УДК: 52—823

К ТЕОРИИ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ

Р. М. АВАКЯН, А. В. САРКИСЯН

Поступила 25 марта 1986

Принята к печати 10 октября 1986

Рассмотрены свойства вырожденной звездной материи в области ядерной плотности. Найден порог перехода электронноядерной фазы в состояние сплошной ядерной материи.

1. В теории вырожденного звездного вещества решающим является правильное представление о свойствах ядерного вещества при плотностях порядка $\rho_0 \approx 3 \cdot 10^{14}$ г/см³. Ими во многом определяется ряд важных характеристик вырожденной плазмы при плотностях как выше, так и ниже ядерной. В частности, уравнение состояния вырожденного сверхплотного вещества в значительной мере определяется состоянием ядерной материи, если, конечно, учесть, что при $\rho \ll \rho_0$ и $\rho \gg \rho_0$ асимптотики этого уравнения нам известны. Теория вырожденной сверхплотной плазмы развивалась в основном в работах [1—6] и в ряде других. Несмотря на многочисленные работы, в некоторых важных вопросах теории ядерной материи еще не имеется единого мнения. Настоящая работа посвящена изучению состояния ядерной материи с целью внести большую ясность в наши представления о ней.

В 70-е годы в работах [5—12] и многих других, ссылки на которые можно найти в монографии [7], было показано, что представление о ядерном веществе, состоящем из нейтронов, сравнительно небольшого числа протонов и компенсирующих их заряд электронов, нуждается в существенном уточнении. Оказывается, что это состояние нестабильно относительно фазового перехода $\text{pre} \rightarrow \text{pre} \pi^-$. Будучи бозонами, π -мезоны конденсируются на уровень с возможной наименьшей энергией. Этот уровень соответствует ρ -состоянию пиона, поскольку только в этом случае ядерное взаимодействие пиона с нерелятивистскими нуклонами имеет характер эффективного притяжения. В вышеупомянутых работах для плотности порога формирования пионного конденсата были получены значения в пределах $\rho_0 \lesssim \rho \lesssim 2\rho_0$. Неоднозначность в вопросе этого порога обусловлена рядом

причины (неточное знание взаимодействия пиона в ядерном веществе и ошибки, неизбежно возникающие при расчете полной энергии пионов). При вычислении энергии ядерной материи состояние пионов описывалось плоской волной, содержащей кроме p -волны и другие сферические гармоники, неизбежно приводящие к увеличению полной энергии, а следовательно, и к повышению порога образования конденсата.

В работах [5—7, 11, 12] была замечена важная деталь, а именно, предпочтительность формирования конденсата отрицательных пионов. Более того, имеется реальная возможность существования отрицательных пионов в тяжелых ядрах, поскольку помимо уменьшения энергии системы благодаря сильному p — волновому притяжению пионов, их появление сопровождается уменьшением кулоновской энергии [5, 6]. В случае же сплошной ядерной материи образование именно π^- -конденсата энергетически также оказывается выгодным, поскольку существенно замедляет рост граничной энергии электронов при повышении плотности. Таким образом, наличие π^+ и π^0 -мезонов в ядерном веществе маловероятно. Ниже мы исследуем состояние сплошной ядерной материи в предположении, что в ней имеются только отрицательные пионы.

В работах [5, 6] исследование явления конденсации π^- -мезонов было проведено с помощью феноменологического подхода, опирающегося на большое число экспериментальных данных о массах тяжелых атомных ядер. При этом использовалась полуэмпирическая формула Вайцзеккера:

$$Mc^2 = (A - Z) m_n c^2 + Z m_p c^2 - c_0 A + c_1 A^{2/3} + c_2 Z^2 / A^{1/3} + c_3 (A - 2Z)^2 / A + c_4 (A - 2Z)^4 / A^3, \quad (1)$$

где $C_0 = 15.75$; $C_1 = 17.8$; $C_2 = 0.71$; $C_3 = 23.7$; $C_4 = -3.5$ МэВ.

Последний член в (1) становится заметным для изобар тяжелых ядер с малыми Z . Он был введен в работе [5]. Анализ экспериментальных данных об энергиях связи тяжелых атомных ядер выявил наличие систематического отклонения их значений в меньшую сторону от вычисляемых по формуле Вайцзеккера (1). В [5] было показано, что это отклонение можно объяснить наличием в ядрах небольшого числа π^- -мезонов, что, как указывалось выше, оказывается энергетически выгодным.

При наличии в ядрах π^- -мезонов формулу Вайцзеккера следует записать в следующем виде [6]:

$$Mc^2 = N_n m_n c^2 + N_p m_p c^2 - c_0 A + c_1 A^{2/3} + c_2 (N_p - N_\pi)^2 / A^{1/3} + c_3 (N_n + N_\pi - N_p)^2 / A + c_4 (N_n + N_\pi - N_p)^4 / A^3 + c_\pi N_\pi + c_3 N_\pi^2 / A, \quad (2)$$

где $A = N_n + N_p$; N_n , N_p и N_π — числа нейтронов, протонов и π^- -мезонов в ядре. Протон, окруженный облаком отрицательного пиона, можно интерпретировать как нейтральный барион, поэтому в шестом и седьмом слагаемых формулы (2) $N_n - N_p$ заменено на $N_n + N_\pi - N_p$. На основании термодинамических соображений число π^- -мезонов было записано в виде:

$$N_\pi = (1 + \alpha) \frac{c_3}{c_3 + c_3'} (A - 2Z) - (1 + \beta) \frac{c_\pi'}{2(c_3 + c_3')} A. \quad (3)$$

Здесь $c_\pi' = c_\pi + m_p c^2 - m_n c^2$. Параметры c_π , c_3' , α и β определялись подгонкой экспериментальных данных об энергиях связи атомных ядер с формулой (2) по способу наименьших квадратов. В результате было найдено: $c_3' = 17.65$ МэВ, $c_\pi = 11.96$ МэВ; $\alpha = -\beta = 0.088$. Формула (2) хорошо описывает массы всех ядер (с точностью сотой доли МэВ на нуклон). Для поставленной нами задачи это вполне удовлетворительная точность. Заметим, что отрицательные мезоны появляются в ядрах с $A \approx 200$. Причем, при заданном массовом числе A с уменьшением Z от его наибольшего значения до наименьшего число π^- -мезонов растет от нуля до 5–7. Считаем необходимым вновь отметить, что речь идет о π^- -мезонах с орбитальным моментом $l = 1$, чему по упрощенным квазиклассическим представлениям соответствует импульс $p_\pi \approx 1.5 m_\pi c$. Такой π^- -мезон можно представить как круговой ток с радиусом $r_0 \approx 10^{-13}$ см.

2. Рассмотрим теперь ядерную материю с фиксированной плотностью $\rho \approx \rho_0$. Как было указано выше, ее состояние в основном определяет свойства вырожденной плазмы в под- и надъядерной области плотностей. В принципе, сплошная ядерная материя может находиться в трех фазовых состояниях: пре, пр π^- и пр π^- е фазах. Разумеется, реализуется та фаза, которой при заданном числе нуклонов соответствует наименьшее значение полной энергии. Ниже мы обсудим все возможности. При этом, поскольку мы имеем дело с фиксированной плотностью, при вычислении энергии предпочтительнее исходить не из специально подобранных ядерных потенциалов, а из формулы Вайцзеккера, в которой с необходимой точностью учтены все тонкости сложных ядерных взаимодействий. Разумеется, в случае сплошной ядерной материи в этой формуле необходимо опустить кулоновский и поверхностный члены.

а) *Ядерное вещество с химическим составом пре.* В соответствии с вышесказанным полная энергия некоторого объема V равна:

$$E = N_n m_n c^2 + N_p m_p c^2 - c_0 N + c_3 (N_n - N_p)^2 / N + \\ + c_4 (N_n - N_p)^4 / N^3 + \left(\frac{3a}{4} \right) \cdot V^{-1/3} N_e^{4/3}. \quad (4)$$

Здесь N_n и N_p — числа нейтронов и протонов, $N = N_n + N_p$ — фиксированное число нуклонов, N_e — число электронов, $a = (3\pi^2)^{1/3} \hbar c = 6.1145 \cdot 10^{-11}$ МэВ см. Последнее слагаемое представляет собой энергию вырожденного ультрарелятивистского электронного газа. Состояние термодинамического равновесия определяется соотношением между химическими потенциалами и условием электронейтральности плазмы:

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e, \quad N_p = N_e. \quad (5)$$

Для химических потенциалов частиц имеем:

$$\mu_e = a n_e^{1/3} = a n_p^{1/3} = a (n y_p)^{1/3}, \quad (6)$$

$$\mu_n = m_n c^2 - c_0 + 2c_3 (y_n - y_p) - c_3 (y_n - y_p)^2 + \\ + 4c_4 (y_n - y_p)^3 - 3c_4 (y_n - y_p)^4, \quad (7)$$

$$\mu_p = m_p c^2 - c_0 - 2c_3 (y_n - y_p) - c_3 (y_n - y_p)^2 - 4c_4 (y_n - y_p)^3 - \\ - 3c_4 (y_n - y_p)^4, \quad (8)$$

где n_k — плотности числа частиц, $n = N/V = 1.7 \cdot 10^{28}$ см⁻³, $y_n = N_n/N$, $y_p = N_p/N = 1 - y_n$. Из первого соотношения (5) получаем:

$$(m_n - m_p) c^2 + 4c_3 x + 8c_4 x^3 = a \left(\frac{n}{2} \right)^{1/3} (1 - x)^{1/3}, \quad (9)$$

где $x = y_n - y_p$. Решая (9), находим:

$$x = 0.984; \quad y_n = 0.992; \quad y_p = 0.008; \\ \mu_e = 67.81 \text{ МэВ}; \quad \mu_n = 944 \text{ МэВ}, \quad \mu_p = 876.12 \text{ МэВ}. \quad (10)$$

Плотность энергии равна:

$$\varepsilon = n \left[\frac{m_n + m_p}{2} \cdot c^2 + \frac{m_n - m_p}{2} c^2 x - c_0 + c_3 x^2 + c_4 x^4 + \right. \\ \left. + (3a/8) (n/2)^{1/3} (1 - x)^{4/3} \right] = 1.605 \cdot 10^{41} \text{ МэВ/см}^3. \quad (11)$$

Как видим, число нейтронов примерно в 125 раз больше числа протонов. При этом нейтроны образуют газ с химическим потенциалом

$$\mu'_n = \mu_n - m_n c^2 = 4.45 \text{ МэВ.}$$

б) Ядерное вещество с химическим составом $\text{пр}\pi^-$. Теперь нужно исходить из формулы (2):

$$E = N_n m_n c^2 + N_p m_p c^2 - c_0 N + c_3 (N_n + N_\pi - N_p)^2 / N + c_4 (N_n + N_\pi - N_p)^4 / N^3 + c_\pi N_\pi + c'_3 N_\pi^2 / N. \quad (12)$$

Для химических потенциалов получаем:

$$\mu_n = m_n c^2 - c_0 + 2c_3 (y_n + y_\pi - y_p) - c_3 (y_n + y_\pi - y_p)^2 + 4c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^3 - 3c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^4 - c'_3 y_n^2; \quad (13)$$

$$\mu_p = m_p c^2 - c_0 - 2c_3 (y_n + y_\pi - y_p) - 3c_3 (y_n + y_\pi - y_p)^2 - 4c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^3 - 3c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^4 - c'_3 y_p^2; \quad (14)$$

$$\mu_\pi = 2c_3 (y_n + y_\pi - y_p) + 4c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^3 + c_\pi + 2c'_3 y_\pi; \quad (15)$$

где $y_\pi = N_\pi / N = y_p = 1 - y_n$. Подставляя (13)–(15) в соотношение

$$\bullet \quad \mu_n = \mu_p + \mu_\pi, \quad (16)$$

приходим к результату:

$$4c_4 y_n^3 + 2(c_3 + c'_3) y_n = c_\pi + 2c'_3 - (m_n - m_p) c^2. \quad (17)$$

Отсюда

$$y_n = 0.591, \quad y_p = y_\pi = 0.409, \\ \mu_n = 938.97 \text{ МэВ}, \quad \mu_p = 887.45 \text{ МэВ}, \quad \mu_\pi = 51.52 \text{ МэВ.} \quad (18)$$

Плотность энергии равна:

$$\epsilon = n [y_n m_n c^2 + y_p m_p c^2 - c_0 + c_3 y_n^2 + c_4 y_n^4 + c_\pi y_p + c'_3 y_p^2] \approx \\ \approx 1.596 \cdot 10^{41} \text{ МэВ/см}^3. \quad (19)$$

в) Ядерное вещество с химическим составом $\text{пр}\pi^-e$. Для этой фазы энергия равна:

$$E = N_n m_n c^2 + N_p m_p c^2 - c_0 N + c_3 (N_n + N_\pi - N_p)^2 / N + c_4 (N_n + N_\pi - N_p)^4 / N^3 + c_\pi N_\pi + c'_3 N_\pi^2 / N + (3a/4) V^{-1/3} N_e^{4/3}. \quad (20)$$

Выражения (13)–(15) химических потенциалов нуклонов и π^- -мезона остаются в силе, а химический потенциал электронов с учетом условия электронейтральности определяется формулой

$$\mu_n = a n_c^{1/3} = a [n (y_p - y_\pi)]^{1/3}, \quad \mu_\pi = \mu_n. \quad (21)$$

Используя соотношения между химическими потенциалами, приходим к уравнениям

$$2c_3 (y_n + y_\pi - y_p) + 4c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^3 - 2c_3' y_\pi = c_\pi - (m_n - m_p) c^2, \quad (22)$$

$$2c_3 (y_n + y_\pi - y_p) + 4c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^3 + 2c_3' y_\pi + c_\pi = a [n (y_p - y_\pi)]^{1/3},$$

причем $y_n + y_p = 1$. Решая эту систему, находим:

$$y_n = 0.591; \quad y_p = 0.409; \quad y_\pi = 0.407;$$

$$y_n = y_p - y_\pi = 2 \cdot 10^{-3}; \quad (23)$$

$$\mu_n = 938.95 \text{ МэВ}; \quad \mu_p = 887.67 \text{ МэВ}; \quad \mu_\pi = \mu_n = 51.28 \text{ МэВ},$$

$$\rho \approx 1.596 \cdot 10^{11} \text{ МэВ/см}^3.$$

Как видим, параметры $\text{пр}\pi^-$ и $\text{пр}\pi^+$ -фаз ядерного вещества практически совпадают. Точность положенной в основу наших расчетов формулы Вайцтеккера не позволяет отдать предпочтение какой-либо из этих фаз. Однако следует иметь в виду, что фаза с равным количеством протонов и пионов все-таки нестабильна из-за наличия электронного канала распада пиона ($\mu_n \gg m_\pi c^2$). Для стабильности пионного конденсата необходима небольшая примесь электронов. В случае ядер эти рассуждения теряют силу, поскольку в них $\mu_\pi \sim m_\pi c^2$ [5]. Как видим из (11) и (23), плотность энергии в $\text{пр}\pi^+$ -фазе меньше, чем в $\text{пр}\pi^-$ -фазе, поэтому в недрах нейтронных звезд должна реализоваться первая из них. Таким образом, приходим к выводу, что сплошная ядерная материя состоит из нейтронов, протонов и π^- -мезонов примерно одинаковой концентрации и сравнительно незначительного количества электронов.

3. Химические потенциалы протонов и нейтронов меньше их энергий покоя, поэтому состояние ядерного вещества сходно с жидкостью, которая при давлениях $\rho \lesssim 10^{34} \text{ эрг/см}^3$ является практически несжимаемой. С увеличением плотности химические потенциалы нуклонов превышают их энергию покоя, в плазме появляются гипероны, образуется адронный газ с примерно одинаковой концентрацией адронов. Основы теории такого вырожденного газа частиц были рассмотрены в пионерской работе В. А. Амбарцумяна и Г. С. Саакяна [1].

Иначе обстоит дело при плотностях ниже ядерной. Здесь нарушается главное изменение плотности. Для установления хода изменения состояния вырожденной плазмы мы должны исходить из условия непрерывности

химического потенциала нейтронов. Очевидно, что при $\rho < \rho_0$ мы будем иметь дело с плазмой, состоящей из атомных ядер и свободных электронов. Если исходить из представления о ядерном веществе с химическим составом пре, в среде должны быть также и свободные нейтроны. Это, так называемая, Аеп-фаза, установленная в работах [2—4]. Из условия непрерывности химического потенциала нейтронов для порога Аеп $\rightarrow$ пре находим:

$$A = 239, \quad Z = 55,$$

$$\rho_{\text{Аеп}} \approx 7.7 \cdot 10^{12} \text{ г/см}^3, \quad \rho_0/\rho_{\text{Аеп}} \approx 37.$$

Однако пре-фаза (а следовательно и Аеп-фаза), на самом деле не реализуется, поскольку имеется энергетически более выгодная пр π -е-фаза. Поскольку в пр π -е-фазе химический потенциал нейтронов меньше $m_n c^2$, она, очевидно, должна сшиваться с фазой вещества, состоящего из атомных ядер и электронов Ае-фаза). В соответствии с вышеразвитыми представлениями плотность энергии в Ае-фазе равна

$$\begin{aligned} \varepsilon = & \frac{n}{A} [N_n m_n c^2 + N_p m_p c^2 - c_0 A + c_1 A^{2/3} + \\ & + c_2 (N_p - N_n)^2 A^{1/3} + c_3 (N_n + N_p - N_\pi)^2 / A + \\ & + c_4 (N_n + N_p - N_\pi)^4 / A^3 + c_5 N_\pi + c_3' N_\pi^2 / A] + \frac{3}{4} a n^{4/3}, \end{aligned} \quad (24)$$

где n — число нуклонов в расчете на единицу объема, n_e — плотность числа электронов, N_n , N_p и N_π — число нейтронов, протонов и π -мезонов в ядре, $A = N_n + N_p$. Химические потенциалы частиц с учетом электронейтральности среды равны:

$$\begin{aligned} \mu_n = & m_n c^2 - c_0 + \frac{2c_1}{3A^{1/3}} - \frac{c_2}{3} A^{2/3} (y_p - y_\pi)^2 + 2c_3 (y_n - y_p + y_\pi) - \\ & - c_3 (y_n - y_p + y_\pi)^3 + 4c_4 (y_n - y_p + y_\pi)^3 - 3c_4 (y_n - y_p + y_\pi)^4 - c_3' y_\pi^2, \\ \mu_p = & m_p c^2 - c_0 + \frac{2c_1}{3A^{1/3}} - \frac{c_2}{3} A^{2/3} (y_p - y_\pi)^2 + 2c_3 A^{2/3} (y_p - y_\pi) - \\ & - 2c_3 (y_n - y_p + y_\pi) - c_3 (y_n - y_p + y_\pi)^2 - 4c_4 (y_n - y_p + y_\pi)^3 - \\ & - 3c_4 (y_n - y_p + y_\pi)^4 - c_3' y_\pi^2, \\ \mu_\pi = & -2c_2 A^{2/3} (y_p - y_\pi) + 2c_3 (y_n - y_p + y_\pi) + \\ & + 4c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^3 + c_5 + 2c_3 y_\pi \end{aligned} \quad (25)$$

$$\mu_p = \alpha \left[\frac{n}{A} (y_p - y_n) \right]^{1/3},$$

где

$$y_n = N_n/A, \quad y_p = N_p/A = 1 - y_n.$$

Химические потенциалы частиц связаны следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} Mc^2 &= N_n \mu_n + N_p \mu_p + N_\pi \mu_\pi, \\ \mu_n &= \mu_p + \mu_\pi, \\ \mu_\pi &= \mu_p. \end{aligned} \quad (26)$$

Подставляя (25) в (26), получим:

$$\begin{aligned} y_p - y_n &= \sqrt{c_1/2c_2 A}, \\ (m_n - m_p) c^2 + 2c_3 (y_n + y_\pi - y_p) + 4c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^2 &= c_\pi + 2c'_3 y_\pi, \\ (m_n - m_p) c^2 + 4c_3 (y_n + y_\pi - y_p) + 8c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^2 - \\ - 2c_2 A^{2/3} (y_p - y_n) &= \alpha n^{1/3} (y_p - y_n)^{1/3}. \end{aligned} \quad (27)$$

Из уравнений (27) определяются зависимости A , y_n , y_p и y_π от n . Верхняя граница Ae-фазы находится из условия равенства химического потенциала нейтронов этой фазы и химического потенциала нейтронов сплошного ядерного вещества:

$$\begin{aligned} \mu_n &= m_n c^2 - c_0 + \frac{2c_1}{3A^{1/3}} - \frac{c_2}{3} A^{2/3} (y_p - y_n)^2 + 2c_3 (y_n + y_\pi - y_p) - \\ &\quad - c_3 (y_n + y_\pi - y_p)^2 + 4c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^3 - \\ &\quad - 3c_4 (y_n + y_\pi - y_p)^4 - c'_3 y_\pi^2 = 938.95 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (28)$$

Решая совместно уравнения (27), (28), приходим к результату:

$$\begin{aligned} A &= 368, \quad N_n = 219; \quad N_p = 149; \quad N_\pi = 81; \\ n_0 &= 6.65 \cdot 10^{24} \text{ см}^{-3}; \quad n = 3.6 \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\frac{n_0}{n} = 472.$$

Таким образом, переход Ae $\rightarrow$ прже сопровождается скачком плотности примерно в 500 раз [6]. Учитывая это обстоятельство, уравнения состоя-

ния вырожденного звездного вещества удобно задавать в виде зависимости $\varepsilon(\rho)$.

В конце Ае-фазы число π^- -мезонов в ядрах составляет 22% от числа нуклонов. При понижении плотности доля π^- -мезонов, монотонно уменьшаясь, обращается в нуль при $\rho = 3.24 \cdot 10^{10}$ г/см³, $A = 84$. Здесь мы имеем в виду массовое число неустойчивых ядер, которое определяется плотностью среды (граничной энергией электронов). При более низких плотностях изменение параметров ядер определяется эффектом нейтронизации [4].

В заключение авторы выражают благодарность Г. С. Саакяну, Э. В. Чубаряну и Л. Ш. Григоряну за обсуждения данной работы и ценные замечания.

Ереванский государственный
университет

ON THE THEORY OF NUCLEAR MATTER

R. M. AVAKIAN, A. V. SARKISSIAN

The properties of degenerate star matter in the sphere of the nuclear density have been considered. The passing threshold from electron-nuclear phase to the phase of continuous nuclear matter has been found.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Амбарцумян, Г. С. Саакян, Астрон. ж., 37, 193, 1960.
2. Г. С. Саакян, Ю. А. Варганян, Сообщ. Бюракан. обсерв., 33, 55, 1963.
3. Р. М. Авакян, Ю. А. Варганян, Г. С. Саакян, Сообщ. Бюракан. обсерв., 43, 57, 1971.
4. Г. С. Саакян, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Наука, М., 1972.
5. Л. Ш. Григорян, Г. С. Саакян, Докл. АН СССР; сер. физ. мат. наук, 237, 299, 1977.
6. L. SH. Grigorian, G. S. Sahakian, Astrophys. and Space Sci., 95, 305, 1983.
7. А. Б. Мицгал, Ж. эксперим. и теор. физ., 61, 2209, 1971.
8. R. F. Sawyer, Phys. Rev. Lett., 29, 382, 1972.
9. D. J. Scalapino, Phys. Rev. Lett., 29, 386, 1972.
10. J. Kogut, J. T. Manassah, Phys. Rev. Lett., 29, 382, 1972.
11. J. M. Irvine, I. R. Rogers, J. Phys. A; Math. and Gen., 3, 1699, 1977.
12. J. M. Irvine, in "Quantum Electrodynamics of Strong Fields", Plenum Pub. Co., N-Y, 1983.