

УДК: 524.1:524.5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МЕЖЗВЕЗДНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПО ДАННЫМ О КОЭФФИЦИЕНТЕ ДИФфуЗИИ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

В. Н. ФЕДОРЕНКО, В. М. ОСТРЯКОВ

Поступила 15 апреля 1986

Принята к печати 25 октября 1986

Рассмотрено питч-угловое рассеяние релятивистских частиц на турбулентности из альвеновских волн. Учтено как резонансное рассеяние на гармониках $\lambda \leq R_H(E)$ (λ — длина волны, $R_H(E)$ — релятивистский гирорадиус), так и отражение частиц от гармоник с $\lambda \gg R_H(E)$. Показано, что при любой анизотропии распределения волн кинетический коэффициент питч-углового рассеяния является четной функцией косинуса питч-угла. В случае турбулентности со степенным спектром рассмотрено 2 типа ее анизотропии: А-одномерная и В-изотропная. Сравнение теории с наблюдательными данными о коэффициенте диффузии галактических космических лучей позволяет оценить параметры турбулентности альвеновских волн, которые оказываются существенно различными в случаях А и В.

1. *Введение.* Взаимодействие частиц высокой энергии с магнитогидродинамической (МГД) турбулентностью играет важную роль в космической плазме. Сюда относятся в первую очередь вопросы ускорения и распространения космических лучей (КЛ). Так, изотропизация питч-углового распределения частиц МГД неоднородностями приводит к их эффективно-му ускорению в области фронтов ударных волн, а также к диффузионному режиму их распространения в межзвездной среде (МЗС) [1, 2]. Одной из задач теории является расчет характеристик турбулентности, возбуждаемой различными механизмами, что позволяет вычислить коэффициент турбулентной диффузии и турбулентного ускорения КЛ. Наблюдательные данные о МЗ-турбулентности относятся к масштабам $\lambda \sim 10\text{--}100$ пк [1]. Имеются также косвенные радиоастрономические наблюдения, дающие $\lambda \sim 10^{11}\text{--}10^{13}$ см. [3]. Поскольку МЗС весьма неоднородна [4], то в настоящее время точно не известно, к каким именно ее областям относятся эти результаты [3]. Имея в виду резонансность взаимодействия КЛ с магнитными неоднородностями $2\pi R_H(E) \sim \lambda$ (R_H — релятивистский гирорадиус), нетрудно оценить, что для турбулентной диффузии КЛ с

энергиями $1 \text{ ГэВ} < E < 10^6 \text{ ГэВ}$ необходимо иметь турбулентность в масштабах $10^{-6} \text{ пк} < \lambda < 1 \text{ як}$ (при регулярном магнитном поле $B_0 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ Гс}$). Спектр пульсаций предполагается степенным:

$$W_T(k) \propto k^{-\nu}. \quad (1)$$

Наблюдательные данные по химсоставу КЛ позволяют сделать вывод о том, что коэффициент турбулентной диффузии сравнительно слабо зависит от энергии КЛ в диапазоне $1 \text{ ГэВ} < E < 10^6 \text{ ГэВ}$:

$$D(E) \propto E^a, \quad (2)$$

где различные авторы считают $0.3 < a < 0.6$. Мы при оценках будем полагать $a = 0.3$. Оценки [5] показывают, что для обеспечения $D(E = 10 \text{ ГэВ}) = 3 \cdot 10^{28} \text{ см}^2/\text{с}$ необходим относительный уровень энергии турбулентности $\Delta W_T(k_r)/W_M \sim 10^{-6}$ (здесь $W_M = B_0^2/8\pi$, $k_r = R_H^{-1}(E)$ — резонансное волновое число). При спектре (1) с $1 < \nu < 2$ отношение $\Delta W_T/W_M$ растет с энергией КЛ и достигает ~ 1 при $E \sim 10^6 \text{ ГэВ}$, или в масштабе $\sim 1 \text{ пк}$ [5]. Таким образом, при $\lambda \ll 1 \text{ пк}$ МГД-турбулентность является слабой и может быть в принципе описана случайным набором волн: альвеновских и магнитозвуковых [6], а при $\lambda \gtrsim 1 \text{ пк}$ она сильнонелинейна [5]. Существенно, что в масштабах, меньших некоторого λ_c , выполняется условие бесстолкновительности. Так, в «корональной» фазе МЗС $\lambda_c \sim 1 \text{ пк}$ [7, 8], и турбулентность бесстолкновительна во всем интересующем нас интервале λ . Тогда есть основания считать ее состоящей главным образом из альвеновских (а) волн, поскольку магнитозвуковые волны сильно затухают [7–10].

Мы будем предполагать, что диффузия ГКЛ определяется именно «корональной» фазой МЗС, поскольку она занимает максимальную часть объема Галактики [1, 4]. Параметры этой фазы будут взяты из [4].

Рассматривая теперь различные модели турбулентности и вычисляя на их основе $D(E)$, мы можем сравнением с (2) установить некоторые ограничения на ее свойства. При этом будем учитывать влияние на $D(E)$ следующих факторов: 1) анизотропии турбулентности; 2) области рассеяния частиц вблизи питч-углов $\vartheta = 90^\circ$; 3) ограниченности частотного интервала спектра.

Следует отметить, что фактически мы будем вычислять коэффициент диффузии $D_1(E)$ вдоль «локального» магнитного поля B_0 [1], тогда как «наблюдательные» данные относятся к среднегалактическому $D(E)$. Однако в рамках простых моделей галактического магнитного поля эти величины близки друг к другу [1].

2. Вывод формул для коэффициентовpitch-углового рассеяния. Как известно [1, 2], изотропная часть функции распределения релятивистских частиц удовлетворяет уравнению диффузии с коэффициентом пространственной диффузии вдоль B_0 вида

$$D_1(E) = \frac{c^2}{8} \int_{-1}^1 \frac{(1 - \mu^2) d\mu}{b_s(p, z, \mu, t)} \quad (3)$$

где c — скорость света, а b_s — кинетический коэффициент pitch-углового рассеяния, зависящий от импульса частицы p , z -координаты вдоль B_0 , от $\mu = \cos \theta$ и времени t . Для его нахождения воспользуемся методикой, развитой в рамках квазилинейной теории в работах [11, 12]. В результате получим кинетическое уравнение, в котором коэффициент b_s будет выражаться через спектрально-угловую плотность энергии турбулентности линейно-поляризованных а-волн $W_a(\omega, \vec{\Omega})$, определенную согласно условию $W_a = \int W_a(\omega, \vec{\Omega}) d\omega d\vec{\Omega}$ (W_a — плотность энергии турбулентности, эрг/см³, ω — частота, $\vec{\Omega}$ — телесный угол). Считается, что $\omega = |k_z| v_a$, v_a — альвеновская скорость и $k_z = \vec{k} \vec{B}_0 / |\vec{B}_0|$. Вычисления приводят к следующему результату [13]:

$$b_s(p, \mu) = \frac{16\pi^2 e_a^2 v_a}{p^2 c |\mu|} \int_{-1}^1 dx \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{O}_n^{\mu, e_a}(x) F_n(\mu, x) W_a(\omega_n, x). \quad (4)$$

Здесь

$$\omega_n = \left| \frac{n \Omega_a(p) v_a}{c \mu} \right| \quad (5)$$

— резонансная гармоника частоты, $\Omega_a(p)$ — релятивистская гирочастота частицы сорта a , $x = \cos \theta$ — косинус угла распространения а-волны относительно $\vec{B}_0$; $F_n(\mu, x) = \frac{n^2}{a_n^2} J_n^2(a_n)$, J_n — функция Бесселя от аргумента $a_n = |n \sqrt{(1 - x^2)(1 - \mu^2)/x \mu}|$, e_a — заряд частицы. Оператор $\tilde{O}_n^{\mu, e_a}(x)$ отбирает область интегрирования по x согласно условию $\text{sign } x = -\text{sign } n \times \text{sign } \mu \times \text{sign } e_a$, следующему из условия циклотронного резонанса $\omega - k_z v_s - n \Omega_a = 0$ при $v_s = c \mu$ (v — скорость частицы), $\mu \gg v_a/c$. Случай $\mu \lesssim v_a/c$ рассмотрим в следующем разделе.

ле. Из (4) и (5), в частности, вытекает, что, во-первых, вклад от черенковского резонанса равен нулю и, во-вторых, кинетический коэффициент является четной функцией μ .

Предположим, что $W_a(\omega, x)$ можно представить в виде

$$W_a(\omega, x) = W_0(\omega/\omega_0)^{-\nu} X(x), \quad (6)$$

где $X(x)$ — произвольная функция от x , удовлетворяющая условию нормировки $\int X(x) d\Omega = 1$. Тогда нетрудно видеть, что b_s можно записать следующим образом:

$$b_s(p, \mu) = b_s(p) \Psi(\mu, \nu), \quad (7)$$

где

$$b_s(p) = \frac{4\pi^3 e_a^2 v_a}{p^2 c} \left(\frac{|\Omega_s(p)| v_a}{c \omega_0} \right)^{-\nu} W_0 \quad (8)$$

и $\Psi(\mu, \nu)$ — некоторая (четная) функция μ (см. рис. 1). Из последнего соотношения следует $b_s(p) \propto p^{\nu-2}$ [1].

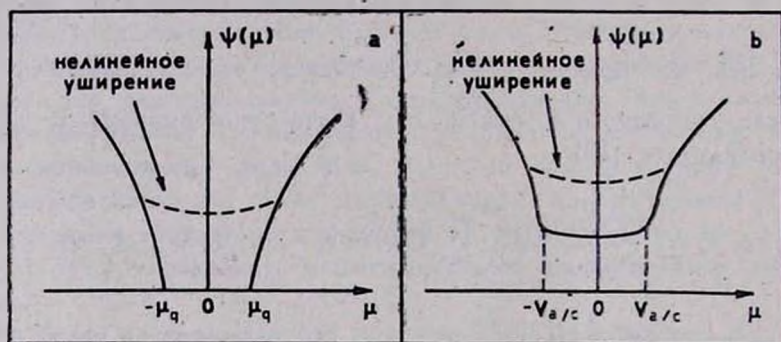


Рис. 1. Поведение функции $\Psi(\mu)$ при $|\mu| \ll 1$ ($\nu > 1$) для различных энергий частиц: а) $E < E_q$ и б) $E > E_q$.

Рассмотрим два предельных случая анизотропии а-волн.

А) Одномерная турбулентность со степенным спектром:

$$W_a(\omega, x) = 2W_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-\nu} [\xi_+ \delta(x-1) + \xi_- \delta(x+1)], \quad (9)$$

где $0 < \xi_{\pm} < 1$ — параметры, определяющие относительный вклад разных полусфер, т. е. областей $x \approx -1$ и $x \approx 1$. Поскольку мы рассматриваем линейно-поляризованные а-волны, то должны считать $\theta \gg \sqrt{\omega \beta / \omega_{H1}}$ [13]. Оставляя в (4) только $n = \pm 1$, получим:

$$b_*(p, \mu) = b_*(p) |\mu|^{\nu-1} (\xi_+ + \xi_-). \quad (10)$$

Характерно, что даже при однонаправленной турбулентности ($\xi_+ = 0$ или $\xi_- = 0$) кинетический коэффициент остается четной функцией от μ .

В) Изотропная турбулентность со степенным спектром:

$$W_a(\omega, x) = \frac{W_0}{2\pi} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{-\nu} [\xi_+ (H(x) - H(x-1)) + \xi_- (H(x+1) - H(x))], \quad (11)$$

где $H(x)$ — функция Хевисайда. Подставляя (11) в (4), получим:

$$b_*(p, \mu) = \frac{b_*(p)}{4\pi} (\xi_+ + \xi_-) \varphi_\nu(\mu) |\mu|^{\nu-1}, \quad (12)$$

$$\varphi_\nu(\mu) = \frac{4\mu^2}{1-\mu^2} \sum_{n=1}^{\infty} n^{-\nu} \int_0^1 J_n^2(a_n) \frac{x^2 dx}{1-x^2}. \quad (13)$$

Из формулы (13) можно показать, что $\varphi_\nu(\mu \rightarrow 1) = 1$. Исследование поведения этой функции в области $\mu \ll 1$ приводит к следующему:

$$\varphi_\nu(\mu \rightarrow 0) \approx 4\mu^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^{-\nu} \int_0^{\infty} J_n^2(z) \frac{dz}{z} = 2\mu^2 \sum_{n=1}^{\infty} n^{-\nu-1} \equiv C_\nu \mu^2, \quad (14)$$

откуда $b_*(p, \mu \rightarrow 0) \propto |\mu|^{\nu+1}$, т. е. при $\mu \rightarrow 0$ зависимость $b_*(\mu)$ (для краткости опускаем аргумент p) сильнее в изотропном случае, нежели в одномерном. По-видимому, случаи промежуточной анизотропии турбулентности дают зависимость $b_*(\mu \rightarrow 0) \propto |\mu|^q$ с $\nu-1 < q < \nu+1$.

В заключение этого раздела отметим, что формулы типа (4) были получены в [14—16], но они оставлены в неудобной форме и фактически не исследованы. Результат, схожий с (10), получается для случая строго-одномерной турбулентности, когда МГД-волны поляризованы циркулярно (см., например, [1, 2]). Отметим, однако, что для четности $b_*(\mu)$ в этом случае необходимо иметь либо одинаковое количество волн противоположной поляризации, либо (при поляризации одного знака) одинаковое количество волн противоположных направлений [7, 8]. В случае же линейно-поляризованных волн $b_*(\mu) = b_*(-\mu)$ даже при однонаправленной турбулентности.

3. Питч-угловое рассеяние в области $|\mu| \ll 1$. Согласно формулам (10), (12) $b_*(\mu)$ стремится к нулю при $\mu \rightarrow 0$, если $\nu > 1$. Физически

уменьшение $b_s(\mu)$ связано с тем, что при данной энергии частицы $E = \epsilon \rho$ с уменьшением $|\mu|$ возрастает резонансная частота $\omega_n(\mu)$, и вклад в $b_s(\mu)$ дают все более высокочастотные гармоники со все меньшей плотностью энергии. До сих пор мы не учитывали ограниченность частотных интервалов этих спектров. В случае же а-волн существует максимально возможная их частота $\omega_{\max}^c \sim \omega_{Hl} \sqrt{\beta}$ [10, 17], связанная с циклотронным затуханием (ω_{Hl} — гирочастота ионов плазмы, β — отношение газокINETического давления к магнитному), и некоторая $\omega_{\min}$, соответствующая основному масштабу $\lambda_{\max} \sim 2\pi v_a / \omega_{\min}$. В рамках нашей модели мы должны считать, что $W_a(\omega) = 0$ при $\omega > \omega_{\max}$ и $\omega < \omega_{\min}$, где $\omega_{\max} \lesssim \omega_{\max}^c$. Пусть для данной энергии частицы выполнено условие $\omega_{\min} \ll \omega_n(|\mu| \lesssim 1) \ll \omega_{\max}$ (при $l \sim 1$). Уменьшая $|\mu|$, мы можем согласно (5) получить при некотором $|\mu| = \mu_q$, что $\omega_n(\mu_q) = \omega_{\max}$. Очевидно,

$$\mu_q \approx \frac{v_a}{c} \frac{|\omega_{Hl}|}{\omega_{\max}} \frac{m_a c^2}{E}, \quad (15)$$

где m_a — масса покоя частицы. Тогда в области $|\mu| \gtrsim \mu_q$ $b_s(\mu)$ описывается формулами типа (10), (12), а при $|\mu| < \mu_q$ $b_s(\mu) = 0$. Отметим, что последнее соотношение справедливо, только если $\mu_q \gg v_a/c$, т. е. $E \ll E_q$, где

$$E_q \approx m_a c^2 \frac{|\omega_{Hl}|}{\omega_{\max}}. \quad (16)$$

При $E > E_q$ надо учесть в резонансном условии член $\omega = |k_z| v_a$. Аналогично [7, 8] можно показать, что в этой области энергий частота $\omega_n(\mu)$ фактически ограничена значением $\omega_n^{\max} = |n| c / K_H < \omega_{\max}$. При этом кинетический коэффициент $b_s(\mu)$ может быть оценен при помощи (4), куда следует подставить $|\mu| = v_a/c$ [7, 8]: $b_s(|\mu| \lesssim v_a/c) \approx \text{const}(\mu)$.

Приведенные рассуждения показывают, что рассеяние в области $|\mu| \ll 1$ может существенно влиять на величину коэффициента диффузии частиц и, в частности, может сделать невозможным сам диффузионный режим распространения [10, 17]. Поэтому необходим учет дополнительных физических процессов, каковыми являются уширение резонансов и отражение от «магнитных зеркал» (mirroring) [10, 17]. Рассмотрим их подробнее.

А. Нелинейное уширение резонансов. Этот эффект возникает при учете рассеяния частиц турбулентными полями внутри области корреляции. В результате получаются формулы вида [10]:

$$b_s(p, \mu) \propto \int B^2(k_s) I(k_s, p, v_s) dk_s, \quad (17)$$

где

$$I(k_s, p, v_s) = \frac{\Delta k_n}{(k_s - k_r)^2 + (\Delta k_n)^2} \quad (18)$$

— резонансный контур, $k_r = \Omega_s(E)/v_s$ и $\Delta k_n = \frac{1}{|\mu|} \left(\frac{1}{3} k^2 b_s(p, \mu) / v \right)^{1/3}$

— ширина резонанса. Как видно из этих соотношений, для нахождения $b_s(\mu)$ надо решить нелинейную задачу. Модельные расчеты показывают [18, 19], что в области $|\mu| \gg \Delta\mu_n$, где $\Delta\mu_n \ll 1$, $b_s(\mu)$ близко к квазилинейному приближению (4), а при $|\mu| \lesssim \Delta\mu_n$ его поведение подобно изображенному на рис. 1b, т. е. происходит уширение контура $\Psi(\mu)$. Используя (17), (18), нетрудно оценить $\Delta\mu_n$. Для этого подставим в Δk_n величину $b_s(\mu)$ и сравним Δk_n с k_r . Описанный эффект возможен только в том случае, когда с уменьшением $|\mu|$ величина $\Delta k_n(\mu)$ возрастает быстрее, чем $|k_r(\mu)|$. Допустим, что при некотором $\mu = \Delta\mu_n \ll 1$ выполняется равенство:

$$|k_r(p, \mu)| = \Delta k_n(\mu). \quad (19)$$

Тогда из (17), (18) видно, что при $|\mu| < \Delta\mu_n$ основной вклад в интеграл (17) будет вносить не резонансная область $k_s \sim k_r(\mu)$, а $k_s \sim \sim k_r(\Delta\mu_n)$, если спектр $B^2(k_s) \propto |k_s|^{-\gamma}$ достаточно быстро падает. Здесь возможны следующие случаи:

а) $E < E_q$ (при $\Delta\mu_n > \mu_q$ происходит „заполнение щели“ $|\mu| < \mu_q$, см. рис. 1a, а при $\Delta\mu_n < \mu_q$ — нет) и б) $E > E_q$ (при $\Delta\mu_n > v_a/c$ — уширение контура $\Psi(\mu)$ происходит подобно рис. 1b, а при $\Delta\mu_n < v_a/c$ — форма кривой $\Psi(\mu)$ не меняется). Воспользовавшись (7), получим из (19) уравнение для определения $\Delta\mu_n$:

$$\frac{\mu^2}{\Psi(\mu, v)} = \frac{b_s(p)}{3|\Omega_s(p)|}. \quad (20)$$

В следующем разделе мы рассмотрим конкретные случаи его решения.

В. Эффект магнитного зеркала (ЭМЗ). Если гирорадиус частицы удовлетворяет условию $\lambda_{\min} \ll R_H \ll \lambda_{\max}$, то гармоники с $\lambda \lesssim R_H(E)$ приводят к диффузионномуpitch-угловому рассеянию, а в электромагнитных полях гармоник с $\lambda \gg R_H(E)$ частица совершает дрейфовое движение [2].

Среди них возможны такие, когда частица из области с величиной магнитного поля B_0 приходит в область $|\vec{B}_1| = B_0 + \delta B$ ($\delta B > 0$ — добавка

к B_0 , связанная с полями длинноволновых гармоник), где происходит ее отражение. Это возможно при значении pitch-угла $|\mu| = \bar{\mu} = \sqrt{\delta B/B_0} \ll 1$ (если $\delta B/B_0 \ll 1$) [16, 20]. В процессе отражения происходит смена μ на $-\mu$ за время порядка $\tau_m(\mu) = \frac{L_m(\mu)}{c|\mu| + v_a}$, где L_m — расстояние вдоль z , на котором величина магнитного поля меняется от B_0 до B_1 . Найдем это время.

Ввиду поперечности волн $\delta B = (B_0/2) B_a^2(\lambda)/B_0^2$, где $B_a(\lambda)$ — амплитуда гармоники с $\lambda \gg R_H(E)$. Тогда $\bar{\mu} = B_a(\lambda)/\sqrt{2}B_0$. Связь $B_a(\lambda)$ с характеристиками спектра (6) нетрудно установить: $B_a(\lambda)/B_0 \approx \left(\frac{\Delta W_a(\omega_0)}{W_M}\right)^{1/2} \left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^{\frac{\nu-1}{2}}$, где $\lambda_0 = \frac{2\pi v_a}{\omega_0}$, $\Delta W_a(\omega_0) = \omega_0 W_0$ — плотность энергии в частотном интервале $\delta\omega \sim \omega_0$. Отсюда можно определить длину волны $\lambda_m(\mu)$ гармоники, на которой произойдет отражение:

$$\lambda_m(\mu) \approx \lambda_0 \left(\frac{W_M}{\Delta W_a(\omega_0)}\right)^{\frac{1}{\nu-1}} |\mu|^{\frac{2}{\nu-1}}. \quad (21)$$

Мы считали, что частица проходит расстояние $\sim \lambda/2$, отражаясь вблизи максимума горба (отражение от «полных» волн). Наряду с этим возможны отражения и от «неполных» волн, когда частице достаточно пройти расстояние $L_m \ll \lambda/2$. Последнее возможно только в случае спектров с $\nu > 1$.

При некотором $|\mu| = \mu_m$ получим $\lambda_m(\mu) \sim R_H(E)$ и $\mu_m \approx \left(\frac{R_H(E)}{\lambda_0}\right)^{\frac{\nu-1}{2}} \times \left(\frac{\Delta W_a(\omega_0)}{W_M}\right)^{1/2}$. При этом нарушается дрейфовое приближение, и ЭМЗ на «полных» волнах становится невозможным, хотя он не исключен для «неполных» волн с $\lambda \gg R_H(E)$. Наиболее эффективным отражение будет на расстояниях $L_m \gtrsim R_H(E)$ с соответствующим временем $\tau_m(\mu) \approx \frac{R_H(E)}{c|\mu|} = |\Omega_a(p)\mu|^{-1} (|\mu| < \mu_m)$. Если же $|\mu| > \mu_m$, то $\tau_m(\mu) = \frac{\lambda_m(\mu)}{c\mu}$. Заметим еще, что в области $|\mu| > \mu_m$ надо требовать $\lambda_m(\mu) < \lambda_{\max}$. Если это условие не выполнено, то формально $\tau_m(\mu) \rightarrow \infty$, и рассеяние частиц полностью определяется $b_s(\mu)$.

Из сказанного ясно, что при $|\mu| \ll 1$ ЭМЗ конкурирует с диффузионным рассеянием [16, 20], характерное время которого есть:

$$\tau_d \approx \mu^2/b_s(p, \mu). \quad (22)$$

Сравнение (22) с временем τ_m определяет две возможности: 1) $\tau_m \gg \tau_d$; 2) при некотором $\mu = \mu_*$ достигается равенство:

$$\tau_d(p, \mu) = \tau_m(p, \mu). \quad (23)$$

Тогда при $|\mu| > \mu_*$ доминирует диффузионное рассеяние, а при $|\mu| < \mu_*$ — ЭМЗ. В последнем случае естественно заменить в формуле (3) нижний предел интеграла по μ значением μ_* [16]:

$$D_1(p) = \frac{c^2}{4} \int_{\mu_*}^1 \frac{(1 - \mu^2) d\mu}{b_*(p, \mu)}. \quad (24)$$

Если $\mu_* \gg \mu_q$, то область $|\mu| \lesssim \mu_q$ несущественна в (24), а при $\mu_* \lesssim \mu_q$ она важна. Тогда, используя (22)–(24), можно получить:

$$D_1(p) = D_0(p) + D_1(p), \quad (25)$$

где

$$D_0(p) = \frac{c^2}{4} \int_{\mu_q}^1 \frac{(1 - \mu^2) d\mu}{b_*(p, \mu)}, \quad (26)$$

$$D_1(p) = \frac{c^2}{4} \frac{\tau_m(\mu_q)}{|\mu_q|}. \quad (27)$$

Формулы (24)–(27) показывают, что при заданном спектре турбулентности (например, типа (6)) зависимость $D_1(p)$ может быть весьма сложной и вовсе не сводится к обычно принимаемой $D_1(p) \propto p^{2-\alpha}$ [1, 5].

В заключение данного раздела отметим, что влияние ЭМЗ на питч-угловое рассеяние детально рассматривалось в [16]. Однако авторы ограничились рассмотрением случая изотропной турбулентности альвеновских и магнитозвуковых волн с равными плотностями энергии. В этом случае ЭМЗ полностью обуславливался последними. Поэтому все формулы настоящего раздела, за исключением (22)–(24), отличаются от [16]. Кроме того, в [16] не изучен случай наличия «щели», $|\mu| < \mu_q$, и не учтено уширение контура, $b_*(\mu)$ (нелинейное и квазилинейное). Влияние «щели» на питч-угловое рассеяние впервые исследовалось в работе [17].

4. Определение параметров турбулентности α -волн в «корональной» фазе МЗС по данным о $D(E)$. Для оценок примем следующие параметры [4]: концентрация плазмы $n_p = 10^{-2} \text{ см}^{-3}$, $v_a = 6 \cdot 10^8 \text{ см/с}$, протонная гирочастота $\omega_{H1} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Гц}$. Для конкретности рассмотрим два случая анизотропии:

1) Одномерная турбулентность со спектром (9) и $\xi_+ = 1$, $\xi_- = 0$ и
 2) Изотропная турбулентность со спектром (11) и $\xi_{\pm} = 1$. Величины ν , $\omega_{\min}$, $\omega_{\max}$, ω_0 , W_0 подлежат определению из сравнения соответствующих формул с "экспериментальными" данными о $D(E)$.

Удобно несколько перенормировать ω_0 и W_0 , введя резонансную частоту $\omega_r = v_a/R_H(E_r) = |\Omega_e| v_a/c$, соответствующую энергии E_r . Относительная плотность энергии турбулентности в частотном интервале $\delta\omega \sim \omega$ будет:

$$\frac{\Delta W_a(\omega)}{W_M} = \frac{\Delta W_a(\omega_r)}{W_M} \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{1-\nu}. \quad (28)$$

С учетом этого (7), (8) переписуются так:

$$b_s(E, \mu) = b_s(E) \Psi(E, \mu, \nu), \quad (29)$$

$$b_s(E) = \frac{\pi^2}{2} \omega_{Hi} \frac{\Delta W_a(\omega_r)}{W_M} \left(\frac{m_p c^2}{E_r} \right) \left(\frac{E}{E_r} \right)^{\nu-2}. \quad (30)$$

А) Случай одномерной турбулентности α -волн. Рассмотрение начнем с энергий $E > E_q$. Если $\omega_{\max} \sim \omega_{Hi}$, то $E_q \sim 1$ ГэВ. При этом $b_s(\mu)$ не обращается в нуль в области $|\mu| \approx 0$. Более того, поскольку $\Psi(\mu) = |\mu|^{\nu-1}$, то при $\nu < 2$ область $|\mu| \ll 1$ дает меньший вклад в интеграл, чем $\mu \sim 1$. Оценки нелинейного уширения и ЭМЗ показывают их несущественность для энергий частиц $E \gg E_q$ по сравнению с квазилинейным рассеянием. Поэтому в первом приближении их можно не учитывать. Тогда

$$\int_{\mu_0}^1 (1 - \mu^2) d\mu / \Psi(\mu, \nu) = 1/(2 - \nu)(3 - \nu) + o(\mu_0^{2-\nu}),$$

$$D_1(E) \approx \frac{c^2}{\omega_{Hi}} \frac{W_M}{\Delta W_a(\omega_r)} \left(\frac{E_r}{m_p c^2} \right) \left(\frac{E}{E_r} \right)^{2-\nu} \alpha, \quad (31)$$

где $\alpha^{-1} = 2\pi^2(2 - \nu)(3 - \nu)$.

Из сравнения (31) с (2) следует $\nu = 1.7$. Полагая теперь $E = E_r = 10$ ГэВ и $D(E = 10 \text{ ГэВ}) = 3 \cdot 10^{28} \text{ см}^2/\text{с}$, получим:

$$\frac{\Delta W_a(\omega_r)}{W_M} \approx 1.5 \cdot 10^{-6} \quad (32)$$

(ω_r соответствует энергии $E_r = 10$ ГэВ).

Рассмотрим теперь энергии $E < E_q$ (при $E_q \sim 1$ ГэВ эта область охватывает релятивистские электроны ГКЛ). Из оценок отражения

для $E \geq E_q$ следует, что при $E < E_q$ реализуется случай $\mu_e \leq \mu_q$, когда справедливы формулы (25)–(27). При этом $D_0(E)$ описывается по-прежнему соотношением (31). Отметим, что т. к. ширина „щели“ увеличивается с уменьшением E , см. (15), то для переброса частиц через „щель“ за счет ЭМЗ требуются гармоника все большей амплитуды, приходящиеся на длинноволновую часть спектра согласно (21) с $\nu > 1$. В этих условиях время отражения $\tau_m(\mu)$ может увеличиваться с ростом μ , что приведет в соответствии с (27) к росту $D_1(E)$ при уменьшении E ($1 < \nu < 2$). Эти рассуждения, естественно, справедливы, если $\lambda_m(\mu) < \lambda_{\max}$. Учитывая его, совместно с (15) и (21), получим ограничение на E снизу: $E > E_1$, где

$$\frac{E_1}{E_r} = \left(\frac{W_M}{\Delta W_a(\omega_r)} \right)^{1,2} \left(\frac{\omega_{\min}}{\omega_r} \right)^{\frac{\nu-1}{2}} \frac{v_a}{c} \frac{|\omega_{H\alpha}|}{\omega_{\max}} \frac{m_e c^2}{E_r} \quad (33)$$

Ясно, что при $E < E_1$ отражение от длинных волн отсутствует и $D_1(E) \sim D_1(E) \rightarrow \infty$. Пользуясь соотношениями (25)–(27) и (31), можно показать, что при $\mu_q > \mu_m$ ($E_1 < E < \tilde{E}$) $D_1(E) \propto E^{-\frac{4-2\nu}{\nu-1}}$, а при $\mu_q < \mu_m$ ($\tilde{E} < E < E_q$) $D_1(E) \propto E^1$. Здесь $\tilde{E}$ определяется из условия $\mu_q(E) = \mu_m(E)$.

Сделаем оценки $D_1(E)$, полагая $\omega_{\max} \sim \omega_{H\alpha}$, $E_r \approx 10$ ГэВ, $\nu = 1.7$ и $\Delta W_a(\omega_r)/W_M \sim 1.5 \cdot 10^{-6}$. Тогда $E_q \sim 1$ ГэВ и $\tilde{E} \lesssim 1$ ГэВ. Оценивая E_1 с помощью (33), найдем: $E_1 \approx 0.1 (\omega_{\min}/\omega_r)^{0.35}$ ГэВ $\lesssim 0.1$ ГэВ. При этом $\mu_q(0.1 \text{ ГэВ}) \approx 2 \cdot 10^{-3}$ и $D_1(0.1 \text{ ГэВ}) \approx 3 \cdot 10^{29} \text{ см}^2/\text{с}$. Если $E_1 < E < \tilde{E}$, то $D_1(E) \propto E^{-6/7}$. Сравнивая вычисленный $D_1(0.1 \text{ ГэВ})$, с $D_0(E) = 3 \cdot 10^{28} (E/10 \text{ ГэВ})^{0.3} \text{ см}^2/\text{с}$, мы видим, что в области $E < E_q \sim 1$ ГэВ $D_1 \gtrsim D_0$. Приблизительная зависимость $D_1(E) = D_0(E) + D_1(E)$ при $0.01 \text{ ГэВ} < E < 100 \text{ ГэВ}$ показана на рис. 2.

Если принять $\omega_{\max} \ll \omega_{H\alpha}$ то из (16) вытекает $E_q \gg 1$ ГэВ т. е. график на рис. 2 сместится вправо, что будет противоречить эксперименту. Отсюда можно сделать вывод, что

$$\omega_{\max} \sim \omega_{H\alpha} \quad (34)$$

В) Случай изотропной турбулентности а-волн. Рассмотрим сначала $E > E_q$. Тогда для коэффициента диффузии нетрудно получить формулу, аналогичную (31), с другим множителем α :

$$a_v = \frac{1}{\pi} \int_{\mu_*}^1 \frac{(1 - \mu^2) d\mu}{\Psi_v(\mu) \mu^{v-1}}, \quad (35)$$

куда зависимость от E входит через $\mu_*(E)$. Поскольку при $\mu \ll 1$ $\Psi_v(\mu) \approx C_v \mu^2$, то для $v > 0$ основной вклад в (35) дает область $\mu \sim \mu_*$. Тогда $a_v(E) \approx \mu_*^{-v}/\pi v C_v$. Здесь мы не учитывали уширение резонансов и считали, что $\mu_* \gg v_* c$. Оценим теперь $\Delta \mu_n$. Подставляя $\Psi(\mu) \sim |\mu|^{v+1}$ в (20), получим: $|\mu|^{1-v} \sim b_v(E)/|\Omega_v(E)| \ll 1$. При $v > 1$ последнему условию невозможно удовлетворить в области $\mu \ll 1$. Поэтому ниже не будем учитывать уширение резонансов.

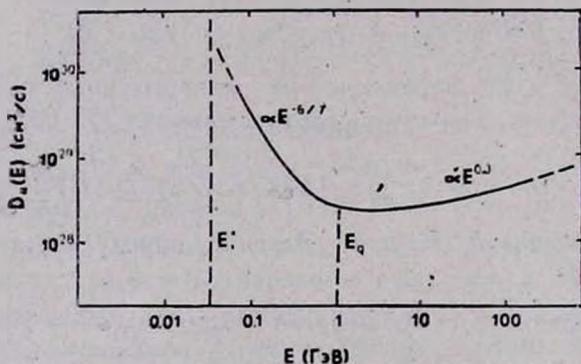


Рис. 2. Зависимость $D_1(E)$ в одномерной модели турбулентности α -волн (см. текст).

Определив теперь μ_* в условиях $\mu_* \gg \mu_m$, можно найти коэффициент диффузии. После несложных вычислений удастся получить:

$$D_1(E) = \frac{\tilde{a}_v c^2}{\omega_{Hi}} \left(\frac{W_M}{\Delta W_\alpha(\omega_r)} \right)^{1-\delta(v)} \left(\frac{E_r}{m_p c^2} \right) \left(\frac{E}{E_r} \right)^{\kappa(v)}, \quad (36)$$

где

$$\kappa(v) = 2 - v + \frac{v(v-2)(v-1)}{v^2 - 3v + 4}, \quad \delta(v) = \frac{v(v-2)}{v^2 - 3v + 4},$$

$$\tilde{a}_v = (\pi v C_v)^{-1} \left(\frac{2}{\pi^2 C_v} \right)^{\frac{v(v-1)}{v^2 - 3v + 4}}.$$

Таким образом, для согласования $D_1(E)$ с экспериментом решим уравнение $\kappa(v) = 0.3$. Из двух существующих корней лишь один имеет

физический смысл, а именно корень $\nu_1 = 1.5$, с которым и проделаем дальнейшие оценки. По аналогии с (32) имеем:

$$\frac{\Delta W_a(\omega_r)}{W_M} \approx 1.2 \cdot 10^{-4}. \quad (37)$$

Далее, найдем $\mu_s \approx 0.04 (E/E_r)^{0.14}$ и сравним с $\mu_m \approx 10^{-2} (E/E_r)^{0.5}$. Видно, что при $E \geq 10$ ГэВ $\mu_s > \mu_m$ и результат (37) корректен. Проверим также выполнение условия $\lambda_m(\mu) < \lambda_{\max}$, которое сводится к следующему: $\mu_s < \left(\frac{\omega_r}{\omega_{\min}} \right)^{\frac{\nu-1}{2}} \left(\frac{\Delta W_a(\omega_r)}{W_M} \right)^{1/2}$. Подставляя сюда $\nu_1 = 1.5$, $\mu_s = 0.04$ и (37), для $E = E_r = 10$ ГэВ, получим:

$$\omega_{\min}/\omega_r \lesssim 10^{-3}. \quad (38)$$

При нарушении этого неравенства ЭМЗ не работает, и в качестве μ_s в (35) следует подставить ν_a/c (см. раздел 3). Тогда $D_1(E) \propto E^{2-\nu}$ и для $\nu = 1.7$ получим $a \sim 10^{-6}$. При этом получается $\Delta W_a(\omega_r)/W_M \sim 0.1$, что кажется маловероятным.

Теперь рассмотрим область энергий $E < E_q$, когда образуется „щель“. Сравним величины μ_q и μ_s . Если окажется, что $\mu_q(E) < \mu_m(E)$, то область $|\mu| < \mu_q$ не вносит вклада в рассеяние. Для оценок положим $\omega_{\max} \sim \omega_{Hr}$, $\Delta W_a(\omega_r)/W_M \sim 2 \cdot 10^{-4}$ и $\mu_s \approx 0.04 \cdot (E/E_r)^{0.14}$. Равенство $\mu_q = \mu_s$ выполняется при $E = E_2^* \approx 3 \cdot 10^{-3}$ ГэВ (а при $E > E_2^*$ μ_s превышает μ_q). Для $E < E_2^*$ величина $D_1(E)$, определяемая формулами (25)–(27), будет расти с уменьшением энергии, как показано на рис. 2. Однако этот рост начнется не от $E \sim E_q \sim 1$ ГэВ, как в одномерном случае, а от E_2^* благодаря большой роли ЭМЗ. Напомним, что мы считали $\omega_{\max} \approx \omega_{Hr}$. Наоборот, если потребовать, чтобы было $E_2^* \lesssim 1$ ГэВ, то опять-таки для $E = E_r = 10$ ГэВ получим:

$$\omega_{\max}/\omega_r \gtrsim 4 \cdot 10^{-3}. \quad (39)$$

5. Обсуждение полученных результатов. С нашей точки зрения, наиболее интересными являются следующие результаты:

1) Кинетический коэффициент $b_s(p, \mu)$ является четной функцией μ при произвольной степени анизотропии турбулентности а-волн. Это важно при определении анизотропии ГКЛ [1].

2) В случае «одномерной» турбулентности а-волн сравнение теории с наблюдениями позволяет сделать следующие выводы:

а) При $E > E_q$ ЭМЗ и уширение резонансов несут существенны, так что $D_1(E) \propto E^{2-\nu}$.

б) Уровень турбулентности, обеспечивающий $D_1(10 \text{ ГэВ}) \approx 3 \cdot 10^{28} \text{ см}^2/\text{с}$ составляет $\Delta W_a(\omega_r)/W_M \sim 10^{-6}$.

в) При $E < E_q$ $D_1(E)$ возрастает с уменьшением E (см. рис. 2). Из того, что такое нарастание не наблюдается при $E \geq 1 \text{ ГэВ}$, можно сделать вывод, что $\omega_{\max} \sim \omega_{Hi}$ (см. (34)).

г) Частота $\omega_{\min}$ ограничена лишь условием $\omega_r(E) > \omega_{\min}$.

3) Рассмотрение изотропной турбулентности приводит к следующему:

а) ЭМЗ вносит существенный вклад в рассеяние, благодаря чему $D_1(E) \propto E^{\nu_1}$ (см. (36)), причем зависимости $D(E) \propto E^{0.3}$ отвечает один из двух возможных корней $\nu_1 = 1.5$.

б) В области $E > E_q$ при $\nu_1 = 1.5$ получаем $\Delta W_a(\omega_r)/W_M \sim 10^{-4}$, что на два порядка больше, чем в одномерном случае.

в) Ограничения на частотный интервал: $\omega_{\max} > 4 \cdot 10^{-3} \omega_{Hi}$ и $\omega_{\min} < 10^{-3} \omega_r$ ($E_r = 10 \text{ ГэВ}$) (см. 38), (39)).

г) Нелинейное уширение резонансов мало сказывается на рассеянии в области $\mu \approx 0$.

Отметим, что полученные результаты не позволяют отдать предпочтение одномерной или изотропной модели турбулентности а-волн в МЗС. Они лишь указывают необходимый спектральный интервал, интенсивность и форму спектра, которым должна удовлетворять каждая модель. Расчет этих характеристик представляет собой задачу, выходящую за рамки данной работы.

В заключение авторы благодарят И. Н. Топтыгина и А. Д. Каминкера за плодотворное обсуждение рассмотренных вопросов.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР

DETERMINATION OF THE INTERSTELLAR TURBULENCE PROPERTIES USING GALACTIC COSMIC RAY DIFFUSION COEFFICIENT DATA

V. N. FEDORENKO, V. M. OSTRYAKOV

We consider the pitch-angle scattering of the relativistic particles on the turbulence of Alfvén waves. We have taken into account the

resonant scattering on the harmonics $\lambda \lesssim R_H(E)$ (λ being the wavelength, $R_H(E)$ — relativistic giroradius), and the particle mirroring from the harmonics with $\lambda \gg R_H(E)$. We have found that given any anisotropic distribution of the waves the pitch-angle kinetic coefficient is an even function of the pitch-angle cosine. In the case of the power-spectrum turbulence we consider two types of its anisotropy: A — one dimensional; B — isotropic turbulence. Comparison of the theory with the galactic cosmic ray diffusion coefficient data enables us to estimate the Alfven wave turbulence parameters which turn to be substantially different in the cases of A and B.

ЛИТЕРАТУРА

1. Астрофизика космических лучей, ред. В. Л. Гинзбург, Наука, М., 1984.
2. И. Н. Топтыгин, Космические лучи в межпланетных магнитных полях, Наука, М., 1983.
3. В. И. Алтуни, Астрон. ж., 58, 534, 1981.
4. C. F. McKee, J. P. Ostriker, Astrophys. J., 218, 147, 1977.
5. V. L. Ginzburg, V. S. Ptuskin, Rev. Mod. Phys., 48, 161, 1976.
6. V. L. Ginzburg, V. S. Ptuskin, V. N. Tsytovich, Astrophys. and Space Sci., 21, 13, 1973.
7. В. Н. Федоренко, Препр. ФТИ, № 765, Ленинград, 1981.
8. В. Н. Федоренко, Астрон. ж., 60, 1102, 1983.
9. E. A. Foote, R. M. Kulsrud, Astrophys. J., 233, 302, 1979.
10. A. Achterberg, Astron. and Astrophys., 98, 161, 1981.
11. Б. А. Гальперин, И. Н. Топтыгин, А. А. Фрадкин, Ж. эксперим. и теор. физ., 60, 972, 1971.
12. I. N. Topchygin, Astrophys. and Space Sci., 20, 329, 1973.
13. В. Н. Федоренко, Препр. ФТИ, № 995, Ленинград, 1986.
14. R. M. Kulsrud, W. F. Pearce, Astrophys. J., 156, 445, 1969.
15. D. B. Melrose, D. G. Wentzel, Astrophys. J., 161, 457, 1970.
16. C. J. Cesarsky, R. M. Kulsrud, Astrophys. J., 185, 153, 1973.
17. G. D. Holman, J. A. Ionson, J. S. Scott, Astrophys. J., 228, 576, 1979.
18. H. J. Volk, Astrophys. and Space Sci., 25, 471, 1973.
19. F. C. Jones, T. B. Kaiser, T. J. Birmingham, Phys. Rev. Lett., 21, 347, 1973.
20. Б. А. Тверской, Ж. эксперим. и теор. физ., 52, 483, 1976.
21. В. Н. Цытович, Нелинейные эффекты в плазме, Наука, М., 1966.
22. К. Н. Степанов, Ж. эксперим. и теор. физ., 34, 1293, 1958.
23. М. А. Лившиц, В. М. Остряков, В. Н. Федоренко, Препр. ФТИ, № 891, Ленинград, 1984.
24. В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе, Волны в магнитоактивной плазме, Наука, М., 1970.