

УДК: 52—64

«ФУНКЦИЯ ОТРАЖЕНИЯ» ДЛЯ БЕСКОНЕЧНОЙ АТМОСФЕРЫ  
ПРИ НЕКОГЕРЕНТНОМ РАССЕЯНИИ

А. Г. НИКОГОСЯН

Поступила 22 января 1986

Принята к печати 25 мая 1986

Исследуется вопрос об определении «функции отражения» для бесконечной однородной атмосферы при общих законах некогерентного рассеяния. Указанная величина характеризует угловую и частотную зависимость интенсивности диффузного излучения в плоскости источника. Для ее нахождения используется принцип инвариантности. В общем случае задача сводится к определению вспомогательных функций  $\varphi_{nk}^m(x, \eta)$ , каждая из которых удовлетворяет отдельному интегральному уравнению. При полном перераспределении по частотам и когерентном рассеянии функция отражения находится в явном виде и выражается через хорошо известную в теории переноса функцию  $f(x, \eta) = \lambda \partial \ln \varphi(x, \eta) / \partial \lambda$ . Приводятся результаты численных расчетов.

Бесконечная среда является наипростейшей геометрией, встречающейся в теории переноса излучения. Несмотря на это, задачи многократного рассеяния в бесконечной среде, в особенности если рассеяние предполагается некогерентным, изучены недостаточно полно. Между тем, эти задачи важны, поскольку их решения позволяют судить о световом режиме в глубоких слоях полубесконечной атмосферы и о влиянии тех или иных исходных предположений относительно элементарного акта рассеяния на конечный результат.

Настоящая работа посвящена определению одной из наиболее важных характеристик поля излучения в бесконечной среде — так называемой «функции отражения». Указанная величина допускает вероятностное истолкование в полной аналогии с функцией отражения от полубесконечной атмосферы (для последней мы сохраним общепринятое обозначение  $\rho$ , вместе с тем одноименная величина для бесконечной среды будет обозначаться через  $\rho_\infty$ ). Чтобы разъяснить смысл величины  $\rho_\infty$ , мысленно выберем в среде некоторую плоскость и допустим, что под углом  $\arcs \cos \eta$  к ее нормали падает квант с безразмерной частотой  $x$ . Указанный квант в результате диффузии в бесконечной среде может, вообще говоря, неоднократно

пересекать эту плоскость. Под  $\eta' \rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta) d\eta' dx'$  будем понимать вероятность того, что при многократных рассеяниях в бесконечной среде квант когда-либо пересечет выбранную плоскость под углом  $\arg \cos \eta'$  внутри телесного угла  $2\pi d\eta'$ , имея при этом частоту, принадлежащую интервалу  $(x', x' + dx')$ . Так же, как и в случае полубесконечной атмосферы, углы падения и отражения отсчитываются от двух взаимно противоположных нормалей к выбранной плоскости.

Задача о нахождении величины  $\rho_{\infty}$  при монохроматическом рассеянии обсуждалась в работах В. В. Иванова [1, 2]. Здесь ту же задачу мы рассмотрим при общем законе перераспределения по частотам и направлениям, причем по сравнению с упомянутыми работами выберем более простой и короткий путь, основанный на применении принципа инвариантности. С другой стороны, нужные вспомогательные функции мы введем несколько иначе, в результате чего в простейших случаях когерентного рассеяния и рассеяния с полным перераспределением по частотам последние совпадают с хорошо известными и изученными функциями. При указанных двух механизмах рассеяния функция отражения находится в явном виде.

Приступая непосредственно к нашей задаче, напомним сначала очевидные соотношения, связывающие между собой функции отражения для бесконечной и полубесконечной сред (для краткости ограничимся рассмотрением интегрированных по азимуту величин)

$$\rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta) = \rho(x', \eta'; x, \eta) + \int_0^1 \eta'' d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\infty}(x', -\eta'; x'', \eta'') \rho(x'', \eta''; x, \eta) dx'', \quad (1)$$

$$\rho_{\infty}(x', -\eta'; x, \eta) = \int_0^1 \eta'' d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\infty}(x', \eta'; x'', \eta'') \rho(x'', \eta''; x, \eta) dx''. \quad (2)$$

Первое из приведенных соотношений показывает, что событие, характеризующее плотностью вероятности  $\eta' \rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta)$ , может наступить как при первом же пересечении квантом выбранной плоскости, то есть, в результате диффузного отражения от полупространства (внеинтегральный член в правой части (1)), так и при последующих пересечениях (интегральное слагаемое). Аналогичным образом находит объяснение соотношение (2).

Как известно [3, 4], в том случае, когда функция перераспределения по частотам и направлениям  $r$ , описывающая элементарный акт рассеяния,

представляется в виде билинейного разложения, вопрос о нахождении функции отражения от полубесконечной атмосферы сводится к определению некоторых вспомогательных функций  $\varphi$  из системы функциональных уравнений. Так, например, при чисто доплеровском законе перераспределения для функции  $r$  имеем (см. [3])

$$r(x', x, \gamma) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \sin \gamma} \exp \left\{ -\frac{x'^2 + x^2 - 2xx' \cos \gamma}{\sin^2 \gamma} \right\} = \sum_{k=0}^{\infty} \cos^k \gamma a_k(x') a_k(x) \quad (3)$$

и

$$r(x', \eta'; x, \eta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r(x', x, \gamma) d\varphi = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\eta') P_n(\eta) \sum_{k=n}^{\infty} c_k^n a_k(x') a_k(x), \quad (4)$$

где  $\gamma$  — угол рассеяния;  $P_n(\eta)$  — полином Лежандра  $n$ -ой степени;  $a_k(x) = (\pi^{1/4} 2^{k/2} \sqrt{k!})^{-1} e^{-x^2} H_k(x)$ ;  $H_k(x)$  — полином Эрмита  $k$ -ой степени;  $c_k^n = [(2n+1)k! / 2(k-n)!!(k+n+1)!!] [1 + (-1)^{k+n}]$ .

Используя формулу (4), можно написать

$$\rho(x', \eta'; x, \eta) = \frac{\lambda}{2} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=i}^{\infty} (-1)^j c_j^i \frac{\varphi_{ij}(x', \eta') \varphi_{ij}(x, \eta)}{\eta' v(x) + \eta v(x')}, \quad (5)$$

где

$$\varphi_{nk}(x, \eta) = P_n(\eta) a_k(x) + (-1)^n \eta \int_0^1 P_n(\eta') d\eta' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x', \eta'; x, \eta) a_k(x') dx'. \quad (6)$$

Входящая в (5) величина  $v(x) = \alpha(x) + \beta$ , где  $\alpha(x)$  — профиль коэффициента поглощения;  $\beta$  — отношение коэффициента поглощения в непрерывном спектре к коэффициенту поглощения в центре линии;  $\lambda$  — вероятность переизлучения кванта при элементарном акте взаимодействия его с атомами среды. Как будет показано далее, использование билинейного разложения (4) является важным и при определении функции отражения для бесконечной атмосферы.

Если умножить соотношение (1) на  $\eta P_n(-\eta') a_k(x')$ , а (2) — на  $\eta P_n(\eta') a_k(x')$ , и затем проинтегрировать по всем частотам, а по  $\eta$  — в пределах от 0 до 1, то после сложения полученных результатов в силу (6) придем к следующему уравнению (функции  $\varphi_{nk}(x, \eta)$  и  $\rho(x', \eta'; x, \eta)$ , относящиеся к полубесконечной среде, считаются известными):

$$\begin{aligned} \varphi_{nk}^-(x, \eta) = & \varphi_{nk}(x, \eta) - P_n(\eta) a_k(x) + \\ & + (-1)^n \eta \int_0^1 d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x'', \eta''; x, \eta) \varphi_{nk}^-(x'', \eta'') dx'' \end{aligned} \quad (7)$$

относительно функций

$$\varphi_{nk}^-(x, \eta) = (-1)^n \eta \int_{-1}^1 P_n(\eta') d\eta' \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\infty}(x, \eta; x', \eta') a_k(x') dx'. \quad (8)$$

Важно подчеркнуть, что функции  $\varphi_{nk}^-(x, \eta)$ , в отличие от  $\varphi_{nk}(x, \eta)$ , определяются не из системы интегральных уравнений, а решением отдельного уравнения. В частности, при полном перераспределении по частотам уравнение (7) принимает вид

$$\varphi^-(x, \eta) = \varphi(x, \eta) - a_0(x) + \eta \int_0^1 d\eta' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x', \eta'; x, \eta) \varphi^-(x', \eta') dx', \quad (9)$$

где для краткости записи нулевые индексы у функций  $\varphi_{00}^-$  и  $\varphi_{00}$  опущены.

Из соотношений (5) и (6) нетрудно убедиться (см. также [5]), что уравнению (9) удовлетворяет функция  $a_0(x)f(x, \eta)$ , где  $f(x, \eta) = \lambda \partial \ln \varphi(x, \eta) / \partial \lambda$ . Последняя, как и функция  $\varphi(x, \eta) / a_0(x)$ , зависит, по сути дела, лишь от комбинации  $z = \eta / v(x)$ , так что можно написать

$$\varphi^-(x, \eta) = a_0(x) f(z). \quad (10)$$

При когерентном рассеянии  $\varphi^-(\eta) = f(\eta) = \lambda \partial \ln \varphi(\eta) / \partial \lambda$ .

Функция  $f(z)$ , как было показано в работах [5, 6], играет фундаментальную роль при определении средних чисел рассеяний фотонов в полубесконечной атмосфере. Существуют явное выражение этой функции [7], а также таблицы ее значений [8], которые, однако, мы здесь не приводим.

Знание функций  $\varphi_{nk}^-(x, \eta)$  является достаточным для определения функции отражения для бесконечной среды. Чтобы показать это, необходимо установить связь функции  $\rho_{\infty}$  с величинами, характеризующими элементарный акт рассеяния. Соотношения, которые будут получены, можно

вывести аналитически с использованием понятия функции Грина, как это делается в работе [1]. Однако здесь мы воспользуемся принципом инвариантности, который, как оказывается, можно применить и при определении функции отражения для бесконечной среды, что позволяет написать нужные соотношения сразу.

Рассмотрим сначала функцию  $\rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta)$  ( $\eta' > 0$ ), то есть случай, когда направления падения и отражения кванта лежат в разных полусферах. Впереди исходного кванта частоты  $x$  мысленно выделим слой бесконечно малой оптической толщины, рассчитанной, например, для центральной частоты линии. Учитывая процессы, происходящие в слое (с точностью до членов порядка  $\Delta\tau^2$ , и устремляя  $\Delta\tau$  к нулю, получаем

$$\begin{aligned} \frac{2}{\lambda} [v(x) \eta' + v(x') \eta] \rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta) = & r(x', -\eta'; x, \eta) + \\ & + \eta' \int_{-1}^1 d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\infty}(x', \eta'; x'', \eta'') r(x'', \eta''; x, \eta) dx'' + \\ & + \eta \int_{-1}^1 d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x', \eta'; x'', \eta'') \rho_{\infty}(x'', \eta''; x, \eta) dx''. \end{aligned} \quad (11)$$

Члены, стоящие в правой части уравнений (11), а также появление множителя  $v(x) \eta' + v(x') \eta$  перед  $\rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta)$  можно интерпретировать подобно тому, как это делается в соответствующем уравнении для функции отражения от полубесконечной атмосферы. Поэтому, здесь остановимся лишь на различиях между указанными случаями. Первое различие заключается в том, что в выбранном слое следует принимать в расчет любое рассеяние независимо от направления переизлученного кванта, поскольку каждый такой процесс вносит свой вклад при определении величины  $\rho_{\infty}$ . По этой причине интегрирование по направлениям в интегральных слагаемых, входящих в правую часть (11), в отличие от случая полубесконечной атмосферы охватывает всю сферу. Второе различие заключается в отсутствии в (11) характерного для случая полубесконечной атмосферы нелинейного члена, учитывающего двойное отражение от среды. Дело в том, что процессы такого типа автоматически учитываются в члене

$$[1 - v(x) \Delta\tau/\eta] \rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta) [1 - v(x') \Delta\tau/\eta'],$$

который, в конечном счете, и приводит к появлению множителя  $v(x) \eta' + v(x') \eta$  при  $\rho_{\infty}$  в левой части (11).

Перейдем теперь к выводу соответствующего уравнения для величины  $\rho_-(x', -\eta'; x, \eta)$ . Этот случай, при котором направления падения и отражения кванта лежат в одной полусфере, не имеет своего аналога при рассмотрении полубесконечной атмосферы, поэтому остановимся на нем более подробно. Вновь впереди летящего кванта выделим слой бесконечно малой оптической толщины  $\Delta\tau$ . Одну из границ указанного слоя, на которую под углом  $\arcs \cos \eta$  падает исходный квант, обладающий частотой  $x$ , обозначим через  $A$ . Соответственно, другая граница будет обозначаться через  $A'$ . Чтобы вывести уравнение для функции  $\rho_-(x', -\eta'; x, \eta)$ , необходимо учесть следующие процессы, происходящие в выбранном слое.

1) Квант после многократного рассеяния в бесконечной среде пересекает плоскость  $A$  в заданных интервалах частот и направлений и погибает в выделенном слое. Плотность вероятности такого процесса будет равна

$$v(x') \rho_-(x', -\eta'; x, \eta) \Delta\tau. \quad (12)$$

2) В начале своего полета квант рассеивается слоем назад в сторону границы  $A$  и после многократного рассеяния в бесконечной среде пересекает плоскость  $A$  в заданных интервалах частот и направлений. Выражение для плотности вероятности этого процесса имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda}{2} \frac{\Delta\tau}{\eta} \eta' \int_0^1 d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} \rho_-(x', -\eta'; x'', -\eta'') r(x'', -\eta''; x, \eta) dx'' = \\ & = \frac{\lambda}{2} \frac{\Delta\tau}{\eta} \eta' \int_1^0 d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} \rho_-(x', -\eta'; x'', \eta'') r(x'', \eta''; x, \eta) dx''. \quad (13) \end{aligned}$$

3) Падающий квант рассеивается слоем вперед в сторону границы  $A'$  и после диффузии в среде пересекает обе границы слоя  $A$  и  $A'$  в заданных интервалах частот и направлений. Такой процесс описывается членом вида

$$\frac{\lambda}{2} \eta' \frac{\Delta\tau}{\eta} \int_0^1 d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} \rho_-(x', -\eta'; x'', \eta'') r(x'', \eta''; x, \eta) dx''. \quad (14)$$

4) Исходный квант частоты  $x$  беспрепятственно проходит слой, пересекая границу  $A'$ , и в результате диффузии в бесконечной среде вновь пересекает плоскость  $A'$  в заданных интервалах частот и направлений. Для плотности вероятности такого процесса имеем

$$[1 - v(x) \Delta\tau/\eta] \eta' \rho_{\infty}(x', -\eta'; x, \eta). \quad (15)$$

Однако, как нетрудно понять, далеко не всегда при таком процессе квант, до того, как пересечь границу  $A'$ , пересекает также и границу  $A$ , а если пересекает, то не всегда он будет принадлежать тем же интервалам частот и направлений, в каких он оказывается при падении на границу  $A'$ . Поэтому, очевидно, что из (15) следует вычесть плотности вероятностей тех процессов, которые не сопровождаются пересечением плоскости  $A$  квантом, находящимся в заданных интервалах частот и направлений. Возможны два таких процесса. В первом случае квант пересекает границу  $A'$  в нужных интервалах частот и направлений лишь после того, как в конце своего полета, двигаясь в слое по направлению к границе  $A$ , испытывает рассеяние назад в сторону границы  $A'$ . Такой процесс характеризуется плотностью вероятности

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda}{2} \Delta\tau \int_0^1 d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x', \eta'; x'', -\eta'') \rho_{\infty}(x'', \eta''; x, \eta) dx'' = \\ & = \frac{\lambda}{2} \Delta\tau \int_{-1}^0 d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x', \eta'; x'', \eta'') \rho_{\infty}(x'', -\eta''; x, \eta) dx''. \end{aligned} \quad (16)$$

Наконец, во втором случае рассматриваемый квант перед тем, как пересечь границу  $A'$ , пересекает и границу  $A$ , но в других интервалах частот и направлений. Однако двигаясь в слое в сторону границы  $A'$ , указанный квант подвергается рассеянию и переизлучается в сторону границы  $A'$  под углом  $\arcs \cos \eta'$  внутри телесного угла  $2\pi d\eta'$  и в промежутке  $(x', x' + dx')$ . Таким образом, из (15) следует помимо (16) вычесть также следующую величину:

$$\frac{\lambda}{2} \Delta\tau \int_0^1 d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x', \eta'; x'', \eta'') \rho_{\infty}(x'', -\eta''; x, \eta) dx''. \quad (17)$$

Складывая все написанные члены с соответствующими знаками и приравнявая их величине  $\eta' \rho_{\infty}(x', -\eta'; x, \eta)$ , находим

$$\begin{aligned} & (2/\lambda) [v(x) \eta' - v(x') \eta] \rho_{\infty}(x', -\eta'; x, \eta) = \\ & = \eta' \int_{-1}^1 d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{\infty}(x', -\eta'; x'', \eta'') r(x'', \eta''; x, \eta) dx'' - \\ & - \eta \int_{-1}^1 d\eta'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x', \eta'; x'', \eta'') \rho_{\infty}(x'', -\eta''; x, \eta) dx''. \end{aligned} \quad (18)$$

Пользуясь разложением (4), из (11) и (18) будем иметь

$$\begin{aligned} & [v(x)\eta' + v(x')\eta] \rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta) = \\ & = \frac{\lambda}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n P_n(\eta) P_n(\eta') \sum_{k=n}^{\infty} c_k^n a_k(x) a_k(x') \times \\ & \times \left[ (-1)^n + \frac{\varphi_{nk}^{\infty}(x, \eta)}{P_n(\eta) a_k(x)} + \frac{\varphi_{nk}^{\infty}(x', \eta')}{P_n(\eta') a_k(x')} \right]; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & [v(x)\eta' - v(x')\eta] \rho_{\infty}(x', -\eta'; x, \eta) = \\ & = \frac{\lambda}{2} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\eta) P_n(\eta') \sum_{k=n}^{\infty} c_k^n a_k(x) a_k(x') \times \\ & \times \left[ \frac{\varphi_{nk}^{\infty}(x', \eta')}{P_n(\eta') a_k(x')} - \frac{\varphi_{nk}^{\infty}(x, \eta)}{P_n(\eta) a_k(x)} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

При выводе последнего уравнения мы воспользовались свойствами симметрии функции отражения

$$\begin{aligned} \rho_{\infty}(x', -\eta'; x, -\eta) &= \rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta); \\ \rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta) &= \rho_{\infty}(x, \eta; x', \eta'). \end{aligned} \quad (21)$$

Физический смысл первого соотношения заключается в инвариантности поля излучения в бесконечной среде относительно выбора положительной оси отсчета оптических глубин. Второе соотношение выражает принцип обратимости оптических явлений.

Соотношения (19) и (20) показывают, что так же, как и функция отражения от полубесконечной среды, величина  $\rho_{\infty}$  выражается через функции, зависящие от двух переменных. Комбинируя (19) и (20) с (8), для функций  $\varphi_{nk}^{\infty}(x, \eta)$  нетрудно получить систему сингулярных интегральных уравнений. Однако с точки зрения численных расчетов функции  $\varphi_{nk}^{\infty}(x, \eta)$  удобнее определить из отдельных уравнений, задающихся (7).

При полном перераспределении по частотам соотношения (19) и (20) упрощаются и принимают вид

$$\rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta) = \frac{\lambda}{2} \frac{a_0(x) a_0(x')}{v(x)\eta' + v(x')\eta} [1 + f(z) + f(z')], \quad (22)$$

$$\rho_{\infty}(x', -\eta'; x, \eta) = \frac{\lambda}{2} \frac{a_0(x) a_0(x')}{v(x)\eta' - v(x')\eta} [f(z') - f(z)]. \quad (23)$$

Мы видим, что функция отражения для бесконечной среды, зависящая от четырех аргументов, в рассматриваемом случае выражается полностью че-

рез функции одной переменной. Интересную интерпретацию допускает формула (22). Выражение перед квадратными скобками представляет собой не что иное, как коэффициент отражения от полубесконечной атмосферы, если учитывается лишь однократное рассеяние. Записанное в скобках выражение также характеризует процесс переноса излучения в полубесконечной атмосфере. Как показано в [5], оно представляет собой среднее число рассеяний, испытываемых фотоном, падающим на среду под углом  $\arcs \cos \eta$  и с частотой  $x$ , прежде чем он выходит из среды. Однако следует отметить, что таким образом можно истолковать величину  $\rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta)$  лишь в случае полного перераспределения по частотам и когерентного рассеяния. Из формул (22) и (23) также следует, что при любых значениях аргументов имеет место

$$\rho_{\infty}(x', \eta'; x, \eta) \geq \rho_{\infty}(x', -\eta'; x, \eta). \quad (24)$$

Указанное неравенство нетрудно проверить, если принять во внимание, что в рассматриваемом случае  $f(z)/z$  представляет собой неотрицательную монотонно убывающую функцию.

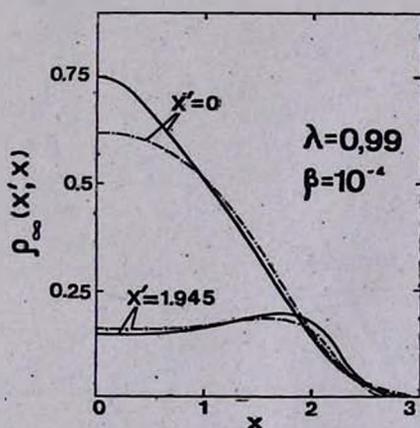


Рис. 1. Зависимость  $\rho_{\infty}$  от  $x$  при фиксированных значениях  $x'$  в одномерном приближении: — — чисто доплеровский закон перераспределения по частотам; — — — — приближение полностью некогерентного рассеяния.

Графики функции отражения для бесконечной среды, рассчитанной для одномерной задачи, изображены на рис. 1 и 2. Величина, обозначаемая через  $\rho_{\infty}(x', x)$ , является аналогом функции  $\rho_{\infty}(x', -\eta'; x, \eta)$  в одномерном приближении. Приводятся результаты вычислений, относящиеся как к чисто доплеровскому закону перераспределения по частотам, так и к приближению полностью некогерентного рассеяния. Из графиков видно, что если исходный фотон принадлежит крыльям линии, то при 13—798

истинном законе величина  $\rho_{\infty}$  принимает свое максимальное значение при  $x' \approx x$ , то есть, также в крыльях линии. Представляет интерес тот факт, что и при полностью некогерентном рассеянии величина  $\rho_{\infty}$  может принимать свое максимальное значение в крыльях линии. Этот эффект, имеющий место и при отражении излучения от полубесконечной атмосферы, объясняется следующим образом. Как было показано в [5], фотоны, отражающиеся в крыльях линии, в среднем претерпевают в среде больше рассеяний, поскольку только в этом случае осуществляется маловероятное событие переизлучения в крыльях. Такие фотоны, очевидно, выходят из среды (или пересекают выбранную плоскость в бесконечной атмосфере) в среднем из более удаленных от границы (плоскости) точек среды. Относительное же количество этих фотонов велико в том случае, когда падающие фотоны принадлежат далеким крыльям линии, а поглощение в непрерывном спектре, характеризуемое величиной  $\beta$ , достаточно мало. При больших значениях  $\beta$  ( $\beta \sim 10^{-1}$ ) описанный эффект ни при каких  $x'$  не наблюдается.

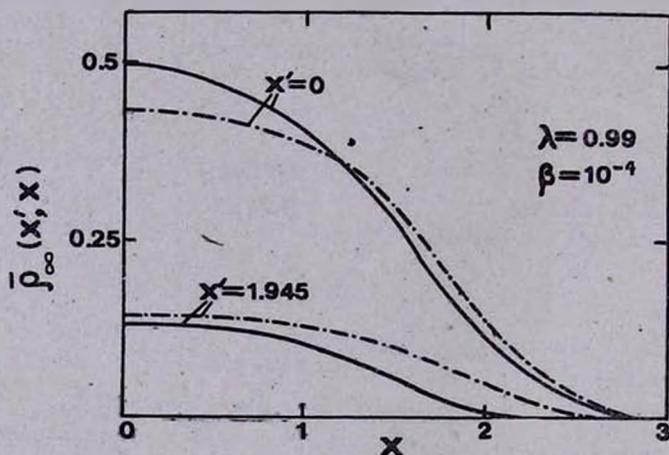


Рис. 2. Зависимость  $\rho_{\infty}$  от  $x$  при отмеченных значениях  $x'$ : — — чисто доплеровский закон перераспределения по частотам; — · — · — приближение полностью некогерентного рассеяния.

В заключение заметим, что, подставляя (22) и (23) в (8) при  $k = n = 0$ , для функции  $\varphi^-(x, \eta)$  (или  $f(z)$ ) получаем сингулярное интегральное уравнение, к которому можно прийти и непосредственно дифференцированием по  $\lambda$  соответствующего уравнения для функции  $(x, \eta)$  (или  $H(z) \equiv \varphi(x, \eta)/\sigma_0(x)$ ).

## THE "REFLECTION FUNCTION" FOR AN INFINITE ATMOSPHERE IN THE CASE OF NON-COHERENT SCATTERING

A. G. NIKOGHOSSIAN

The problem of determination of the "reflection function" for an infinite atmosphere is investigated under general laws of non-coherent scattering. This quantity characterizes the angular and frequent dependence of the intensity of diffuse radiation at the plane of the source. To find the mentioned function the principle of invariance is used. In the general case the problem is reduced to the determination of the auxiliary functions  $\varphi_{nh}^{\pm}(x, \eta)$  by solving the separate integral equations. In the cases of coherent and completely non-coherent scattering the reflection function is found explicitly in terms of the well-known in the radiation transfer theory function  $f(x, \eta) = \lambda \partial \ln \varphi(x, \eta) / \partial \lambda$ . The results of numerical calculations are given.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Иванов, *Астрофизика*, 12, 255, 1976.
2. В. В. Иванов, *Астрофизика*, 12, 565, 1976.
3. А. Г. Никогосян, *Докл. АН СССР*, 235, 786, 1977.
4. А. Г. Никогосян, *Докл. АН Арм.ССР*, 68, 176, 1979.
5. А. Г. Никогосян, *Астрофизика*, 21, 323, 1984.
6. А. Г. Никогосян, *Астрофизика*, 21, 579, 1984.
7. В. В. Иванов, *Перенос излучения и спектры небесных тел*, Наука, М., 1969.
8. Д. И. Нагирнер, *Уч. зап. ЛГУ*, № 381, (Тр. Астрон. обс., 31), 3, 1975.