

УДК: 52—77

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛУЧЕНИЯ СТРИП-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ЯРКОСТИ РАДИОИСТОЧНИКОВ МИНИМАЛЬНО-ФАЗОВЫМ
МЕТОДОМ

И. Ф. МАЛОВ, В. А. ФРОЛОВ

Поступила 29 апреля 1986

Принята к печати 20 декабря 1986

Получены минимально-фазовые стрип-распределения радиояркости для 15 космических источников на частоте 1425 МГц. Показано, что минимально-фазовый метод восстановления распределения радиояркости может быть более эффективным, чем метод получения главного решения и метод подбора.

1. *Введение.* Одна из основных задач радиоастрономии — восстановление распределения яркости в радиоисточниках по измеренной функции пространственной когерентности (функции видности ФВ) $G(u, v) = \Gamma(u, v) e^{i\varphi(u, v)}$ с помощью преобразования Фурье (ПФ):

$$T(x, y) = \iint_0^{\infty} G(u, v) e^{-2\pi i(u_x + v_y)} dudv, \quad (1)$$

где $u_x = \frac{D_x}{\lambda}$, $v = \frac{D_y}{\lambda}$ — пространственные частоты, соответствующие

компонентам базы интерферометра D_x , D_y и длине волны наблюдений λ . Здесь мы рассмотрим лишь одномерные («стрип») распределения вдоль оси Ox , обсудив возможность перехода к двумерным распределениям ниже. Если известны $\Gamma(u)$ и $\varphi(u)$ при $0 \leq u < \infty$, то получение $T(x)$ не представляет труда. Как правило, однако, интерферометрические измерения дают достаточно уверенные значения $\Gamma(u)$, но из-за фазовых искажений на пути распространения сигнала $\varphi(u)$ измеряется с очень большой ошибкой или вообще не измеряется. Возникает, так называемая, фазовая проблема. Некоторые из возможных путей ее решения описаны в [1]. Наиболее распространенным методом получения распределения радиояркости при отсутствии фазовой информации является подбор (fitting) та-

кой модели радиисточника, для которой вычисленные значения $\Gamma(u)$ близки к измеренным. При этом перебор параметров (числа компонентов, их ширины, относительного расположения и интенсивности) может быть довольно длительным, а окончательное решение, тем не менее, остается неоднозначным. К тому же при таком подборе предполагается, что компоненты имеют гауссову форму, что не всегда соответствует действительному распределению. Используя аналитические свойства функции $G(u)$, мы разработали для решения фазовой проблемы алгоритм получения одномерных распределений яркости по измеренным значениям $\Gamma(u)$, [2—3]. Ниже приводится краткое описание этого метода, названного нами минимально-фазовым.

2. *Описание метода.* Если функция $G(u)$ аналитическая, то ее модуль $\Gamma(u)$ и фаза $\varphi(u)$ связаны через преобразования Гильберта. Соответствующие зависимости могут быть записаны в виде [3]:

$$\varphi(u) = -\frac{2u}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\ln \Gamma(u') - \ln \Gamma(u)}{u'^2 - u^2} du', \quad (2)$$

$$\ln \frac{\Gamma(u)}{\Gamma(0)} = \frac{2u}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{u'\varphi(u') - u\varphi(u)}{u'(u'^2 - u^2)} du'. \quad (3)$$

Соотношение (2) представляет собой квадратурную формулу для вычисления $\varphi(u)$ по известным значениям $\Gamma(u)$, в то время как (3) — интегральное уравнение относительно неизвестной функции $\varphi(u)$. Для решения задачи восстановления $T(x)$ нами были использованы обе возможности. В первом случае задача сводится к вычислению соответствующих интегралов, во втором — для решения интегрального уравнения искались коэффициенты разложения $\varphi(u)$ в ряд на некотором интервале $(0, u_0)$ по ортогональным полиномам P_k :

$$\varphi(u) = q_0 \arctg u + \sum_{k=1}^N q_k P_k(u). \quad (4)$$

Подставив (4) в (3) и выполнив ряд преобразований (см. [3]), получим:

$$\ln \frac{\Gamma(u)}{\Gamma(0)} = q_0 \ln \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} + \sum_{k=1}^N q_k F_k(u), \quad (5)$$

где

$$F_k(u) = \frac{2u}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{u P_k(u') - u' P_k(u)}{u' (u'^2 - u^2)} du' \quad (6)$$

при заданном „ k “ известные функции u . Записывая выражения (5) для частот u_i ($i = 1, 2, \dots, m$; $m \geq N + 1$), на которых измерены значения $\Gamma(u_i)$, приходим к системе линейных относительно q_0, q_1, \dots, q_N уравнений. В случае $m > N + 1$ ее решение может быть получено по методу наименьших квадратов.

Определив с помощью соотношений (2) или (3) $\varphi(u)$, проводим ПФ функции $G(u)$ и затем находим $T(x)$. Таким образом, описанная процедура дает возможность прямо и однозначно получить распределение яркости по источнику.

При наличии нулей у функции $G(u)$ в верхней полуплоскости комплексной плоскости $u = u_r + ju_i$ в выражении для фазы появляется дополнительное слагаемое:

$$\varphi_B(u) = \sum_n \arg \frac{u_r - u_n}{u_r - u_n^*}, \quad (7)$$

которое называется фазой Блашке, и полная фаза записывается в виде

$$\varphi(u) = \varphi_{\min}(u) + \varphi_B(u) + 2\pi x_0 u. \quad (8)$$

φ_{\min} находится из соотношения (2), а последний член определяет положение профиля $T(x)$ на оси OX , но не влияет на его форму, и нами опускался. Исследования на моделях показали, что нулевое приближение по параметру φ_B/φ_{\min} (минимально-фазовое приближение) дает в большинстве случаев хорошие результаты.

В [2—3] приведены результаты многочисленных модельных расчетов, которые показали, что 1) профили, полученные с помощью соотношения (2), очень близки к профилям, восстановленным на основе уравнения (3); 2) минимально-фазовые профили близки к модельным (рис. 6); 3) небольшое «зашумление» (среднеквадратичные отклонения в $\Gamma(u)$ до 7%) не сильно искажает результаты восстановления; 4) возможно достаточно хорошее восстановление по фрагментам модуля $\Gamma(u)$. Это позволило получить распределение радиояркости для ряда источников с измеренным $\Gamma(u)$ [2].

Минимально-фазовый метод (МФМ) не позволяет определить координату источника (его положение на оси OX). Кроме того, поскольку для зеркально-симметричных профилей модуль фурье-образов одинаков, рассмотренный метод дает только один из двух возможных профилей. Как по-

казали модельные расчеты, в случае асимметричных распределений первым восстанавливается всегда самый интенсивный компонент.

Однако эти недостатки метода не сильно снижают его эффективность, так как определение координат источника и относительной интенсивности его компонентов может быть осуществлено другими методами.

В настоящей работе мы проводим сравнение минимально-фазовых профилей ряда радиоисточников с распределениями, полученными при помощи подбора моделей и ПФ при наличии фазовой информации [4].

3. Сравнение распределений, полученных прямым преобразованием Фурье от функции видности и подбором, с минимально-фазовыми распределениями. В работе [4] исследовано более 500 радиоисточников на частоте 1425 МГц при помощи интерферометра с переменной базой (9 баз: от 144 λ до 2629 λ), ориентированной в направлении восток-запад. Более, чем для 60 источников удалось измерить модуль и фазу ФВ на нескольких базах. Нами были отобраны 15 источников с наиболее уверенными измерениями $\Gamma(u)$ и $\varphi(u)$. Здесь мы приводим сравнение распределений, полученных в [4], с минимально-фазовыми распределениями (табл. 1).

Профиль, полученный для ЗС 33.1 в [4] с помощью двух методов: подбора и преобразования Фурье от ФВ (главное решение), и минимально-фазовое распределение очень близки (рис. 1), несмотря на заметное отклонение $\varphi_{\text{м.ф.}}(u)$ от экспериментальных точек. Аналогичная картина наблюдается в источниках Р 0114—47, Р 0819—30, ЗС 227 и ЗС 348 (рис. 2). Во всех этих источниках четко выделяются два компонента, для которых ширина и относительная интенсивность, полученные нашим методом и подбором [4], близки друг к другу. Следует отметить, что у Р 0114—47 в [4] не учтена точка с $u = 2312$. Ее учет при получении минимально-фазового распределения привел к расщеплению компонента А на два. В [4] отмечается, что у источника Р 0819—30 имеется третий компонент (С), который значительно слабее и уже первых двух (А и В). В минимально-фазовом распределении также есть намек на наличие двух менее интенсивных компонентов (С и D), однако нужны дополнительные исследования для доказательства их существования. Близок по структуре к этому источнику радиоисточник ЗС 227.

В случае наличия очень узких («точечных») компонентов минимально-фазовое распределение несколько отличается от распределений типа «ядро-галог», полученных модельным подбором в [4] (рис. 3). Во-первых, самый узкий и самый интенсивный компонент оказывается в минимально-фазовом профиле всегда слева от других составляющих (об этой особенности метода уже говорилось выше). Во-вторых, МФМ дает более тонкое разрешение компонентов, чем подбор. Однако вопрос о существовании этих тонких составляющих требует дополнительных исследований. Здесь сле-

Таблица 1

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ ИСТОЧНИКОВ, ПОЛУЧЕННЫЙ ТРЕМЯ МЕТОДАМИ: ПОДБОРОМ (Fit.), ГЛАВНЫМ РЕШЕНИЕМ (P.S.) И МФМ

№	Источник	Число компонентов			Ширина компонента* (мин. дуги)			Расстояние между компонентами (мин. дуги)		
		Fit.	P.S.	МФМ	Fit.	P.S.	МФМ	Fit.	P.S.	МФМ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	3C 31	2	2(3)	2(4)	<0.6 2.1	<0.6 2.1	1.1 A 1.9 B ~0.8 C ~0.4 D	1.0	1.0 ~3.0	1.3 ~1.0 ~2.0
2	3C 33.1	2	2(3)	2(3)	0.9 1.5	0.9 1.5	1.1 A 1.1 B ~2.5 ~1.0 C	2.0	2.0 ~3.5	2.0 ~1.0
3	3C 84 (NGC 1275)	72	2(3)	2(?)	<0.3 6.2	<0.3 9.0	≈0.8 A 5.5 B	1.0	?	?**
4	3C 130	2	2(3)	2(3)	<0.4 1.7	<0.4 3.3	1.0 A 1.0 B ~2.5 ~1.5 G	2.3	2.3 ~4.5	1.8 ~1.0
5	3C 135 (P 0511+00)	3	3(?)	3	1.5 <0.5	2.5 <0.5	3.5 A ≈0.8 B 0.8 C	6.5 1.5	6.5 1.5	6.5 1.5
6	3C 227 (P0945+07)	2(3)	2(3)	2(4)	0.8 0.8 0.8	1.0 1.4 ?	1.1 A 1.1 B ~1.0 C ~1.0 D ~1.0 E	2.7 0.8	2.7 0.8	3.0 1.3 ~3.0 ~2.0
7	3C 348 (Her A)	2	2	2	0.5 1.1	1.0 1.0	1.1 A 1.1 B	1.8	1.8	1.8
8	P0045-25) (NGC 253)	2	2	2(3)	<0.3 5.2	<0.3 5.2	≈0.8 A ~4.5 B ~2.5 C	0	0	?** ?
9	P 0114-47 (M01-4/5)	2	2(?)	2(3)	2.0 2.0	2.2 1.8	2.2 A 2.2 B ~1.1A ₁ A ₂	4.5	4.5	3.7
10	P 0349-27 (M03-2/12)	3	3	3	1.8 1.1 0.8	1.7 1.2 1.5	2.1 A 1.1 B 1.1 C	2.4 1.6	2.4 1.6	2.4 1.6

Таблица 1 (окончание)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
11	P 0707—35 (M 07—3/4)	2	2(3)	2(?)	0.6	<0.6	≈0.8 A	~6.0	~6.0	~6.0
					2.5	~7.0	~7.0 B			
12	P 0819—30 (M 08—2/3)	2(3)	3	2(4)	1.2	1.5	1.1 A	2.2	2.2	4.0
					3.7	~2.0	~2.2 B			
					<0.8	<0.8	~1.8 C	2.0	2.0	
							~1.3 D			
13	P 1216—10 (M 12—0/9)	2	2	2(?)	<0.3	<0.3	1.0 A	1.0	1.0	?*
					2.2	2.5	? B			
14	P 1449—13 (M 14—1/19)	3	3	3(?)	1.6	1.6	2.0 A	3.3	2.6	3.3
					<0.6	1.2	1.0 B			
					0.6	1.3	2.7 C	4.0	3.2	
15	P 1602—09 (M 16—0/1)	3	3(?)	4(?)	<0.4	<0.4	1.0 A	0.4	0.8	~1.5
					1.3	1.8	1.0 B			
					1.7	1.5	~1.2 C	3.0	2.8	
							~1.5 D			

* Все приведенные в таблице угловые размеры (ширины) компонентов измерены по половинной интенсивности.

** Положение максимума протяженного компонента определяется неуверенно, поэтому расстояние между компонентами не указано.

дует подчеркнуть, что подбор, как правило, сглаживает и наблюдаемое поведение $\Gamma(u)$, и результирующее распределение $\Gamma(x)$. Анализ работы [4] показывает, что во многих случаях измеренные точки $\Gamma(u)$ лежат вне кривой, соответствующей наилучшей модели. Мы во всех случаях проводили $\Gamma(u)$ через все измеренные точки, и наше распределение должно быть ближе к действительному, чем полученное подбором в [4]. Карта радиоисточника ЗС 130, приведенная в [5], подтверждает этот вывод. На ней отчетливо видны два компонента (рис. 4) примерно одинаковой интенсивности с размерами, близкими к полученным нами.

В минимально-фазовом распределении P 0707—35 компонент В состоит, по-видимому, из двух компонентов, суммарная полуширина которых равна примерно 5.2.

Для радиоисточников с более сложной структурой: P 0349—27 и M 14—1/19 (рис. 5) также самый узкий и самый интенсивный компонент в МФМ восстанавливается первым (на рис. 5 слева) и, кроме того, вновь проявляется более тонкая структура отдельных компонентов.

ЗС 33.1

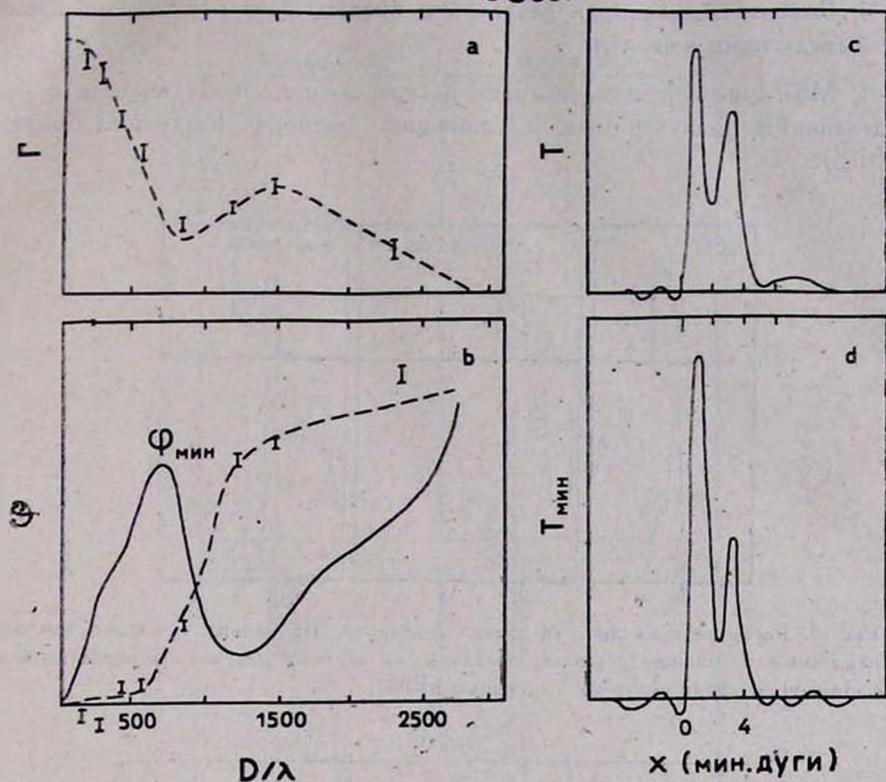


Рис. 1. Измеренная (точки) и найденная методом подбора (пунктир) функция видности (а и б) и распределения яркости источника ЗС 33.1; полученное методом главного решения (с) и минимально фазовое (д).

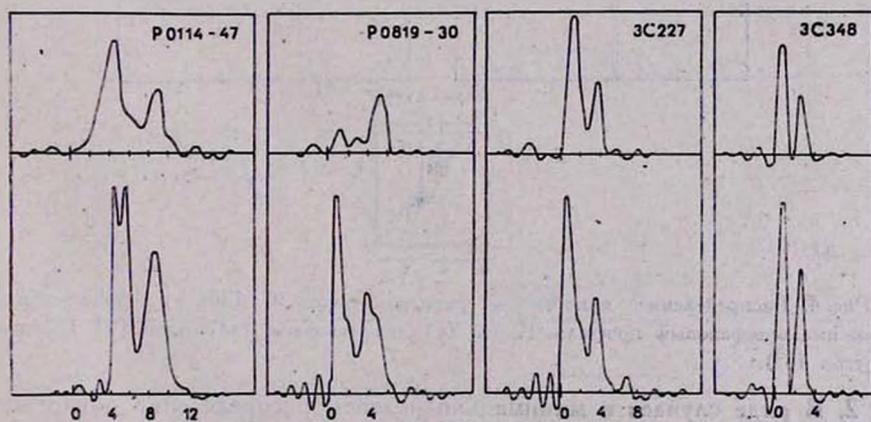


Рис. 2. Распределения яркости 4 источников, полученные с помощью главного решения (верхние кривые) и МФМ (нижние кривые).

4. **Выводы.** Анализируя результаты предыдущего раздела, мы приходим к следующим выводам:

1. МФМ непосредственно дает распределения, согласующиеся с распределениями, полученными с помощью подбора наилучшей модели (fitting).

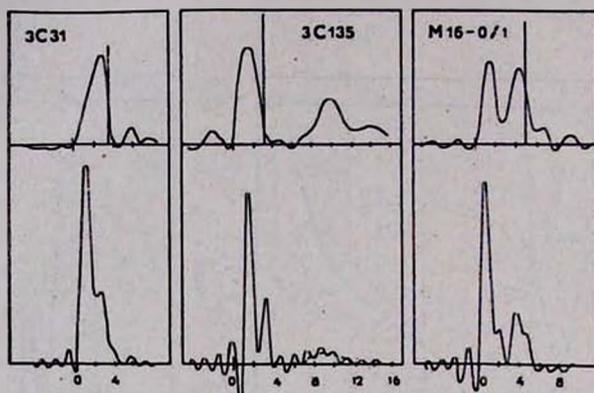


Рис. 3. Распределения яркости типа «ядро-гало». Положения точечного компонента, найденные в главном решении, показаны на верхних рисунках вертикальной линией. Нижние профили получены с помощью МФМ.

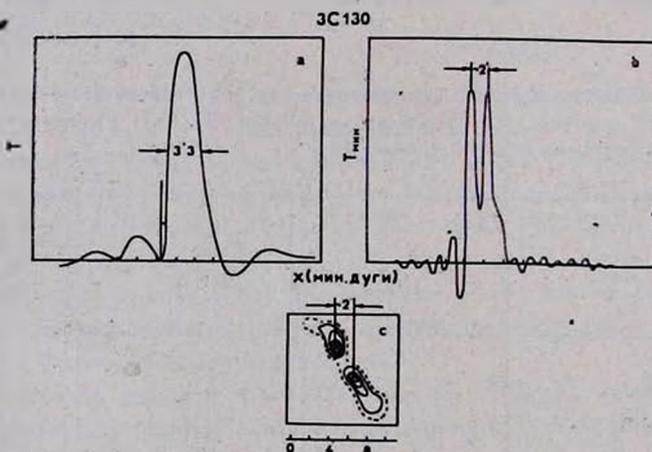


Рис. 4. Распределение яркости в радиисточнике ЗС 130: а) главное решение; б) минимально-фазовый профиль. Карта (с) заимствована из работы [5] (позиционный угол 40°).

2. В ряде случаев в минимально-фазовом распределении обнаруживаются отличия от распределений работы [4] (в частности, выявляется более тонкая структура кривой $T(x)$). Особенно заметно отличие в тех источ-

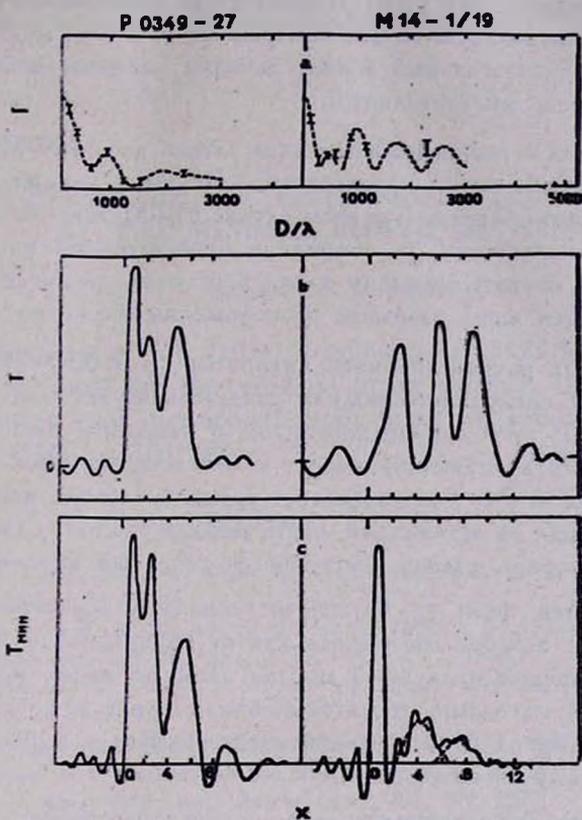


Рис. 5. Значения $\Gamma(u)$ (пунктир — наившая модель) и распределения яркости двух радиоисточников: б) главное решение; с) получено с помощью МФМ.

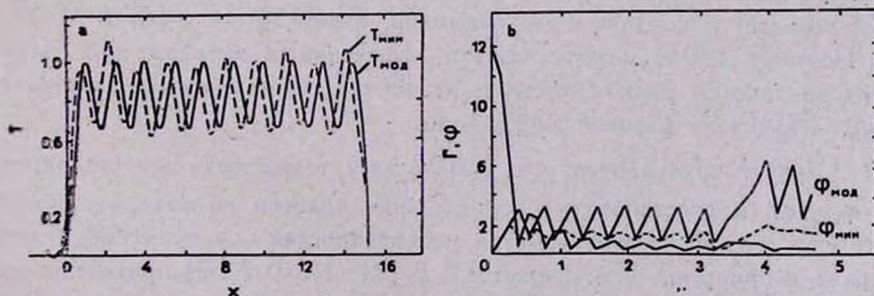


Рис. 6. Результат восстановления профиля из 10 гауссиан:

$$T(x) = \sum_{i=1}^{10} e^{-0.2(x-x_i)^2}$$

где $x_i = -0.7, x_{i+1} = x_i + 1.7$.

никах, где модельная кривая $\Gamma(u)$ уклоняется от измеренных значений Γ . МФМ, в котором используются все измеренные значения модуля, — более точный и более чувствительный метод, дающий распределения, как правило, более близкие к действительным.

3. В источниках с распределением типа «ядро-гало» МФМ всегда выделяет самый узкий и самый интенсивный компонент («ядро») и восстанавливает его первым. Однако и в этом случае МФМ дает важную информацию о числе компонентов, их ширине и относительной интенсивности, которые близки к соответствующим характеристикам распределений работы [4]. (Изменяется лишь взаимное расположение компонентов).

4. В некоторых радиостанциях (например, в Р 0045—25) постоянная составляющая измеренного модуля свидетельствует о наличии точечного компонента. В этой случае допущение о равенстве нулю модуля на более высоких частотах может приводить к большим ошибкам. Однако выявление постоянной в $\Gamma(u)$ не составляет труда. Ее можно вычесть и провести восстановление по оставшейся части модуля, помня о том, что в результирующий профиль должен быть внесен точечный компонент.

5. Минимальная фаза $\varphi_{\min}(u)$, вычисленная по измеренным значениям $\Gamma(u)$, может заметно отличаться как от измеренной фазы, так и от фазы, соответствующей наилучшей модели. Тем не менее, кривые $T(x)$, полученные двумя методами, достаточно близки друг к другу (по числу компонентов, их ширине, относительной интенсивности и, в целом ряде случаев, относительному расположению).

6. В последние годы появились возможности построения с помощью апертурного синтеза двумерных карт радиостанций с достаточно высоким разрешением. Сравнение наших результатов с результатами картографирования показывает, что основные особенности распределений яркости МФМ передает правильно (см., например, карту ЗС 31 в [6] и ЗС 84 в [7]). Поэтому МФМ может служить эффективным методом для получения распределения радиояркости в источнике по измеренным значениям ФВ при отсутствии фазовой информации.

7. Следует подчеркнуть, что МФМ дает также возможность определить $\varphi_{\min}(u)$ и восстановить распределение яркости по квадрату модуля $\Gamma^2(u)$ (по данным интерферометра интенсивностей — устройства, в котором фаза, в принципе, не измеряется). В [2] (КСФ № 2) приведены профили $S_{\text{уг}}$ и $S_{\text{ас А}}$, восстановленные по $\Gamma^2(u)$ и хорошо согласующиеся с результатами других авторов.

8. МФМ может быть развит для получения двумерного изображения источника [8]. В этом случае можно получить однозначное распределение яркости $T(x, y)$ [9—10].

В заключение авторы выражают благодарность А. А. Гальченко и Л. Ф. Ланской за помощь в проведении вычислений.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР

ON THE POSSIBILITY OF OBTAINING STRIP-DISTRIBUTIONS BY THE MINIMAL PHASE METHOD

I. F. MALOV, V. A. FROLOV

Strip-distributions of radio brightness at 1425 MHz for 15 radio sources are obtained by the minimal phase method. It has been shown that this method may be more effective than two other known methods: principal solution and fitting.

ЛИТЕРАТУРА

1. Построение изображений в астрономии по функциям когерентности, ред. К. Ван Схонвелд, Мир, М., 1982.
2. А. А. Гальченко, И. Ф. Малов, Л. Ф. Могильницкая, В. А. Фролов, Краткие сообщения по физике, 2, 8, 24, 1982; 9, 23, 1982; 3, 11, 1984.
3. И. Г. Косарев, И. Ф. Малов, В. А. Фролов, Препр. ФИАН, № 90, 1980; Краткие сообщения по физике, № 7, 15, 1982.
4. E. B. Fomalont, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 138, 15, 203, 1968.
5. J. A. Hogbom, I. Carlsson, *Astron. and Astrophys.*, 34, 341, 1974.
6. S. F. Burch, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, 181, 599, 1977.
7. G. K. Meley, G. C. Perola, *Astron. and Astrophys.*, 45, 223, 1975.
8. Ю. А. Евсиков, В. В. Чапурский, Преобразование случайных процессов в радио-технических устройствах, изд. «Высшая школа», М., 1977.
9. Yu. M. Bruck, L. G. Sodtn, *Opt. Commun.*, 30, 304, 1979.
10. R. H. T. Bates, *Optik*, 61, 247, 1982.