| < 2 кпк газ вращается так же, как и диск. Однако на больших высотах кривая вращения перестает быть двугорбой. Учет градиента давления газа слабо изменяет кривую вращения прямо над диском ( $r < r_{диск}$ ) и приводит к спаданию кривой вращения за краем диска ( $r > r_{suce}$ ).

1. Введение. Газ в диске Галактики вращается дифференциально и имеет двугорбую кривую вращения (см., например, [1]). Газ вне диска также участвует во вращении Галактики. Наблюдения линий излучения H I на 21 см на средних широтах ( $6^{\circ} \leq b \leq 20^{\circ}$ ) [2] показывают, что вплоть до высот  $|z| \simeq 1 \div 2$  кпк газ гало вращается так же, как и в дискс. Однако наблюдаемое движение высокоширотных ( $b > 20^{\circ}$ ) молекулярных облаков можно объяснить, если предположить, что скорость вращения газа гало убывает с удалением от плоскости диска [3]. Существуют также указания и на более сложные движения по сравнению с простым вращения, такие, как течения типа «галактического фонтана», меридиональная циркуляция, галактический ветер и аккреция из межгалактического пространства. Тем не менее, дифференциальное вращение можно считать преобладающей модой движения газа гало.

Сведения о распределении вращения важны для гидродинамики галактического газа. Например, наличие вертикального градиента утловой скорости означает, что давление газа не может быть функцией только одной плотности. Наклон между поверхностями постоянного давления и постоянной плотности приводит к бароклинной неустойчивости. Градиент угловой скорости может вызвать и другие гидродинамические неустойчивости, такие, как сдвиговая неустойчивость и неустойчивость Голдрейха — Шуберта [4, 5]. Неоднородность угловой скорости приводит также к усилению магнитного поля. Зная угловую скорость и градиент плотности газа в диске и гало можно найти среднюю спиральность турбулентности — важную для генерации магнитного поля характеристику турбулентного движения газа [6].

В данной работе изучается распределение вращения газа над галактическим дноком. Движение газа определяется суммарным полем тяготения компонентов, составляющих Галактику—балджа, диска с дыркой и массивной короны (см., например, [1]). Самогравитацией газа гало можно пренебречь. Степень влияния каждого компонента на движение газа зависит от того, на каком расстоянии от центра и от центральной плоскости Галактики находится рассматриваемый элемент газа. Массивная корона существенно влияет на вращение только на больших расстояниях от галактического центра, балдж — на малых. На малых расстояниях от центральной плоскости Галактики и вдали от внутреннего и внешнего радиусов диска движение газа над диском, в основном, определяется полем тяготения диска.

Мы будем, для простоты, считать, что диск имеет форму эллипсонда вращения, а плотность в нем распределена по софокусным ему эллипсоидам. Корону будем считать сферически симметричной. В разделе 2 найдем гравитационный потенциал диска. В разделе 3 будет приведено распределение угловой скорости над диоком. Для перехода к реальной кривой вращения в четвертом разделе будет введена центральная масса, массивная корона и учтен дефицит плотности в центральной области диска (дырка). Возможная роль градиента давления обсуждается в пятом разделе. В шестом даны краткие выводы.

2. Гравитационный потенциал диска. В этом разделе мы получим гравитационный потенциал эллипсоида вращения, плотность которого распределена по софокусным ему эллипсоидам. Гравитационный потенциал тела произвольной формы равен

$$\Phi(\vec{r}) = -G \int \frac{dM}{R} = -G \int \frac{\rho(r') d^3 r'}{|\vec{r} - \vec{r'}|},$$
(1)

где интегрирование идет по всему объему тела. Если тело обладает (точно или приближенно) какой-либо симметрией, то наиболее эффективным методом, пригодным для нахождения потенциала, является разложение в ряд по ортотональным функциям. Конкретный выбор ортогональной системы функций зависит от вида симметрии.

Будем считать, что ввездный диск Галактики имеет вид сплюснутого эллипсоида вращения (сфероида). Сечение диска, перпендикулярное плоскости вращения, имеет вид эллипса. Тогда естественно все вычисления проводить в системе сплюснутых сфероидальных координат:

$$\begin{cases} x = c \left[ \left( \xi^{2} + 1 \right) \left( 1 - \eta^{2} \right) \right]^{1/2} \cos \varphi, \\ y = c \left[ \left( \xi^{2} + 1 \right) \left( 1 - \eta^{2} \right) \right]^{1/2} \sin \varphi, \\ z = c \xi \eta, \end{cases}$$
(2)

$$0 \leqslant \xi \leqslant \infty$$
,  $-1 \leqslant \eta \leqslant 1$ ,  $0 \leqslant \varphi \leqslant 2\pi$ .

Параметры Ламе в этой системе координат имеют вид:

$$h_{\xi} = c \left[ \frac{\xi^{2} + \eta^{2}}{\xi^{2} + 1} \right]^{1/2}, \quad h_{\eta} = c \left[ \frac{\xi^{2} + \eta^{2}}{1 - \eta^{2}} \right]^{1/2}, \quad h_{\varphi} = c \left[ (\xi^{2} + 1) (1 - \eta^{2}) \right]^{1/2},$$

а влемент объема выражается через сплюснутые сфероидальные координаты следующим образом:

$$d^{3}r = c^{3} \left(\xi^{2} + \eta^{2}\right) d\xi d\eta d\varphi, \qquad (3)$$

где  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$  — полурасстояние между фокусами сфероида, *а* и *b* соответственно большая и малая полуоси сфероида. Граница сфероида задается соотношением:  $\xi = \xi_0 = b/c$ .

В сплюснутых сферондальных координатах можно разложить  $R^{-1}$  в ряд по присоединенным функциям Лежандра [7, 8]

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{c} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \sum_{m=0}^{n} \varepsilon_{m} i^{m+1} \left| \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \right|^{2} \cos\left[m\left(\varphi-\varphi'\right)\right] \times \\ \times P_{n}^{m}\left(\eta'\right) P_{n}^{m}\left(\eta\right) \left| \frac{P_{n}^{m}\left(i\xi'\right) Q_{n}^{m}\left(i\xi\right)}{P_{n}^{m}\left(i\xi\right) Q_{n}^{m}\left(i\xi\right)}, \quad \xi > \xi', \\ P_{n}^{m}\left(i\xi\right) Q_{n}^{m}\left(i\xi'\right), \quad \xi' > \xi, \end{cases}$$
(4)

где

 $| \varepsilon_m = 1$ , при m = 0,  $| \varepsilon_m = 2$ , при m > 0,

*P*<sup>m</sup> и *Q*<sup>m</sup> — присоединенные функции Лежандра первого и второго родов соответственно.

Подставляя разложение (4) для случая  $\xi > \xi_0 \geqslant \xi'$  (т. е. вне диска) в общую формулу (1) и учитывая (3), получаем представление гравитационного потенциала эллипсоида в сплюснутых сфероидальных координатах

$$\Phi(\xi, \eta, \varphi) = -Gc^2 \int \rho(\xi', \eta', \varphi') \left(\xi'^2 + \eta'^2\right) \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \sum_{m=0}^{n} e_m i^{m+1} \times$$

$$\times \left[\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\right]^2 \cos[m(\varphi-\varphi')] P_n^m(\eta') P_n^m(i\xi') P_n^m(\eta) Q_n^m(i\xi)] d\xi' d\eta' d\varphi'.$$

Интегрирование по  $\xi'$  проводится от 0 до  $\xi_0$ , по  $\eta'$  от -1 до +1, по  $\varphi'$  от 0 до  $2\pi$ .

Предположим, что плотность от  $\varphi$  не зависит (аксиальная симметрия), тогда все интегралы с m > 0 равны нулю. Выражение для гравитационного потенциала упрощается.

$$\Phi(\xi, \eta) = -Gc^2 \int \rho(\xi', \eta')(\xi'^2 + \eta'^2) \left[ i \sum_{n=0}^{m} (2n+1) P_n(\eta') P_n(\eta) \times P_n(i\xi') Q_n(i\xi) \right] d\xi' d\eta' d\varphi'.$$

Рассмотрим члены этого ряда

$$\Phi(\xi, \eta) = \Phi_0(\xi, \eta) + \Phi_1(\xi, \eta) + \Phi_2(\xi, \eta) + \dots, \quad (5)$$

где  $\Phi_0$ ,  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и т. д., определяются следующим образом:

$$\begin{cases} \Phi_{0}(\xi, \eta) = -c^{2}GI_{0} \operatorname{arctg}(1/\xi), \\ I_{0} = 2\pi \int_{0}^{\xi} \int_{-1}^{1} \rho(\xi', \eta')(\xi'^{2} + \eta'^{2}) P_{0}(\eta') P_{0}(i\xi') d\xi' d\eta'; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi_{1}(\xi, \eta) = -3c^{2}GI_{1}\eta[\xi \operatorname{arctg}(1/\xi) - 1], \\ I_{1} = 2\pi i \int_{0}^{\xi_{0}} \int_{-1}^{1} \rho(\xi', \eta')(\xi'^{2} + \eta'^{2}) P_{1}(\eta') P_{1}(i\xi') d\xi' d\eta'; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi_{2}(\xi, \eta) = \frac{5}{4}c^{2}GI_{2}(3\eta^{2} - 1)[(1 + 3\xi^{2}) \operatorname{arctg}(1/\xi) - 3\xi], \\ I_{2} = 2\pi \int_{0}^{\xi_{0}} \int_{-1}^{1} \rho(\xi', \eta')(\xi'^{2} + \eta'^{2}) P_{2}(\eta') P_{2}(i\xi') d\xi' d\eta'. \end{cases}$$

$$(7)$$

Константы  $I_0$ ,  $I_1$ ,  $I_2$  и т. д. легко определить, задавшись конкретным видом функции плотности. При  $\rho = \rho$  (\$), т. е. когда плотность распределена по софокусным сфероидам (а также в частном случае  $\rho = \text{const}$ ), равны нулю все константы, кроме  $I_0$  и  $I_2$ . В этом легко убедиться, представив  $\xi^2 + \eta^2$  в следующем виде:

$$\xi^{2} + \eta^{2} \equiv P_{0}(\eta) \left(\xi^{1} + \frac{1}{3}\right) + \frac{2}{3} P_{2}(\eta)$$

102

и воспользовавшись при интегрировании по η свойством ортогональности функций Лежандра

$$\int_{-1}^{1} P_n(\eta) P_m(\eta) d\eta = \delta_{nm} \frac{2}{2n+1}$$

В известном (см., например, [9]) частном случае ρ = const константы *I*<sub>0</sub> и *I*<sub>2</sub> имеют следующий вид:

$$I_{0} = \frac{4\pi}{3} \rho \xi_{0} \left(1 + \xi_{0}^{2}\right) = \frac{1}{c^{3}} \rho V = \frac{M}{c^{3}}, \qquad (8)$$
$$I_{2} = -\frac{1}{5} I_{0}. \qquad (9)$$

.В (8)  $V = \frac{4\pi}{3} a^2 b$  — объем сфероида, а M — его масса.

После подстановки (б), (7) и (9) в (5) получаем

Кплюснутые сфероидальные координаты ξ и η связаны с цилиндрическими координатами г и z соотношениями

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{2}c} [x + \rho]^{1/2}, \quad \eta = \frac{1}{\sqrt{2}c} [x - \rho]^{1/2},$$
$$x = [\rho^2 + 4z^2c^2]^{1/2}, \quad \rho = z^2 + r^2 - c^2.$$

Формула (10), после некоторых преобразований, совпадает с известным выражением для гравитационного потенциала однородного сфероида [9]. Но, оказывается, это выражение не изменяется и в более общем случае  $\rho = \rho$  (1), поскольку остается верным соотношение (9) между константами  $I_0$  и  $I_2$ . Таким образом, гравитационный потенциал вне неоднородного бллипсоида вращения, плотность которого распределена по софокусным ему эллипсоидам, совпадает с гравитационным потенциалом однородного вллипсоида.вращения той же массы. Совершенно аналогично, гравитационный потенциал вне сферически симметричного распределения массы не зависит от конкретного распределения плотности.

Отметим, что гравитационный потенциал эллипсоида вращения для частного случая распределения плотности по софокусным эллипсоидам был

103

получен в работе [10]. Однако в этой работе не указывается на совпадение полученного потенциала с потенциалом однородного эллипсоида.

Используя связь между с и η (см. (2)), можно переписать (10) в следующем виде:

$$\Phi(r, z) = -\frac{3}{4} \frac{GM}{c^3} \left\{ [2(c^2 + z^2) - r^2] \arctan(1/\xi) - \frac{3z^2}{\xi} + c^2 \xi \right\}.$$

Из втого выражения можно легко найти силовую функцию  $K_r = -\frac{\partial \Phi}{\partial r}$ 

3. Распределение угловой скорости. Пренебретая самогравитацией газа вне диска можно считать, что движение газа определяется полем тяготения: диска. В этом и следующем параграфе мы будем считать, что радиальная составляющая силы тяготения диска уравновешивается центробежной силой,

$$\Omega^2 r = K_r, \tag{11}$$

где Ω — угловая скорость вращения газа (возможная роль радиального градиента давления обсуждается в разделе 5). Из (11) находим угловую скорость и соответствующую ей линейную скорость



$$\Omega = \left[\frac{1}{r}K_r\right]^{1/2}, \quad v = [rK_r]^{1/2}.$$

Рис. 1. Зависимость угловой скорости от радиуса при: разных 2.

На рис. 1 и 2 приведены зависимости угловой и линейной скоростей: от радиуса при разных г. Для определенности взят диск со следующими.

120

большой и малой полуосями: a = 12.5 кпк и b = 0.5 кпк. Из рис. 2 видно, что максимум линейной скорости вблизи плоскости диска приходится на край диска, а с удалением от нее смещается в сторону больших r. То, что максимум линейной скорости находится на краю диска, связано с тем, что плотность в диске распределена по софокусным сфероидам, т. е. является функцией только 5. Если учесть зависимость плотности от координаты  $\eta$ , то максимум можно сместить ближе к оси вращения. В Галактике он расположен около  $r \simeq 9$  кпк. В данной работе мы не собираемся воспроизводить отдельные свойства конкретных систем, например, Галактики. Наша основная цель — качественное исследование вращения газа гало.



Рыс. 2. Завысимость линейной скорости от радиуса при разных 2.

На рис. З показана зависимость угловой скорости от расстояния доплоскости диска для разных r.

4. Более реалистическая модель. В реальных спиральных галактиках, кроме диска, имеются и другие компоненты. Мы ограничимся трехкомпонентной моделью спиральных галактик и будем считать, что они состоят из балджа, диска и массивной короны (см., например, [1]):

Из наблюдений известно, что кривые вращения Галактики, М31 и М81 имеют глубокие минимумы на расстояний  $r \simeq 1 \div 4$  кпк от центра. Наблюдаемый минимум можно объяснить, если звездный диск имеет дефицит плотности (дырку) в центральной области [11]. Рассмотрим для определенности Галактику. Дырка в диске Галактики имеет радиус  $r \sim 3$ кпк. Для простоты будем считать, что дырка и балдж, так же, как и диск, имеют сфероидальную форму. Параметры балджа, диска и дырки приведены в табл. 1.

Массивную корону будем считать сферически симметричной. Плотность в ней распределена по следующему закону [12]:

$$\rho(R) = \frac{\rho_c}{1 + (R/R_c)^2},$$
 (12)

где  $R^2 = r^2 + z^2$ ,  $\rho_c = 2.15 \cdot 10^{-2} M_{\odot}$  пк<sup>-3</sup>,  $R_c = 15.4$  кпк. Гравитационный потенциал внутри сферически симметричного распределения массы (12) определяется выражением

$$\Phi_{\text{ropose}}\left(R\right) = -4\pi G \rho_{e} R_{e}^{2} \left(1 - \frac{R_{e}}{R} \arctan \frac{R}{R_{e}} - \frac{1}{2} \ln \frac{R^{2} + R_{e}^{2}}{R_{0}^{2} + R_{e}^{2}}\right),$$

тде Ro — раднус области, занятой массой.



Z (xnx)

Рис. 3. Зависимость угловой скорости от расстояния до плоскости диска при разных г.

NRC 1	Большая полуось, а (впв)	Малая полуось, b (кпк)	Macca, M (10 <sup>10</sup> · ⊙)
Балдж	1	0.6	1.2
Днск	12.5	0.5	7.0
Дырка	3	0.5	-0.4

Из линейности уравнения Пуассона по Ф и р следует, что гравитационные потенциалы компонентов, составляющих Галактику, складываются. Учет дырки равносилен введению компонента с отрицательной массой. Суммарная линейная скорость вращения газа гало равна

$$v^2 = v_{\text{farget}}^2 + v_{\text{gample}}^2 - v_{\text{gample}}^2 + v_{\text{kopole}}^2, \qquad (13)$$

Таблица 1

#### вращение газа над галактическим диском

где  $v_{\text{балдж}}$ ,  $v_{\text{дмрка}}$ ,  $v_{\text{дмрка}}$  и  $v_{\text{корона}}$ — линейные скорости вращения балджа, диска, дырки и короны, соответственно. На рис. 4 приведены кривые вращения для разных z. Мы подобрали массы компонентов так, чтобы кривая вращения над диском на высоте |z| = 0.6 кпк была подобна кривой вращения в диске (см., однако, раздел 3). Кривая вращения сохраняет двугорбую форму до высот |z| < 2 кпк. Для больших высот кривая вра-



Рис. 4. Кривая вращения на разных расстояниях от плоскости Галактики.

:щения становится одногорбой. Это свойство является общим свойством вращения над дисковыми системами с дырками. На рис. 5 приведена зависимость угловой скорости от расстояния до галактической плоскости для различных г.



Рис. 5. Зависимость угловой скорости от расстояния до плоскости Галактики при разных г.

5. Учет давления. При построении кривых вращения спиральных галактик в плоскости их вращения (z = 0) влиянием градиента давления пренебрегают и предполагают, что радиальная составляющая силы тятотения уравновешивается центробежной силой (см., например, [1]). Это можно сделать потому, что среднеквадратичная скорость газа ( $v_t \sim 10$  км/с) мала по сравнению со скоростью вращения ( $v \sim 200$  км/с). Сравним два члена,  $\Omega^2 r$  и  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}$ . Считая, что  $P \sim \rho v_t^2$  и заменяя  $\frac{\partial P}{\partial r}$  на  $\frac{P}{r}$ , получаем следующую оценку:

$$\frac{1}{p}\frac{\partial P}{\partial r}\sim \frac{\boldsymbol{v}_t^2}{r}\ll \frac{\boldsymbol{v}^2}{r}=\Omega^2 r.$$

В гало ситуация иная. Температура газа гало примерно на два порядка выше, чем в диске,  $T_{rano} \simeq 5 \cdot 10^5$  К. Следовательно, выше и среднеквадратичная скорость газа в гало ( $v_r \simeq 100$  км/с). В этом случаечлены  $\Omega^2 r$  и  $\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}$  сравнимы.

Таким образом, в гало равновесие газа в радиальном направлении. описывается следующим уравнением:

$$\Omega^{a}r = K_{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}, \qquad (14)$$

оно отличается от (11) добавлением градиента давления. Будем считать,. что давление газа в гало имеет тепловую природу, а среднеквадратичная турбулентная скорость газа совпадает с тепловой скоростью

$$P \simeq \frac{1}{3} \rho v_t^2; \quad v_t = \sqrt{\frac{3kT}{m}}.$$

Для изотермического газа

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{3} v_t^g \frac{\partial \rho}{\partial r}.$$
 (15)-

Заметим, что в равенстве (15) давление является функцией только одной. плотности, но это, строго говоря, возможно только если угловая скорость не зависит от *z*. Однако, в первом приближении, до тех пор, пока мы не будем рассматривать бароклинную неустойчивость в полученном поле скоростей, газ можно очитать баротропным.

Рассмотрим два модельных распределения плотности газа в гало:

а) Плотность зависит только от z. Тотда радиальный градиент давле-ния равен нулю и давление не изменяет кривую вращения.

б) Плотность газа в гало уменьшается экспоненциально с ростом.  $r, \rho(r) \sim \exp(-r/r_0)$ . Из (15) получаем

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{P}{3r_0}v_t^2.$$

Тогда из уравнения (14) получаем для линейной скорости выражение:

$$\boldsymbol{v} = \left(\tilde{\boldsymbol{v}^2} - \frac{r}{3r_0}\boldsymbol{v}_t^2\right)^{1/2},$$

где  $v = \Omega r$ , а  $v^2$  определяется равенством (13). Модифицированные кривые вращения для разных z приведены на рис. 6, тде положено  $r_0 = 10$  кпк.



T(KIIK)

Рис. 6. Модифицированная кривая вращения на разных расстояниях от плоскости Галактики. Для сравнения пунктиром приведена кривая вращения (|z| = 0.6 кпк), полученная без учота граднента давления.

Таким образом, благодаря градиенту давления, кривая вращения гало может быть спадающей на больших радиусах даже в присутствии массивной короны, когда кривая вращения диска плоская.

6. Выводы. Гравитационный потенциал вне неоднородного эллипсоида вращения, плотность которого распределена по софокусным ему эллипсоидам, совпадает с гравитационным потенциалом однородного эллипсоида вращения той же массы.

Газ гало вращается дифференциально. Вблизи от диска ( $|z| \leq 2$  кпк) он сохраняет двугорбую кривую вращения, подобную кривой вращения в плоскости Галактики (z = 0). С удалением от плоскости диска кривая вращения становится одногорбой (т. к. влияние дырки становится несущественным), а максимум кривой вращения смещается в сторону больших r.

Учет граднента давления слабо меняет кривую вращения над диском  $(r < r_{\rm двск})$  и приводит к спаданию кривой вращения за краем диска  $(r > r_{\rm двск})$ , даже в присутствия массивной короны.

В заключение авторы выражают благодарность А. А. Рузмайкину и А. М. Шукурову за многочисленные полезные обсуждения, М. Г. Абрамяну и А. М. Фридману за интерес к работе, а также В. Л. Поляченко, обратившему наше внимание на работу [10].

Абастуманская астрофизическая обсерватория . АН ГССР

## GAS ROTATION ABOVE THE GALACTIC DISK

#### V. V. GVARAMADZE, J. G. LOMINADZE

The galactic disk is modelled by on oblate spheroid with cofocal isodensity surfaces. Explicit analytical expression is found for angular velocity of the gas outside the disk. Parameters of a three-component mass model of a spiral galaxy (oblate spheroidal disk with a central hole, bulge and massive corona) are adjusted as to give in a disk a double-peaked rotation curve (as in the Galaxy, M 31 and M 81). It has been shown that the gas corotates with the disk at moderate heights  $z | \leq 2$  kpc. However, farther above the disk the double-peaked form is washed out. Gas pressure gradient in the halo only weakly changes the rotation curve just above the disk  $(r < r_{disk})$  and makes the rotation. curve decline beyond the disk edge  $(r > r_{disk})$ .

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. K. Rolfs. J. Kreitschmann, Astrophys. and Space Sci., 79, 289, 1981.
- 2. M. Kepner, Astron. and Astrophys., 5, 444, 1970.
- 3. K. S. de Boer, B. D. Savage, Astrophys. J., 265, 210, 1983.
- 4. P. Goldreich, G. Schubert, Astrophys. J., 150, 571, 1967.
- 5. Т. В. Рувмайкина, В. С. Сафронов, Астрон. ж., 53, 860, 1976.
- 6. Ya. B. Zeldovich, A. A. Ruzmaikin, D. D. Sokoloff, Magnetic Fields in Astrophysics, New-York, 1983.
- 7. Е. В. Гобсон, Теория сферических и вальшосондальных функций, М., 1952.
- 8. Ф. М. Морс, Г. Фешбах, Методы теоретической физики, т. II, М., 1960.
- 9. С. Чандрасскар, Эллипсондальные фигуры равновесия, М., 1973.
- 10. L. Perek, Bull. Astron. Inst. Czech., 9, 212, 1958.
- I. Einasto, P. Tenjes, A. V. Barabanov. A. V. Zasov, Astrophys. and Space Sci., 67, 31, 1980.
- J. P. Ostriker, J. A. Caldwell, ed. W. B. Burton. The Large-Scale Characteristics of the Galaxy, IAU Symp., 84, 441, 1979.