

УДК: 524.354.6—78+533.95:537.84

МАГНИТОГИДРОДИНАМИКА ПЛАЗМЫ В КОРЕ  
НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

Д. М. СЕДРАКЯН, А. К. АВЕТИСЯН

Поступила 9 июня 1986

Принята к печати 25 февраля 1987

В предположении, что ионы составляют бoльцмановскую жидкость, а электроны — релятивистский вырожденный газ, показано, что плазма в коре нейтронной звезды лоренцовская. Приведен конкретный вид уравнений магнитной гидродинамики (МГД) и рассмотрены условия их применимости к такой плазме. Вычислены кинетические коэффициенты плазмы и показано, что при  $Z > 27$  они зависят, в основном, от ее плотности. Показано также, что при  $\rho \geq 3 \cdot 10^8$  г/см<sup>3</sup> магнитное поле  $B \lesssim 10^{12}$  Гс не влияет на кинетические коэффициенты. Приведены численные значения этих коэффициентов при плотностях  $3 \cdot 10^8$  г/см<sup>3</sup>  $< \rho < 2 \cdot 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>.

1. Введение. Изучение магнитогидродинамических свойств плазмы коры нейтронной звезды представляет интерес в связи с двумя обстоятельствами. Во-первых, свойства «Ае» и «Апс» плазм определяют как характер и ход различных кинетических явлений, так и судьбу генерируемых в ней различных волн — их распространение и поглощение, а также возможность их трансформации. Во-вторых, записанные для этой плазмы уравнения МГД будут основой также для изучения возможности образования и свойств предполагаемых стационарных магнитосфер с плотностью вещества  $\rho \sim 10^6$  г/см<sup>3</sup> вокруг вращающихся намагниченных нейтронных звезд [1].

Уравнения МГД для «пре»-фазы нейтронной звезды получены в [2], где, в частности, вычислены также коэффициенты электропроводности, теплопроводности и вязкости плазмы как в присутствии магнитного поля, так и без него. Сравнительно много работ посвящено вычислению входящих в МГД-уравнения кинетических коэффициентов для вырожденных слоев оболочек нейтронных звезд и вырожденных ядер белых карликов [3—14]. В частности, в ряде работ [15—17] вычислены электропроводность и теплопроводность для вещества с плотностью  $\rho \lesssim 10^{11}$  г/см<sup>3</sup> в широком диапазоне температур  $10^4$  К  $< T < 10^9$  К, где ионный компонент рассматривался как в кристаллическом, так и в газовом состояниях. Наличие

столь многих работ связано с различными способами устранения логарифмической («кулоновской») расходимости в интеграле столкновения и выбора альтернативной модели ионного компонента «Ае» и «Ае» плазм [3], а также с устранением неточностей в некоторых работах. Так, в работе [4] эта расходимость была устранена с учетом ион-ионных корреляций, а в других — путем учета экранирования ионного потенциала.

В настоящей работе рассмотрены условия применимости уравнений МГД к плазме коры нейтронной звезды во всем интервале плотностей  $10^6 \text{ г/см}^3 < \rho < 2 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ . Найдены аналитические выражения и вычислены входящие в МГД-уравнения кинетические коэффициенты этой плазмы. При этом предполагается, что ионный компонент плазмы можно рассматривать в некристаллическом состоянии и взаимодействие между ионами учесть лишь благодаря ион-ионным корреляциям, согласно работе [4]. В частности, при вычислении коэффициентов электропроводности и теплопроводности исправлена имеющаяся в [4] ошибка. Для рассматриваемой плазмы впервые вычислен коэффициент вязкости. Рассмотрен также вопрос о возможном влиянии магнитного поля нейтронной звезды на выражения кинетических коэффициентов вырожденной «Ае» и «Ае» плазм.

**2. Система МГД-уравнений.** Известно, что квазинейтральная плазма в «Ае» и «Ае» фазах состоит из ядер с определенными  $A$  и  $Z$ , которые находятся из условия минимальности энергии, приходящей на один нуклон [18, 19]. Так как нейтроны в «Ае»-фазе сверхтекучие, их характерные физические параметры не могут войти в МГД-уравнения нормальной плазмы. Из-за слабого же взаимодействия между электронами и сверхтекучими нейтронами последние не дадут вклада в кинетические коэффициенты. Действительно, взаимодействие электронов с нейтронами происходит благодаря рассеянию на магнитном моменте нормальных нейтронов, которые находятся лишь в стволах нейтронных вихрей, количество которых ничтожно мало [20]. Таким образом, во всем рассматриваемом диапазоне плотностей плазмы, заряженный компонент коры нейтронной звезды вполне оправданно можно представить как полностью ионизованную плазму, состоящую из релятивистского сильно вырожденного газа электронов и бoльцмановского газа коррелированных голых атомных ядер, (ионов). Конечно, надо иметь в виду также альтернативную возможность образования кристаллической структуры в «Ае»-фазе плазмы (см. библиографию в работе [3], а также [15—17]). Однако, если принять температуру внутри нейтронной звезды  $T \sim 10^9$ , то для ионов условие «бoльцмановского газа»  $\Gamma = [(Ze)^2/k_B T] (4\pi l_p/3)^{1/3} < 10^3$  будет хорошо выполняться вплоть до самой границы образования «Ае»-фазы с плотностью вещества  $\rho \lesssim 10^{11} \text{ г/см}^3$ . Что же касается самой «Ае»-фазы, то в этой области уже вступают в

игру квантовомеханические явления (например, явление «холодного плавления» [3]), исключаящие, по-видимому, возможность образования кристаллической структуры. Эти рассуждения носят чисто качественный характер, а вопрос, является ли вещество в «Апе»-фазе кристаллическим или газообразным, остается открытым.

Исходя из сказанного, запишем МГД-уравнения в одножидкостном приближении для электрон-ионной нормальной плазмы. Введем плотность материи этой плазмы, следуя [2],

$$\rho = Am_p n_i + \int n_{\vec{k}} m_{\vec{k}}^* \frac{d^3 K}{h^3} \approx Am_p n_i + \frac{3}{4} m_e^* n_e, \quad (1)$$

где

$$m_{\vec{k}}^* = m_{0e} \left( 1 - \frac{v_{\vec{k}}^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{m_{0e}^2 + \frac{K^2}{c^2}}$$

— эффективная динамическая масса электрона с импульсом  $\vec{K}$ , а  $m_e^*$  — ее значение на поверхности Ферми (т. е. при  $K = K_F$ ),  $m_p$  — масса протона,  $n_i$ ,  $n_e$  — плотности ионов и электронов,  $n_{\vec{k}}$  — равновесное распределение Ферми электронов.

Скорость центра масс плазмы равна:

$$\vec{V} = \left( \rho + \frac{P}{c^2} \right)^{-1} \left[ Am_p n_i \vec{V}_i + \int n_{\vec{k}} m_{\vec{k}}^* \vec{V}_{\vec{k}} \frac{d^3 K}{h^3} \right], \quad (2)$$

где давление плазмы — сумма ионного и электронного давлений:

$$P = P_i + P_e \approx P_i + \frac{1}{3} \int n_{\vec{k}} m_{\vec{k}}^* (\vec{V}_{\vec{k}} - \vec{V})^2 \frac{d^3 K}{h^3}. \quad (3)$$

Имея в виду выражения (1)—(3), уравнение неразрывности для плотности плазмы запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0, \quad (4)$$

которое, фактически, выражает закон сохранения числа частиц — электронов и ионов.

Уравнение движения проводящей и вязкой плазмы во внешнем магнитном поле, согласно [2], имеет вид

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\Pi_{ij} + M_{ij}) = 0 \quad (5)$$

и выражает закон сохранения плотности импульса плазмы  $\pi = (\rho + P/c^2) \vec{V}$ . Здесь

$$M_{ij} = \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{1}{2} \delta_{ij} B^2 - B_i B_j \right]$$

— максвелловский тензор напряжений, а

$$\begin{aligned} \Pi_{ij} = & \left( \rho + \frac{P}{c^2} \right) V_i V_j + \delta_{ij} P - \eta \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) + \\ & + \left( \frac{2\eta}{3} - \zeta \right) \delta_{ij} \operatorname{div} \vec{V} \end{aligned} \quad (6)$$

— тензор плотности потока импульса, где  $\eta$ ,  $\zeta$  — коэффициенты первой и второй вязкости соответственно.

С учетом (4) уравнение (5) приводится к «релятивистскому уравнению Навье-Стокса»

$$\begin{aligned} \left( \rho + \frac{P}{c^2} \right) \frac{d\vec{V}}{dt} = & - \operatorname{grad} P + \eta \nabla^2 \vec{V} + \\ & + \left( \frac{\eta}{3} + \zeta \right) \operatorname{grad} (\operatorname{div} \vec{V}) + \frac{1}{c} [\vec{J} \cdot \vec{B}], \end{aligned} \quad (7)$$

которое от нерелятивистского уравнения (см. [21]) отличается лишь заменой  $\rho \rightarrow \rho + P/c^2$ , а под  $\vec{V}$  имеется в виду выражение (2).

Диссипативные процессы в вязкой проводящей плазме следует учесть с помощью уравнения роста плотности энтропии [2]:

$$\begin{aligned} \left( \rho + \frac{P}{c^2} \right) T \cdot \left[ \frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) S \right] = & \frac{j^2}{\sigma} + \kappa \Delta T + \\ & + \left\{ \eta \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \operatorname{div} \vec{V} \right) + \zeta \delta_{ij} \operatorname{div} \vec{V} \right\} \frac{\partial V_i}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (8)$$

Первый член в правой части (8) учитывает диссипацию, обусловленную джоулевым теплом ( $\sigma$  — коэффициент электропроводности), второй — теплопроводностью ( $\kappa$  — коэффициент теплопроводности), а третий — вязкостью.

К системе уравнений (6)—(8) следует присоединить уравнение состояния плазмы

$$P = P(\rho, T), \quad (9)$$

а также уравнения Максвелла и закон Ома. В нашем случае обобщенный закон Ома имеет вид:

$$\vec{j} = \sigma \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{V} \cdot \vec{B}] + \frac{1}{en} \nabla \cdot P_e - \frac{1}{ecn} [\vec{j} \cdot \vec{B}] \right\}. \quad (10)$$

Оценки показывают, что для рассматриваемой плазмы последние два члена в (10) малы по сравнению с первыми двумя, так что закон Ома примет вид:

$$\vec{j} = \sigma \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{V} \cdot \vec{B}] \right\}. \quad (11)$$

Перейдя к уравнениям Максвелла, заметим, что, поскольку

$$\left| \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right| \Big|_{|\text{rot } \vec{B}|} \sim \frac{1}{\sigma} \sim \frac{V^2}{c^2},$$

а согласно уравнению (2)  $V_{\max} \lesssim 10^9$  см/с, то, во всем интервале плотностей плазмы, током смещения, а следовательно и членом  $\partial \rho_e / \partial t$ , в уравнениях Максвелла можно пренебречь. Это вытекает также из условия квазинейтральности плазмы

$$Zn_i = n_e, \quad (12)$$

согласно которому некомпенсированный объемный заряд исчезающе мал:  $\rho_e = e(Zn_i - n_e) \ll en_e$ . В указанном приближении уравнения Максвелла примут вид:

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \\ \text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \text{div } \vec{B} = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Уравнения (4), (7)—(9), (11), (13) составляют систему замкнутых уравнений МГД.

3. *Кинетические коэффициенты.* Для практического применения уравнений МГД в физических и астрофизических задачах необходимо получить выражения кинетических коэффициентов в зависимости от плотности и температуры плазмы. В «Ае» и «Апе» фазах главную роль в процессах переноса играют релятивистские электроны, так как их длина свободного

пробега намного больше, чем у ионов. Для нахождения электронного вклада в кинетические коэффициенты плазмы необходимо, в общем случае, учесть как электрон-ионные («ei»), так и электрон-электронные («ee») столкновения. На основании условия (12)  $v_{ei}/v_{ee} \sim Z$ , а также учитывая, что для плазмы с  $\rho \geq 10^8$  г/см<sup>3</sup> заряд ионов  $Z \geq 27$  (см. табл. 1), «ee»-столкновениями с достаточной точностью можно пренебречь по сравнению с «ei» (такая плазма называется лоренцовой).

а) Коэффициент электропроводности определяется из выражения плотности электрического тока [22],

$$\vec{J} = -e^2 \int \{(\vec{E} \cdot \vec{l}) \vec{V}\} \frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{2d^3K}{h^3}, \quad (14)$$

на основании соотношения  $J_\alpha = \sigma_{\alpha\beta} E_\beta$ :

$$\sigma_{\alpha\beta} = -e^2 \int V_\alpha l_\beta \frac{\partial n_0}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{2d^3K}{h^3}. \quad (15)$$

Здесь  $\vec{V} = \partial \varepsilon / \partial \vec{K}$ ,  $n_0(\varepsilon)$  — равновесная функция распределения сильно вырожденного электронного газа, а неизвестный вектор  $\vec{l} = \vec{l}(\vec{K})$  определяется из уравнения

$$I\{\vec{l}(\vec{K})\} = -\vec{V}, \quad (16)$$

где  $I$  — интеграл упругих столкновений линеаризованного кинетического уравнения электрон-ионной плазмы во внешнем однородном и постоянном электрическом поле  $\vec{E}$ . Для случая сильного вырождения решение уравнения (16) имеет вид:

$$\begin{cases} l_\beta = V_\beta \cdot \tau_{\text{тп}}, \\ \tau_{\text{тп}}^{-1} = \left\{ \int W(\varepsilon, \varepsilon', \vartheta) (1 - \cos \vartheta) \frac{2d^3K'}{h^3} \right\}_{\varepsilon=\varepsilon_F}. \end{cases} \quad (17)$$

Здесь  $\tau_{\text{тп}}$  — время релаксации (транспортное время упругого электрон-ионного рассеяния), а  $W(\varepsilon, \varepsilon', \vartheta)$  — релятивистское выражение вероятности рассеяния электронов на ионах с учетом ион-ионных корреляций [4]. В частности, для изотропной модели  $\sigma_{\alpha\beta} = \sigma \cdot \delta_{\alpha\beta}$ , из формул (15) и (17) получается известное выражение [2] для коэффициента электропроводности плазмы:

$$\sigma = \frac{e^2 c^2 n_e}{\varepsilon_F} \cdot \tau_{\text{тп}}. \quad (18)$$

Таблица 1

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ „Аe“ И „Аne“ ПЛАЗМ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

$\rho$	A	Z	Z/A	$\epsilon_F$	$10^{10} \tau_{TP}$	$10^{-19} \cdot \omega_e^c(12)$	$\tau_{TP} \cdot \omega_e^c(12)$	$10^{-21} \cdot \sigma$	$10^{-6} \cdot \eta$	$10^{-15} \cdot \chi_0$	$10^7 \cdot \chi_0$
$2.73 \cdot 10^8$	61	29	0.47	5.06	2.43	0.35	0.85	0.93	5.08	2.53	4.47
$1.38 \cdot 10^9$	63	29	0.46	8.47	1.37	0.21	0.29	1.56	$2.47 \cdot 10^1$	4.24	5.21
$3.96 \cdot 10^9$	66	30	0.45	11.9	$9.33 \cdot 10^{-1}$	0.15	0.14	2.12	$6.67 \cdot 10^1$	5.75	$1.35 \cdot 10^{-1}$
$8.68 \cdot 10^9$	69	30	0.44	15.24	$7.16 \cdot 10^{-1}$	0.12	0.08	2.71	$1.42 \cdot 10^2$	7.39	$4.69 \cdot 10^{-2}$
$1.63 \cdot 10^{10}$	73	31	0.43	18.6	$5.61 \cdot 10^{-1}$	$9.46 \cdot 10^{-2}$	$5.3 \cdot 10^{-2}$	3.2	$2.52 \cdot 10^2$	8.7	$2.12 \cdot 10^{-2}$
$3.39 \cdot 10^{10}$	78	32	0.41	23.3	$4.3 \cdot 10^{-1}$	$7.55 \cdot 10^{-2}$	$3.25 \cdot 10^{-2}$	3.89	$4.8 \cdot 10^2$	10.6	$8.51 \cdot 10^{-3}$
$6.76 \cdot 10^{10}$	85	34	0.4	29	$3.22 \cdot 10^{-1}$	$6.07 \cdot 10^{-2}$	$1.95 \cdot 10^{-2}$	4.55	$8.77 \cdot 10^2$	12.4	$3.65 \cdot 10^{-3}$
$1.14 \cdot 10^{11}$	91	35	0.38	33.9	$2.67 \cdot 10^{-1}$	$5.19 \cdot 10^{-2}$	$1.39 \cdot 10^{-2}$	5.19	$1.37 \cdot 10^3$	14	$1.92 \cdot 10^{-3}$
$2.63 \cdot 10^{11}$	107	38	0.35	43.5	$1.9 \cdot 10^{-1}$	$4.05 \cdot 10^{-2}$	$7.69 \cdot 10^{-3}$	6.09	$2.66 \cdot 10^3$	16.6	$7.08 \cdot 10^{-4}$
$4.46 \cdot 10^{11}$	122	40	0.33	50.7	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$3.47 \cdot 10^{-2}$	$5.34 \cdot 10^{-3}$	6.74	$4.03 \cdot 10^3$	18.4	$3.7 \cdot 10^{-4}$
$1.2 \cdot 10^{12}$	137	42	0.3	68.2	$1.08 \cdot 10^{-1}$	$2.58 \cdot 10^{-2}$	$2.79 \cdot 10^{-3}$	8.66	$9.37 \cdot 10^3$	23.5	$1.1 \cdot 10^{-4}$
$7.8 \cdot 10^{12}$	178	49	0.28	123.5	$5.02 \cdot 10^{-2}$	$1.43 \cdot 10^{-2}$	$7.15 \cdot 10^{-4}$	13.4	$4.83 \cdot 10^4$	36.6	$1.05 \cdot 10^{-5}$
$1.25 \cdot 10^{13}$	200	52	0.26	141	$4.14 \cdot 10^{-2}$	$1.25 \cdot 10^{-2}$	$5.16 \cdot 10^{-4}$	14.5	$6.77 \cdot 10^4$	39.3	$6.2 \cdot 10^{-6}$
$5.08 \cdot 10^{13}$	375	74	0.21	208.8	$1.93 \cdot 10^{-2}$	$8.43 \cdot 10^{-3}$	$1.64 \cdot 10^{-4}$	15	$1.56 \cdot 10^5$	40.9	$1.37 \cdot 10^{-6}$
$9.83 \cdot 10^{13}$	683	100	0.15	231.9	$1.29 \cdot 10^{-2}$	$7.59 \cdot 10^{-3}$	$9.79 \cdot 10^{-5}$	12.4	$1.58 \cdot 10^5$	33.6	$9.02 \cdot 10^{-7}$
$1.26 \cdot 10^{14}$	947	117	0.12	233.4	$1.09 \cdot 10^{-2}$	$7.54 \cdot 10^{-3}$	$8.22 \cdot 10^{-5}$	10.6	$1.38 \cdot 10^5$	28.9	$8.67 \cdot 10^{-7}$
$2 \cdot 10^{14}$	2500	201	0.08	238.4	$6.22 \cdot 10^{-3}$	$7.38 \cdot 10^{-3}$	$4.59 \cdot 10^{-5}$	6.34	$8.64 \cdot 10^4$	17.2	$8.9 \cdot 10^{-7}$

Отметим, что хотя определение  $\tau_{\text{тp}}$  в работе [4] правильно, однако выражение для коэффициента электропроводности (43) из [4] неправильное (об этом отмечено также в работе [17]), так как не переходит в общезвестное выражение (18) настоящей работы. Сама же ошибка была допущена при решении релятивистского кинетического уравнения (см. (41) в [4]).

б) Коэффициент первой вязкости определяется как в [22]:

$$\eta = \frac{1}{10} \int K_{\alpha} V_{\beta} \frac{\partial n_{\alpha}}{\partial z} \cdot g_{\alpha\beta} \cdot \frac{2d^2 K}{h^3}, \quad (19)$$

где  $g_{\alpha\beta}$  удовлетворяет уравнению

$$l(g_{\alpha\beta}) = m \left( V_{\alpha} V_{\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} V^2 \right). \quad (20)$$

Из общих соображений следует, что  $g_{\alpha\beta}$  удобно искать в виде

$$g_{\alpha\beta} = g(V) \cdot \left( V_{\alpha} V_{\beta} - \frac{1}{3} \delta_{\alpha\beta} V^2 \right). \quad (21)$$

Тогда, после несложных вычислений, получаем:

$$\begin{cases} g(V) = \frac{K_F}{V_F} \cdot \tau_{\eta}, \\ \tau_{\eta}^{-1} = \frac{3}{2} \left\{ \int W(\varepsilon, \varepsilon', \vartheta) (1 - \cos^2 \vartheta) \frac{2d^2 K}{h^3} \right\}. \end{cases} \quad (22)$$

Подставляя выражения (21) и (22) в (19), получим [2] выражение для коэффициента первой вязкости:

$$\eta = \frac{1}{5} n_e V_F \cdot K_F \tau_{\eta}, \quad (23)$$

где  $V_F, K_F$  — скорость и импульс электрона на поверхности Ферми.

Ниже вычислим также кинематическую вязкость  $\nu_{\eta} = \eta/\rho$ . Относительно коэффициента второй вязкости  $\zeta$  заметим, что для сильно вырожденного газа им, согласно [23], можно пренебречь по сравнению с  $\eta$ .

в) Коэффициент теплопроводности определяется из закона Видемана-Франца [22]

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 T \cdot \sigma, \quad (24)$$

так как электроны сильно вырождены, а электрон-ионные столкновения упругие ( $k_B$  — постоянная Больцмана).

г) Для астрофизических задач представляется необходимым также определение коэффициента непрозрачности

$$\chi = \frac{4ac}{3\rho} T^3 \cdot \kappa^{-1}, \quad (25)$$

где  $a = \pi^2 k_B^4 / 15 c^3 \hbar^3$ .

Из формул (18), (23)—(25) следует, что все важнейшие макропараметры плазмы выражаются через микропараметры  $\tau_{\text{тр}}$  и  $\tau_{\eta}$ . При кулоновском взаимодействии основной вклад дают процессы с малыми углами рассеяния, поэтому с большой точностью можно положить  $\cos \theta \approx 1$ . Тогда, согласно выражениям (17) и (22), получаем  $\tau_{\text{тр}} \approx 3\tau_{\eta}$ , и задача сводится к вычислению одного лишь  $\tau_{\text{тр}}$  по формуле (17).

Выясним прежде механизм и физические условия самого процесса релаксации. Последний обусловлен упругими «ei»-столкновениями, причем вероятность этого рассеяния в плотной «Ае» и «Апе» плазмах существенно зависит от фактора ион-ионных парных корреляций. Подставляя выражение для вероятности упругого рассеяния  $W(\epsilon, \epsilon', \theta)$  из работы [4] в формулу (17), получим:

$$\tau_{\text{тр}} = \tau_0 \frac{1 + \rho_6^{2/3}}{\rho_6} \cdot G(\rho_6^{2/3}), \quad (26)$$

где функция  $G(Y)$  введена в работе [4]:

$$G(Y) = \frac{Y}{(1+Y)^{1/2}} \left\{ \int_0^\pi \frac{[2 + Y(1 + \cos \theta)](1 - \cos \theta) \sin \theta \cdot \Phi(\epsilon_F, \theta)}{\left[ Y(1 - \cos \theta) + \frac{2\alpha}{\pi} Y^{1/2} (1+Y)^{1/2} \right]^2} d\theta \right\}^{-1}. \quad (27)$$

Здесь  $\Phi(\epsilon_F, \theta)$  — функция ион-ионных парных корреляций, а  $\epsilon_F$  — энергия Ферми в единицах  $m_e c^2$ :

$$\left( \frac{\epsilon_F}{m_e c^2} \right)^2 = 1 + 1.0135 \rho_6^{2/3} \approx 1 + \rho_6^{2/3}, \quad (28)$$

$\alpha = e^2 / \hbar c$  — постоянная тонкой структуры,  $\tau_0^{-1} = \pi e^4 Z^2 n_i / m_e^2 c^3$ ,  $\rho_6 = 10^{-6} \rho (Z/A)$ ,  $n_i = \rho / A \cdot m_p$ .

Анализ численных расчетов функции  $G(Y)$  по работе [2] показывает, что при больших значениях параметров  $Z$  и  $\Gamma = [(Z_e)^2 / K_B T] \times (4\pi n_i / 3)^{1/3}$  (последний, фактически, описывает зависимость  $G$  от  $T$ ) функция слабо зависит от  $Z$  и  $\Gamma$ , т. е. существенна лишь зависимость  $G$  от  $\rho$ . Тогда, при  $\rho \geq 10^7$  г/см<sup>3</sup>;  $Z \geq 28$ ;  $\Gamma \geq 100$  (это соответствует условиям в „Ае“ и „Апе“ фазах) верна следующая аппроксимация:

$$G(\rho_6) = 0.158 \rho_6. \quad (29)$$

Комбинируя формулы (26)—(29), получаем следующие окончательные выражения для важнейших величин (18), (23)—(25) рассматриваемой плазмы:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{\text{тр}} = 3.52 \cdot 10^{-17} (1 + \rho_6^{2/3}) / Z \rho_6, \\ \sigma = 5.34 \cdot 10^{21} (1 + \rho_6^{2/3})^{1/2} / Z, \\ \eta = 1.15 \cdot 10^6 \rho_6^{2/3} (1 + \rho_6^{2/3})^{1/2} / Z, \\ \nu_{\eta} = \eta / \rho = 1.15 \cdot (1 + \rho_6^{2/3})^{1/2} / A \rho_6^{1/3}, \\ x = x_0 T_7 = 1.45 \cdot 10^{16} (1 + \rho_6^{2/3})^{1/2} T_7 / Z, \\ \chi = \chi_0 T_7^2 = 2.1 \cdot 10^{-5} (Z^2 / A) T_7^2 / \rho_6 (1 + \rho_6^{2/3})^{1/2}. \end{array} \right. \quad (30)$$

Прежде чем приступить к численному решению выражений (30), следует выяснить вопрос о возможном влиянии магнитного поля на эти величины. Как известно, при выполнении условия

$$\omega_{\text{max}} \cdot \tau_{\text{max}} \ll 1 \quad (31)$$

можно пренебречь влиянием магнитного поля на кинетические коэффициенты, считая их скалярными величинами. В обратном же случае они являются тензорами, имеющими разные собственные значения вдоль и поперек магнитного поля. В этой связи оценим значение параметра  $\omega_{\text{max}} \cdot \tau_{\text{max}}$  во всем интервале плотностей плазмы: здесь  $\tau_{\text{max}} \equiv \max\{\tau_{\text{тр}}, \tau_{\eta}\} = \tau_{\text{тр}}$ , а  $\omega_{\text{max}} \equiv \max\{\omega_e^c, \omega_i^c, \omega_e^{\text{пн}}, \omega_i^{\text{пн}}\}$ , где  $\omega_e^c, \omega_i^c$  — циклотронная, а  $\omega_e^{\text{пн}}, \omega_i^{\text{пн}}$  — плазменная частоты электронов и ионов соответственно. Согласно определению, а также с учетом формул (28) и (12), имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_e^c(12) \cdot B_{12} \equiv \omega_e^c = 1.76 \cdot 10^{19} B_{12} / (1 + \rho_6^{2/3})^{1/2}, \\ \omega_i^c(12) \cdot B_{12} \equiv \omega_i^c = 0.96 \cdot 10^{18} B_{12} (Z/A), \\ \omega_e^{\text{пн}} = 4.36 \cdot 10^{19} \cdot \rho_6^{1/2} / (1 + \rho_6^{2/3})^{1/4}, \\ \omega_i^{\text{пн}} = 1.02 \cdot 10^{18} \cdot \rho_6^{1/2} (Z/A)^{1/2}, \end{array} \right. \quad (32)$$

где  $B_{12}$  — значение магнитного поля на поверхности нейтронной звезды в единицах  $10^{12}$  Гс, а  $\omega_e^c(12), \omega_i^c(12)$  — циклотронная частота при значении  $B = 10^{12}$  Гс. Сравнение численных значений выражений (32) во всем интервале плотностей показывает, что  $\omega_{\text{max}} = \omega_e^c$ , а условие (31) выполняется при  $\rho > 2.73 \cdot 10^8$  г/см<sup>3</sup> (см. табл. 1, где использована система единиц СГС).

Теперь мы вправе провести анализ численных значений выражений (30) в скалярной форме. Как видно из табл. 1, в диапазоне плотностей  $2.73 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3 \equiv \rho_1 \leq \rho \leq \rho_2 \equiv 2 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$  время релаксации  $\tau_{\text{тр}}$  монотонно убывает от значения  $\tau_{\text{тр}}(\rho_1) = 2.43 \cdot 10^{-19}$  до  $\tau_{\text{тр}}(\rho_2) = 6.22 \times 10^{-22}$ , а кинематическая вязкость — от  $\nu_{\eta}(\rho_1) = 1.89 \cdot 10^{-2}$  до  $\nu_{\eta}(\rho_2) = 4.35 \cdot 10^{-4}$ . При температуре  $T = 10^7$ , коэффициент непрозрачности  $\chi$  монотонно убывает от  $\chi(\rho_1) = 4.47 \cdot 10^{-7}$  и достигает минимального значения  $\chi_{\text{min}}(\rho_3) = 8.67 \cdot 10^{-14}$  при  $\rho_3 = 1.26 \cdot 10^{14} \text{ г/см}^3$ , затем снова увеличивается до  $\chi(\rho_2) = 8.9 \cdot 10^{-14}$ . Коэффициент электропроводности  $\sigma$  монотонно увеличивается от  $\sigma(\rho_1) = 9.31 \cdot 10^{20}$  до максимального значения  $\sigma_{\text{max}}(\rho_4) = 1.5 \cdot 10^{22}$  при  $\rho_4 = 5.08 \cdot 10^{13} \text{ г/см}^3$ , затем монотонно уменьшается до значения  $\sigma(\rho_2) = 6.34 \cdot 10^{21}$ . При постоянной температуре коэффициент теплопроводности, согласно формуле (24), меняется аналогично  $\sigma$ : монотонно увеличиваясь от значения  $\kappa(\rho_1) = 2.53 \cdot 10^{15}$ , достигает максимального значения  $\kappa_{\text{max}}(\rho_4) = 4.09 \cdot 10^{16}$ , затем снова уменьшается до  $\kappa(\rho_2) = 1.72 \cdot 10^{16}$ . Наконец, коэффициент первой вязкости  $\eta$  монотонно увеличивается от значения  $\eta(\rho_1) = 5.08 \cdot 10^8$  до максимального значения  $\eta_{\text{max}}(\rho_5) = 1.58 \cdot 10^{11}$  при  $\rho_5 = 9.83 \cdot 10^{13} \text{ г/см}^3$ , затем уменьшается до значения  $\eta(\rho_2) = 8.64 \cdot 10^{10}$ .

Сравнивая результаты настоящей работы с аналогичными из [17] заключаем, что при «сравнительно низких температурах»,  $T \sim 10^9 \div 10^8$ , при которых в [17] предполагается образование кристаллической структуры, коэффициенты электропроводности и теплопроводности, согласно [17], имеют сильную зависимость от  $T$  и на несколько порядков превосходят соответствующие значения, полученные нами. Это обусловлено тем, что в модели [17] в этом случае рассеяние электронов происходит только на фононах, что сильно увеличивает свободный пробег электронов. Однако, при  $\rho \sim 3 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$  и  $T > 10^8$ , значения  $\sigma$  и  $\kappa$  из работы [17] совпадают с нашими. В частности, численные значения  $\sigma$ , согласно оценочным формулам работы [7], лишь качественно совпадают с результатами данной работы, а также работы [17]. Сравнение с результатами работы [2] показывает, что скачки коэффициентов электропроводности и теплопроводности, при переходе из «Апе»-фазы в «пре», почти на три порядка больше, чем в работе [17].

Ереванский государственный  
университет

## MAGNETOHYDRODYNAMICS OF PLASMA IN THE CRUST OF NEUTRON STAR

D. M. SEDRAKIAN, A. K. AVETISSIAN

Considering that ions form the Boltzmann liquid and electrons the relativistic degenerated gas, it is shown that the plasma in the crust of the neutron star is the Lorentz one. Magnetohydrodynamic equations are written and conditions of their reliability for such plasma are discussed. The kinetic coefficients for this plasma are calculated and it is shown, that for  $Z \geq 27$  they mainly depend on the plasma density. Also, it is shown that when  $\rho \geq 3 \cdot 10^8 \text{ g/cm}^3$  the kinetic coefficients are not affected by the magnetic field of the magnitude of  $B \lesssim 10^{12}$  gauss. The numerical values of these coefficients when  $3 \cdot 10^8 \text{ g/cm}^3 \leq \rho \leq 2 \cdot 10^{14} \text{ g/cm}^3$  are presented.

## ЛИТЕРАТУРА

1. F. C. Michel, Rev. Mod. Phys., 54, 1, 1982.
2. I. Easson, C. J. Pethick, Astrophys. J., 227, 995, 1979.
3. Д. А. Куржниц, Успехи физ. наук, 104, 489, 1971.
4. V. Canuto, Astrophys. J., 159, 641, 1970.
5. L. Mestel, Proc. Cambridge Phil. Soc., 46, 331, 1950.
6. T. D. Lee, Astrophys. J., 111, 625, 1950.
7. А. А. Абрикосов, Ж. эксперим. и теор. физ., 45, 2038, 1963.
8. W. B. Hubbard, Astrophys. J., 146, 858, 1966.
9. M. Lampe, Phys. Rev., 170, 306, 1968.
10. W. B. Hubbard, M. Lampe, Astrophys. J. Suppl. Ser., 18, 297, 1969.
11. A. Kovetz, G. Shaviv, Astron. and Astrophys., 28, 315, 1973.
12. E. Flowers, N. Itoh, Astrophys. J., 206, 218, 1976.
13. A. B. Solinger, Astrophys. J., 161, 553, 1970.
14. G. M. Ewart, R. A. Guger, G. Greenstein, Astrophys. J., 202, 238, 1975.
15. В. А. Урпин, Д. Г. Яковлев, Астрофизика, 15, 647, 1979.
16. В. А. Урпин, Д. Г. Яковлев, Астрон. ж., 57, 213, 1980.
17. Д. Г. Яковлев, В. А. Урпин, Астрон. ж., 57, 526, 1980.
18. Г. С. Саакян, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Наука, М., 1972.
19. G. Baym, H. Bethe, C. Pethick, Nucl. Phys., A175, 225, 1971.
20. Д. М. Седракян, К. М. Шахабасян, Астрофизика, 16, 727, 1980.
21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Наука, М., 1982.
22. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Физическая квантовая механика, Наука, М., 1979.
23. J. Sykes, G. A. Braker, Ann. Phys. (USA), 56, 1, 1970.