АСТРОФИЗИКА

TOM 25

ДЕКАБРЬ, 1986

выпуск з.

УДК 524.3—17:510.67

РОЛЬ ЭКВИПОТЕНЦИАЛЕЙ И ЭКВИДЕНСИТ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ГАЛАКТИК

С. А. КУТУЗОВ, Л. П. ОСИПКОВ Поступила 10 февраля 1986 Принята к печати 20 июля 1986

Подробно выявляется роль задания уровенных поверхностей потенциала (эквипотенциалей) и плотности (эквиденсит) в общей задаче моделирования галактик. Если заданы эквипотенциали, то уравнение Пужссона позволяет найти пространственную плотность по круговой скорости. Рассмотрена задача определения потенциала и пространственной плотности по экваториальной плотности. Если заданы эквиденситы, то определяется ядро интегрального уравнения, связывающего плотность с круговой скоростью. Получены соответствующие выражения для известных моделей.

1. Введение. При моделировании распределения вещества в галактиках в большинстве случаев в качестве известных из наблюдений функций описания используются плотность в экваториальной плоскости, либо скорость центроида плоских подсистем, отождествляемая с круговой скоростью*, либо обе эти функции [3]. При этом оказываются необходимыми дополнительные предположения о пространственной структуре системы. Обычно принимается сфероидальность эквиденсит (например, [3—6]). Заметим, что если модель представляет собой суперпозицию эллипсоидов различной сплюснутости, то суммарные эквиденситы могут значительно отличаться от эллипсоидов [7].

Вулли [8] (см. также [9]) и Огородников [10] предложили для моделирования нашей Галактики дополнительно использовать ход плотности в вертикальном направлении. При втом для полного построения модели Вулли предположил разделение движений в сферических координатах, а Огородников разделял цилиндрические переменные в выражении для плотности. Ранее методом разделения переменных пользовался Кутре [11].

^{*} Строго говоря, остаточные скорости звезд или давление газа приводят к отличню сморости центронда от круговой даже при отсутствии систематических радиальных движений. Но обычно этим различием пренебрегают (см. [1, 2]).

Для построения пространственных моделей галактик по круговой скорости или закону плотности в экваториальной плоскости можно предположить существование третьего квадратичного интеграла [12—15].

В последнее время наметился путь моделирования галактик, исходящий из выражения для гравитационного потенциала [16—22]. В статье [22] авторы предлагают строить пространственные модели звездных систем посредством раздельного задания эквипотенциальных поверхностей и закона потенциала.

В настоящей работе более подробно исследуется роль задания эквипотенциалей и эквиденсит в построении моделей распределения масс самогравитирующих систем.

2. Роль эквипотенциалей в построении моделей галактик. Пусть осесимметричный потенциал $\Phi(R, z)$ зависит только от одной обобщенной координаты $\xi \in [0, \infty)$, которая является дважды дифференцируемой функцией безразмерных цилиндрических координат р, ζ :

$$\xi^{2} = f(\rho, \zeta), \quad \rho = R/R_{0}, \quad \zeta = z/R_{0}.$$
 (1)

Переход к безразмерным координатам с помощью единицы длины R_0 не умаляет общности и удобен для дальнейшего рассмотрения. Функцию f всегда можно выбрать так, чтобы в плоскости симметрии $\zeta = 0$ выполнялось соотношение

$$f(\rho, 0) = \rho^2. \tag{2}$$

Используя еще единицу потенциала Φ_0 , можно перейти к безразмерным потенциалу и плотности:

$$\varphi(\xi) = \Phi(R, z)/\Phi_0, \quad \nu(\rho, \zeta) = N(R, z)/N_0, \quad (3)$$

где $N_0 = \Phi_0/(4\pi G R_0^2)$, а G — постоянная гравитации. Обычно Φ_0 удобно выбрать так, чтобы в центре системы $\varphi(0) = 1$.

Как и в [22], введем обобщенную круговую частоту $\omega(\zeta)$ соотношением

$$\omega^{2}(\xi) = -2d\varphi(\xi)/d(\xi^{2}). \qquad (4)$$

Функция (;) определяется исключительно законом потенциала. Тогда уравнение Пуассона можно записать в следующем виде [21, 22]

$$\nu(\rho, \zeta) = P_1(\rho, \zeta) \omega^2(\xi) + 2P_2(\rho, \zeta) \frac{d\omega^2(\xi)}{d(\xi^2)}$$
 (5)

Эдесь «весовые» функции P., P. целиком определяются принятым уравнением эквипотенциалей (1):

$$2P_{1}(\rho, \zeta) = \Delta f = \frac{\partial^{2} f}{\partial \rho^{2}} + \frac{\partial f}{\rho \partial \rho} + \frac{\partial^{2} f}{\partial \zeta^{2}},$$

$$4P_{2}(\rho, \zeta) = \left(\frac{\partial f}{\partial \rho}\right)^{2} + \left(\frac{\partial f}{\partial \zeta}\right)^{2},$$
(6)

где Δ — лапласиан; P_{1} пропорционально квадрату градиента ϵ^{2} .

Для полного построения модели теперь достаточно наряду с функцией $f(\rho, \zeta)$ задать закон потенциала φ (;). Соответствующие примеры приведены в работах [21, 22]. При этом не всякий закон потенциала может сочетаться с заданными эквипотенциалями. В [22] найдены ограничения на параметры семейств потенциала Велтманна [23] и Брандта [24].

Однако в том случае, когда на основе уравнения Пуассона (5) отыскивается только плотность в экваториальной плоскости

$$v(\rho, 0) = P_{1}(\rho, 0) \omega^{2}(\rho) + 2P_{2}(\rho, 0) \frac{d\omega^{2}(\rho)}{d(\rho^{2})}, \quad (7)$$

то для принятых в [22] выражений

$$P_{1}(\rho, 0) = 2 + \frac{\varepsilon^{-1} + u}{\varepsilon + u}, \quad u = (1 + \gamma \rho^{2})^{1/2}, \quad P_{2}(\rho, 0) = \rho^{2}, \quad (8)$$

где е, $\gamma \in [0, 1]$ — параметры семейства эквипотенциалей, названные ограничения отпадают. Для закона потенциала Велтманна имеем:

$$\begin{aligned}
\nu(\rho, 0) &= \left\{ 2 + \frac{\varepsilon^{-1} + u}{\varepsilon + u} - (1 - \lambda^{-2} \varphi^2) \left[2 - n + (1 + n) \alpha^{-n} \lambda^n \right] \right\} \omega^2(\rho) \\
\omega^2(\rho) &= \chi \alpha^{-n} \lambda^{n-2} \varphi^3, \quad \lambda^n = \alpha^n - \beta^n \varphi^n, \quad \beta^n = \alpha^n - 1, \\
\varphi(\rho) &= \alpha \left[\beta^n + (1 + \chi \rho^2)^{n/2} \right]^{-1/n}.
\end{aligned}$$
(9)

Для закона потенциала Брандта получается

$$\nu(\rho, 0) = \frac{1 + 2e^{2} + 3eu + (1 - e^{2}) b\rho^{n}}{e(e + u)(1 + b\rho^{n})} \omega^{2}(\rho),$$

$$\omega^{2}(\rho) = \frac{a}{(1 + b\rho^{n})^{3/n}}$$
(10)

Плотности (9), (10) при положительных значениях параметров α , x, a, b, n всюду положительны и при $\rho \rightarrow \infty$ убывают как ρ^{-4} .

Представляет интерес также закон потенциала, используемый Линлен-Беллом [17] и Багиным [19]. В случае (8) ему соответствует

$$\mathbf{v}(\rho, 0) = \left[2 + \frac{\varepsilon^{-1} + u}{\varepsilon + u} + \frac{2 - 5 \, w^4 \varphi^4}{w^2} \rho^2 \right] w^2(\rho),$$

$$\mathbf{w}^2(\rho) = w^2 \varphi^5, \quad \varphi(\rho) = (2\lambda - \lambda^2 + w^4)^{-1/4}, \quad w = (1 - \lambda + \rho^2)^{1/2},$$
(11)

где λ — параметр потенциала ($0 \le \lambda < 1$). Эта плотность также всюду положительна и имеет такую же асимптотику, как и две предыдущие.



Рис. 1. Ход экваториальной плотности для некоторых моделей: 1 — Велтманна (9). a=n=1—потенциал Шустера; 2—Брандта (10), a=b=1, n=3—потенциал Боттлингера; 3—Багина (11), $\lambda=0.8$; 4—нормальной (18). a=1; 5—Шустера (22), a=1, m=5/2. Для моделей 1, 2, 3 параметры эквинотенциалей ($\epsilon=0.1$, $\gamma=0$ (вверху), $\gamma=1$ (винзу).

Если заданы выражения типа (8) и найдена экваториальная плотность, то построить пространственную модель в принципе можно, «надстраивая» эквипотенциали таким образом, чтобы пространственная плотность была физически корректной и чтобы выражения вида (8) служили краевыми условиями уравнений (6).

Выражение (7) можно использовать и для нахождения экваториальной плотности по определяемой из наблюдений кривой вращения плоских подсистем. Поскольку при этом производится дифференцирование обремененной наблюдательными ошибками круговой частоты, данная задача относится к классу некорректных задач.

Можно ли при фиксированной форме эквипотенциалей задать произвольным образом $\nu(\rho, \zeta)$ как функцию координат? Выразив из уравнения (1) ρ как функцию ξ и ζ и подставив ее в (5), будем рассматривать послед-

548

2. 1

нее как обыкновенное дифференциальное уравнение относительно функции $\omega^2(\xi)$. Коэффициенты и свободный член зависят при этом как от переменной дифференцирования так и от координаты , которую нужно считать параметром уравнения. Чтобы ответ на поставленный вопрос был положительным, решение полученного уравнения не должно зависеть от этого параметра. Ясно, что в общем случае это невозможно. Можно, однако, задать какое-либо сечение плотности, например, $v(\rho, 0)$ и этого достаточно для определения из (5) (с учетом соотношения (2)) закона потенциала. Таким образом, задав уравнение эквипотенциалей, можно строить пространственные модели звездных систем по закону плотности в экваториальной плоскости. Разумеется, при этом всякий раз необходимо проверять физическую допустимость модели, в частности, неотрицательность плотности $v(\rho, \zeta)$ при ρ, ζ .

3. Моделирование галактик по закону плотности у (р, 0). Рассмотрим. подробнее описанный выше способ построения моделей. Перепишем (7), обозначая

$$x = p^{2}, Y(x) = \omega^{2}(p), Y'(x) = dY/dx, Q(x) = P_{1}(p, 0), P(x) = 2P_{2}(p, 0), F(x) = v(p, 0).$$
 (12)

Получим, что

$$P(x) Y'(x) + Q(x) Y(x) = F(x).$$
(13)

Это линейное уравнение с переменными ковффициентами. Подстановкой du = dx/P(x) (или делением на ковффициент при производной) уравнение (13) может быть проинтегрировано в квадратурах. Физический смысл имеют только неотрицательные и ограниченные решения Y(x).

В качестве примера рассмотрим эквипотенциали наших работ [21, 22] при значении параметра $\gamma = 0$ (см. формулы (8)). Тогда

$$P(x) = 2x, \quad Q(x) = 2 + \varepsilon^{-1} = \text{const.}$$
 (14)

Здесь $\varepsilon \in [0, 1]$ — структурный параметр сплюснутости, $\varepsilon = 1$ соответствует шару, при $\varepsilon = 0$ в системе выделяется диск. Заметим, что выражения вида (14) получаются и для систем с вллипсоидальными эквипотенциалями, которые фактически рассмотрены в [18, 25]. Однако при этом нельзя построить дискообразные модели.

После подстановки (14) в (13) и интегрирования получаем, что единственное, имеющее физический смысл решение оказывается следующим:

$$Y(x) = \frac{1}{2} x^{-Q/2} \int_{0}^{0} F(u) u^{Q/2-1} du.$$
 (15)

. Из (14) и (15) получаем, что независимо от закона плотности круговая частота на оси вращения $\omega_0 = \omega(0)$ связана с центральной плотностью $\nu_0 = \nu(0, 0)$ соотношением

$$(2+\epsilon^{-1})\omega_0=\nu_0. \tag{16}$$

Это также непосредственно следует из (7), (8). Если из наблюдений известны v₀, w₀, то (16) можно использовать для оценки параметра ^в.

С помощью (15) и (5) можно получить плотность $v(r, \zeta)$ вне экваториальной плоскости, даже не находя потенциал $\varphi(\zeta)$. В частности, на оси $\rho = 0$

 $Y(0, \zeta) = P_1(0, \zeta) Y((q+1-z)^2-1) + 2P_2(0, \zeta) Y'((q+1-z)^2-1), (17)$:rae

$$P_1(0, \zeta) = 3 + \varepsilon^2 (1 - \varepsilon) q^{-3}, \quad P_2(0, \zeta) = (q^2 - \varepsilon^2) [1 + (1 - \varepsilon) q^{-1}],$$
$$q = (\varepsilon^2 + \zeta^2)^{1/2}.$$

(17) можно рассматривать и как уравнение для определения круговой частоты по плотности на оси вращения. В последнее время стали появляться соответствующие наблюдательные данные [26].

Возвращаясь к решению (15) уравнений (13), (14), рассмотрим модель с нормальным законом плотности

$$\mathbf{v}(\mathbf{p}, \mathbf{0}) = \mathbf{v}_{\mathbf{0}} e^{-(\mathbf{p}/\alpha)^{2}}.$$
 (18)

Подставляя (18) в (15), получям, что

$$\omega^{2}(\xi) = \frac{1}{2} \nu_{0}(\xi/a)^{-Q} \gamma(Q/2, \xi^{2}/a^{2}), \qquad (19)$$

где

$$\gamma(b, x) = \int_{0}^{x} e^{-t} t^{b-1} dt = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n} x^{b+n}}{n! (b+n)}$$

— неполная гамма-функция. При произвольных Q потенциал получается только в виде ряда:

$$\varphi(\xi) = 1 - \frac{1}{2} a^2 v_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\xi/a)^{2(n+1)}}{(n+1)! (Q+2n)},$$
(20)

Для сильно сплюснутых систем ($\varepsilon \ll 1$, т. е. $Q \gg 1$) находим из (19), что

:550

$$\omega^{2}(\xi) = \frac{\gamma_{0}}{Q} e^{-(\xi/a)^{2}} + O(Q^{-2}),$$

-т. е. квадрат круговой частоты пропорционален плотности. Можно показать, что при данных эквипотенциалях (14) подобным свойством обладают модели с любым законом экваториальной плотности ν (?, 0).

В сферическом случае s = 1, Q = 3 и

$$\omega^{s}(\xi) = \frac{1}{2} v_{0} \left(\xi/\alpha\right)^{-3} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi\left(\xi/\alpha\right) - \left(\xi/\alpha\right) e^{-\left(\xi/\alpha\right)^{s}} \right], \quad (21)$$

где $\Phi(x)$ — интеграл вероятности. Модели с нормальным законом плотности ранее исследовали Перек [27] и Такасе [28], но они предполагали сфероидальность эквиденсит.

В качестве второго примера рассмотрим закон плотности

$$\nu(\rho, 0) = \nu_0 \left(1 + \rho^2/a^2\right)^{-m}.$$
 (22)

Для различных *т* выражение (22) неоднократно использовалось для аппроксимации хода плотности в скоплениях звезд и галактик (см. [29]). При m = 2 подобный ход плотности соответствует данным Миллера и Прендергаста для галактики NGC 3379, а также первой модели Шмидта нашей Галактики [31]. Напомним, что сферическую модель с m = 2 предложил Костицын [32] как альтернативу известному закону Шустера (m = 5/2) (например, [33]). Примеры несферических моделей с законом плотности (22) в экваториальной плоскости приводит Кузмин [7].

Подставляя (22) в (15), находим, что

$$\omega^{2}(\xi) = \frac{1}{2} v_{0}(\xi/\alpha)^{-Q} B_{\omega}(Q/2, m-Q/2), \qquad (23)$$

где

$$w = (\xi/a)^{2} [1 + (\xi/a)^{2}]^{-1},$$

. a

$$B_{x}(p, q) = \int_{0}^{x} t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt$$

— неполная бета-функция. Для натуральных значений Q, m удается выразить круговую частоту через влементарные функции и найти потенциал. В сферическом случае (Q = 3) Велтманн [29, 34] получил, что

$$\varphi(\xi) = {}_{2}F_{1}(1/2, m-1; 3/2; -(\xi/a)^{2}),$$

где 2F1 — гипергеометрическая функция.

Описанный способ моделирования звездных систем можно применять, понимая под v(p, 0) не обязательно тотальную плотность, а плотность какой-либо подсистемы. Различные подсистемы можно характеризовать своими уравнениями эквипотенциалей, в простейшем случае (14) варьируя параметр сплюснутости є. Однако этот способ обладает следующим существенным недостатком. Для сильно сплюснутых подсистем (13) оказывается уравнением с малым параметром при производной. Поэтому его решеняе будет весьма чувствительно к поведению принятых эквипотенциалей вблизи плоскости симметрии.



Рис. 2. Ход круговой частоты. Цифры обозначают те же модели, что и на рис. 1.. Для моделей 4 — (19) и 5 — (23) пъраметры эквинотенциалей в=0.1, γ =0.

4. Роль эквиденсит в моделировании распределения масс. Пусть плотность будет функцией одного аргумента 7:

$$\eta = g(\rho, \zeta), \quad g(\rho, 0) = \rho, \quad \eta \in [0, \infty).$$
 (24)

Тогда можно [35] установить соотношение между круговой скоростью

$$\upsilon(\rho) = \left[-\rho \partial \varphi(\rho, 0)/\partial \rho\right]^{1/2}$$
(25)

и плотностью у (), имеющее вид

$$v^{2}(p) = \int_{0}^{\infty} v(\eta) K(p, \eta) d\eta. \qquad (26)$$

Если эквиденситы (24) и круговую скорость (25) считать известными функциями, то соотношение (26) следует рассматривать как интегральное

уравнение относительно $v(\eta)$. Выражение для ядра $K(\rho, \eta)$ можно найти следующим путем.

Рассмотрим в точке (ρ , ζ) силу притяжения от элемента массы однородного слоя, заключенного между эквиденситами со значениями экваториальных радиусов η и $\eta + d\eta$. Введем топоцентрическую систему координат (*r*, *l*, *b*), где *r*—расстояние, а *l*, *b* аналогичны галактическим долготе и широте. Цилиндрические координаты ρ_e , ζ_e точки на данной эквиденсите выражаются через топоцентрические очевидным образом:

 $\rho^2 = \rho^2 - 2\rho r \cos b \cos l + r^2 \cos^2 b, \quad \zeta_s = \zeta + r \sin b.$

Подставив эти выражения в (24) и решив получившееся уравнение относительно r, получим расстояния до точек эквиденситы на заданном луче зрения:

$$r_i = r_i(\rho, \zeta, \tau_i, b, l), i = 1, ..., n.$$

Эдесь n — число пересечений эквиденситы данным лучом. Если эквиденсита всюду выпукла, то для внутренней точки (ρ , ζ) n = 1, а для внешней n = 2 (или n = 1 в случае касания). Если же эквиденсита имеет как выпуклые, так и вогнутые области, то для внутренней точки может быть n = 3, а для внешней n = 4.

Пусть элементы слоя на заданном луче вырезаны телесным углом $d\Omega = \cos b \, db \, dl$ с вершиной в точке (р, ζ). Их толщины по лучу суть $|dr_i| \doteq \partial r_i(\rho, \zeta, \eta, b, l)/\partial \eta | d\eta$. Величина безразмерной силы на единицу массы, т. е. ускорения (единица ускорения равна $\Phi_0/(4\pi R_0)$) от каждого элемента будет $v(\eta) | dr_i | d\Omega$. Направляющим косинусом радиальной составляющей ускорения будет — cos b cos l, а вертикальной + sin b. Отсюда получаем следующее дополнение к известной теореме Ньютона ([36], стр. 276).

Если для внутренней точки (ρ , ζ) при одновременной замене b на (-b) и l на $l + \pi$ ни одно из значений $|\partial r_i/\partial \eta|$ и число пересечений n не изменяются, то элементарный слой массы не оказывает притяжения на эту точку.

В таком случае притяжение от элементов слоя, находящихся на диаметрально противоположных случаях, взаимно компенсируется. Напомним, что доказано следующее обращение теоремы Ньютона [37]:

Если однородное тело, ограниченное подобными поверхностями, не оказывает притяжения на точки внутренней полости, то это тело является оллипсоидальным слоем, ограниченным концентрическими подобными и подобно расположенными эллипсоидами.

Отсюда следует, что в случае подобных эквиденсит обрезать, т. е. отбрасывать внешние области за некоторой эквиденситой без изменения гравитационного поля во внутренней части можно только у моделей с әллипсоидальными эквиденситами.

Вернемся к выводу (26). Интегрируя радиальную составляющую ускорения для точки (ρ , 0) по телесному углу, охватывающему слой (сперва по *l*, а затем по *b*), а потом по всем слоям, с учетом (25) придем к (26),. где

$$4\pi K(\rho, \eta) = \rho \iint_{\Omega} \int_{\Omega} \int_{i=1}^{n} |\partial r_i(\rho, 0, \eta, b, l)/\partial \eta| \cos^2 b \cos l \, dl \, db. \qquad (27)$$

В случае сфероидальных эквиденсит с отношением полярной оси к экваториальной

$$g(\rho,\zeta) = (\rho^2 + c^{-2}\zeta^2)^{1/2}.$$
 (28),

Для г имеем квадратное уравнение

$$Ar^2-2Br+D=0,$$

где

$$A = \cos^2 b + c^{-2} \sin^2 b$$
, $B = \rho \cos b \cos l$, $D = \rho^2 - \eta^2$.

Для внешней точки конус, ограничивающий телесный угол, определяется уравнением

 $B^2 - AD = 0.$

Описанный выше метод в случае, когда с не зависит от η дает известное соотношение [38, 39]

$$v^{2}(\rho) = \int_{0}^{\rho} \frac{cv(\eta) \eta^{2}}{V \rho^{2} - e^{2} \gamma^{2}} d\eta, \qquad e^{2} = 1 - c^{2}.$$
(29),

Аналогично выводится соотношение для безразмерного параметра

$$C(\rho) =: \left(-\partial^2 \varphi(\rho, \zeta)/\partial \zeta^2\right|_{\zeta=0}^{1/2}$$
(30)

(его единица равна $\Phi_0^{1/2} R_0^{-1}$). При этом следует продифференцировать по ζ вертикальную составляющую ускорения, а затем положить $\zeta = 0$. После интегрирования получаем:

$$C^{2}(\rho) = \int_{0}^{r} \frac{cv(\eta) \eta^{2}}{(\rho^{2} - e^{2}\eta^{2})^{3/2}} d\eta, \quad e^{2} = 1 - c^{2}.$$
(31)

Если $c \to 0$, то ядро обращается в дельта-функцию, и $C^{*}(\rho) = v(\rho, 0)$.

Описанным способом нетрудно убедиться, что и выражение для потенциала в произвольной точке имеет вид

$$\varphi(\varphi, \zeta) = \int_{0}^{\infty} \gamma(\eta) L(\varphi, \zeta, \eta) d\eta, \qquad (32)$$

где ядро

$$L(p, \zeta, \tau_i) = \frac{1}{8\pi} \int_{\Omega} \int_{l=1}^{n} |dr_i^2(p, \zeta, \tau_i, b, l)/\partial \tau_i| \cos b \, dl \, db \qquad (33),$$

полностью определяется заданными эквиденситами. В случае сферондаль-ных эквиденсит (28) с постоянной сплюснутостью с оказывается [4], что

$$L(\rho, \zeta, \eta) = \begin{cases} \frac{\eta}{e} \arccos \left(\frac{1}{2\rho} \left[\sqrt{\zeta^2 + (\rho + e\eta)^2} - \sqrt{\zeta^2 + (\rho - e\eta)^2} \right] \right), & \eta \leqslant s, \\ \frac{\eta}{e} \arccos e, & \eta \geqslant s, & s^2 = \rho^2 + c^{-2} \zeta^2. \end{cases}$$
(34)

В общем случае, когда заданы эквиденситы (24), для полного определения модели достаточно задать круговую скорость или экваториальный. потенциал и решить относительно плотности интегральное уравнение (26). После этого пространственный потенциал определится выражением (32). С другой стороны, можно непосредственно задать закон плотности $v(\eta)$ и использовать (26) для нахождения круговой скорости v(p) и (32) для определения потенциала $\phi(p, \zeta)$.

Как известно, оба эти способа широко используются при моделировании галактик, причем наиболее распространена модель неоднородного сфероида (28). В первом способе рассматривается интегральное уравнение (29). Решения этого уравнения для различных теоретических выражений функций $\upsilon(\rho)$ и $\bullet(\rho, 0)$ рассматривали Идлис [40], Брандт [24], Кузмин и Маласидзе [41, 42], но при произвольных значениях сплюснутости эквиденсит аналитически решить уравнение (29) оказывается затруднительным. Способы численного решения (29) разрабатывали Бербиджи и Прендергаст [39] и Сизиков [43], применившие их к наблюдательным данным о вращении ряда галактик. Приближенное решение для произвольного закона круговой скорости дано в [44]. Однако решение уравнения (29) представляет собой некорректно поставленную задачу, а известная из наблюдений функция $\upsilon(\rho)$ обременена ошибками, искажающими результат,. повтому требуются специальные методы регуляризации, описанные в. [45, 46]. Во втором способе, задавая для различных подсистем у (7), мы фактически приходим к так называемому «методу Оорта» моделирования звездных систем [33]. Таковы упоминавшиеся выше модели Перека [27], Такасе [28], Эйнасто [6], Иннанена [5] и др.

С чисто теоретической точки зрения интересно, что получится, если одновременно задавать эквипотенциали (1) и эквиденситы (24).. Тогда имеем систему уравнений (5), где надо заменить $v(\rho, \zeta)$ на $v(\tau)$ и (32), где надо заменить $\varphi(\rho, \zeta)$ на $\varphi(\varsigma)$, из которых одновременно определяются $v(\eta)$ и $\varphi(\varsigma)$, если эта система совместна. В общем случае для конфигураций конечной массы эквипотенциали и эквиденситы должны быть различны, как показал Кузмин [47]. Они совпадают только в сферически-симметричных моделях, когда система (5) и (32) вырождается в одно уравнение (тогда $P_1 = 3$, $P_2 = s^2 = \varphi^2 + \zeta^2$, $L = \tau^2/s$ при $\eta \ll s$, $L = \eta$ при $\eta \gg s$). Тем не менее, и в общем случае эта система, по-видимому, не совместна.

Итак, задавая эквипотенциали, мы имеем явное выражение (5) для плотности через потенциал, а задавая эквиденситы, получаем выражение для потенциала (32) через плотность. Задача определения плотности по кривой вращения является некорректной как при использовании выражения (7), так и в случае решения уравнения (26). Очевидно, что первый из втих путей проще.

Авторы признательны участникам семинара К. Ф. Огородникова по звездной динамике за полезное обсуждение работы.

. Ленинградский государственный университет

THE ROLE OF EQUIPOTENTIAL AND EQUIDENSITY SURFACES FOR CONSTRUCTING MODELS OF GALAXIES

S. A. KUTUZOV, L. P. OSSIPKOV

Adopting a form of equipotential surfaces we can find a spatial density of a galaxy on the basis of a circular velocity (using the Pois-.son equation). The problem of finding the spatial model of a system from the equatorial density is analysed. By adopting equidensity surfaces it is possible to determine a kernel of the integral equation connecting a density with a circular velocity. Some examples are given.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. E. M. Barbidge, G. R. Burbidge, K. H. Prendergast, Astrophys. J., 131, 549, 1960.
- 2. Л. М. Генкина, Тр. Астрофиз. ин-та АН Каз.ССР, 17, 56, 1971.
- 3. В. С. Сизиков, Астрофизика, 3, 267, 1967.
- 4. L. Perek, Adv. Astron. and Astrophys., 1, 165, 1962.
- 5. K. A. Innanen, Astrophys. and Space Sci., 22, 393, 1973.
- 6. Я. Э. Эйнасто, Тр. Астрофиз. ин-та АН Каз.ССР, 5, 87, 1965.
- 7. Г. Г. Кузмин, Публ. Тартуск. обсерв., 35, 285, 1966.
- 8. R. Woolley, in "Structure and Evolution of the Galaxy", D. Reidel Publ. Co, Dordrecht, 1971, p. 178.
- 9. Y. Yoshii, H. Sato, Publ. Astron. Soc. Jap., 31, 339, 1979.
- 10. К. Ф. Огоролников, в кн. «Астрометрия и небесная механика», изд. ВАГО АН СССР. М.—Л., 1978, стр. 501.
- 11. R. Coutrez, Commun. Observ. Roy. Belgique, No 15, 1950.
- 12. Г. Г. Кузмин, Докторская диссертация, Тарту, 1969.
- 13. Г. А. Маласидзе, в кн. «Динамика галактик и звездных скоплений», Наука, Каз.ССР, Алма-Ата, 1973, стр. 93.
- 14. А. В. Локтин, Кандидатская диссертация, Свердловск, 1984.
- 15. В. И. Ролионов, Докл. АН Узб.ССР, № 3, 28, 1985.
- 16. Г. Г. Кузмин, Астрон. ж., 33, 27, 1956.
- 17. D. Lynden-Bell, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 123, 447, 1962.
- 18. И. Л. Генкин, Т.р. Астрофиз. ни-та АН Каз.ССР, 7, 16, 1966.
- 19. В. М. Багин, Астрон. ж., 49, 1249, 1972.
- 20. M. Miyamoto, R. Nagat, Publ. Astron. Soc. Jap., 27, 533, 1975.
- 21. С. А. Кутузов, Л. П. Осипков, Аспрон. ж., 57, 28, 1980.
- 22. С. А. Кутузов, Л. П. Осипков, Вестн. ЛГУ, № 1, 99, 1981.
- 23. Ю.-И. К. Велктманн, Актрон. ж., 56, 976, 1979.
- 24. J. C. Brandt, Astrophys. J., 131, 293, 1960.
- 25. Л. П. Осипков, Вестн. ЛГУ, № 7, 151, 1975.
- 26. P. C. van der Krait, L. Searle, Astron. and Astrophys., 95, 105, 1981.
- 27. L. Perek, Contr. Astron. Inst. Brno, 1, No 12, 11, 1954.
- 28. B. Takase, Publ. Astron. Soc. Jap., 9, 16, 1957.
- 29. Ю.-И. К. Велтмани, в кн. «Звездные скопления», изд. Уральск. ун-та, Свердловск. 1979, стр. 50.
- 30. R. H. Miller, K. H. Prendergast, Astrophys. J., 136, 713, 1962.
- 31. M. Schmidt, Bull. Astron. Inst. Netherl., 13, 15, 1956.
- 32. В. А. Костицын, Тр. Главн. Российск. астрофиз. обсерв., 1, 28, 1922.
- 33. К. Ф. Огородников, Динамика звездных систем, Физматгиз, М., 1958.
- 34. Ю.-И. К. Велтманн, Аспрон. ж., 47, 1286, 1970.
- 35. С. А. Кутузов, Тр. Астрофиз. ын-та АН Каз.ССР, 5, 78, 1965.
- 36. А. Н. Крылов, Собрание прудов, т. VII изд. АН СССР, М.-Л., 1936, стр. 276.
- 37. P. Dive, Bull. Soc. Math. France, 59, 128, 1931.
- 38. Г. Г. Кузмин, Публ. Тартуск. обсерв., 32, 211, 1952.
- E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, K. H. Prendergast, Astrophys, J., 130, 739, 1959.

9-915

40. Г. М. Идлис, Т.р. Астрофиз. ин-та АН Каз.ССР. 1, 1961.

41, Г. Г. Кузмин, Г. А. Маласиязе, Публ. Тортуск. обсерв.. 38, 181, 1969.

42. Г. А. Маласилзе, Сообщ. АН Груз.ССР, 102. 334, 1981.

43. В. С. Сизиков, Вестн. ЛГУ, № 1, 137, 1967.

44. Г. Г. Кузмин, С. А. Кутузов, Публ. Тартуск. обсерв., 35, 316, 1966.

45. С. А. Кутузов, В. О. Сергеев, Астрофизника, 14, 473, 1978.

46. Л. М. Генкина, Р. К. Мухаметкалиева, Тр. Астроф. ин-та АН Каз.ССР. 28, 19, 1975.

47. Г. Г. Кузмин, Публ. Тартуск. обсерв., 34, 9, 1963.