

УДК: 524.575—65

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ДВУХСЛОЙНЫХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЫЛИНОК

А. Е. ИЛЬИН

Поступила 27 декабря 1985

Принята к печати 15 апреля 1986

Проведены расчеты факторов эффективности для двухслойных цилиндрических частиц с силикатным ядром и ледяной оболочкой. Для диэлектрических частиц найдено, что ядро не оказывает существенного влияния на оптические свойства пылинки, если отношение его радиуса к радиусу оболочки меньше 0.1. Получены выражения для факторов эффективности в релеевском приближении и определена область их применимости.

1. *Введение.* Значительная часть информации о характеристиках межзвездных пылинок поступает из анализа наблюдений межзвездного поглощения, межзвездной линейной и круговой поляризации. Для моделирования этих явлений необходимо знать оптические свойства пылевых частиц.

При интерпретации кривой межзвездного поглощения обычно рассматривают модель сферических пылинок [1]. Однако эта модель неприемлема при исследовании межзвездной поляризации, которая возникает при прохождении излучения через ансамбль несферических, ориентированных частиц. С вычислительной точки зрения проще всего рассматривать межзвездные пылинки в форме круговых цилиндров. В монографиях [1, 2] отмечалось, что если отношение длины цилиндра к радиусу больше четырех, то его оптические характеристики можно рассчитывать по формулам, полученным из решения задачи о дифракции плоской электромагнитной волны на бесконечном круговом цилиндре [3]. Модель таких частиц использовалась для совместной интерпретации наблюдений межзвездного поглощения, межзвездной линейной и круговой поляризации [2].

Согласно современным взглядам [4] наиболее вероятным представляется рост пылевых частиц в межзвездных облаках путем аккреции легких элементов на первоначальных ядрах конденсации, выбрасываемых из атмосфер гигантов и сверхгигантов поздних спектральных классов. В настоящее время является, по-видимому, наиболее привлекательной модель двухслойных, состоящих из ядра и концентрической оболочки, цилиндри-

ческих частиц, предложенная Хонгом и Гринбергом [5]. Она активно используется для интерпретации наблюдений межзвездного поглощения и поляризации [5—7].

В данной работе проведено исследование оптических свойств двухслойных цилиндрических частиц, приводятся результаты расчетов факторов эффективности, получены формулы релеевского приближения и определена область их применимости.

2. Основные соотношения. Рассмотрим двухслойный цилиндр, у которого a_c — радиус ядра, a — радиус оболочки, а $m_1 = n_1 - k_1 i$ и $m_2 = n_2 - k_2 i$ — комплексные показатели преломления вещества ядра и оболочки соответственно. Пусть падающее излучение с длиной волны λ составляет угол $\pi/2 - \alpha$ с осью частицы. Вместо a_c и a используем, как обычно, безразмерные параметры $x_0 = \frac{2\pi a_c}{\lambda}$ и $x = \frac{2\pi a}{\lambda}$. Введем

комплексный фактор эффективности $\tilde{Q} = Q_{\text{ext}} + iQ_q$. Безразмерные величины Q_{ext} и Q_q представляют собой факторы эффективности ослабления и фазового запаздывания, и для цилиндрических частиц длины L они определяются через соответствующие сечения C_{ext} и C_q следующим образом [2]:

$$Q_{\text{ext}, q} = \frac{C_{\text{ext}, q}}{2aL}.$$

В работе [1] показано, что если $L \geq 4a$, то факторы эффективности цилиндрической частицы конечной длины можно вычислять по формулам, полученным для бесконечных цилиндров. Тогда для двух состояний поляризации падающего излучения E и H (ось цилиндра параллельна электрическому и магнитному вектору падающей волны соответственно) можно записать [3]:

$$\tilde{Q}^E = Q_{\text{ext}}^E + iQ_q^E = \frac{2}{x} \left\{ b_0^E + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_n^E \right\}, \quad (1)$$

$$\tilde{Q}^H = Q_{\text{ext}}^H + iQ_q^H = \frac{2}{x} \left\{ a_0^H + 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n^H \right\}, \quad (2)$$

$$Q_{\text{ext}}^{E, H} = Q_{\text{sca}}^{E, H} + Q_{\text{abs}}^{E, H}, \quad (3)$$

$$Q_{\text{sca}}^E = \frac{2}{x} \left[|b_0^E|^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (|a_n^E|^2 + |b_n^E|^2) \right], \quad (4)$$

$$Q_{\text{sca}}^H = \frac{2}{x} \left[|a_0^H|^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (|a_n^E|^2 + |a_n^H|^2) \right]. \quad (5)$$

Здесь $Q_{\text{scat}}^{E,H}$ и $Q_{\text{abs}}^{E,H}$ — факторы эффективности рассеяния и поглощения, а выражения для коэффициентов a_n^E , a_n^H и b_n^E были получены Шахом [8] и приведены к удобной для вычислений форме в работе [9].

Величины $Q_{\text{ext}} = (Q_{\text{ext}}^E + Q_{\text{ext}}^H)/2$, $Q_p = (Q_{\text{ext}}^E - Q_{\text{ext}}^H)/2$, $Q_q = (Q_q^E - Q_q^H)/2$ характеризуют ослабление, линейную поляризацию и фазовый сдвиг электромагнитной волны, прошедшей через ансамбль статически ориентированных частиц одного размера, а произведение $Q_p \cdot Q_q$ определяет круговую поляризацию [2].

При $x \cos \alpha \ll 1$, $x_0 |m_1^2 - \sin^2 \alpha|^{1/2} \ll 1$, $x_0 |m_2^2 - \sin^2 \alpha|^{1/2} \ll 1$, $x |m_2^2 - \sin^2 \alpha|^{1/2} \ll 1$ получаются формулы для факторов эффективности в релеевском приближении. Учитывая поведение функций Бесселя первого рода и Ханкеля второго рода при малых значениях аргумента, из точных выражений для коэффициентов a_n^E , a_n^H и b_n^E [9] получим:

$$Q_{\text{ext}}^E \approx Q_{\text{abs}}^E \approx -\frac{\pi x}{2} \text{Im} [q^3 (m_1^2 - m_2^2) + (m_2^2 - 1)] \cos^2 \alpha - \pi x \text{Im} (z) \sin^2 \alpha, \quad (6)$$

$$Q_{\text{ext}}^H \approx Q_{\text{abs}}^H \approx -\pi x \text{Im} (z), \quad (7)$$

$$Q_q^E \approx \frac{\pi x}{2} \text{Re} [q^3 (m_1^2 - m_2^2) + (m_2^2 - 1)] \cos^2 \alpha + \pi x \text{Re} (z) \sin^2 \alpha, \quad (8)$$

$$Q_q^H \approx \pi x \text{Re} (z) \quad (9)$$

для поглощающих частиц и

$$Q_{\text{ext}}^E = Q_{\text{sca}}^E \approx \frac{\pi^2}{8} x^3 |q^3 (m_1^2 - m_2^2) + (m_2^2 - 1)|^2 \cos^4 \alpha + \frac{\pi^2}{4} x^3 |z|^2 \sin^2 \alpha (1 + \sin^2 \alpha), \quad (10)$$

$$Q_{\text{ext}}^H = Q_{\text{sca}}^H \approx \frac{\pi^2}{4} x^3 |z|^2 (1 + \sin^2 \alpha) \quad (11)$$

для непоглощающих частиц, причем

$$z = \frac{(m_2^2 - 1)(m_1^2 + m_2^2) + q^3 (m_2^2 + 1)(m_1^2 - m_2^2)}{(m_2^2 + 1)(m_1^2 + m_2^2) + q^3 (m_2^2 - 1)(m_1^2 - m_2^2)},$$

$$q = \frac{a_c}{a} = \frac{x_0}{x}.$$

В частных случаях при $q = 1$, $q = 0$, $m_1 = m_2$ или $m_2 = 1$ соотношения (6)–(11) переходят в формулы релеевского приближения для однородных цилиндров [10].

Таблица 1

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ (%) РЕЛЕЕВСКИХ
ФОРМУЛ ДЛЯ ФАКТОРА $Q_{ext} = \frac{Q_{ext}^E + Q_{ext}^H}{2}$

		$m_1=1.66-0.05i$ $m_2=1.30-0.02i$			$m_1=1.7-0.05i$ $m_2=1.33-0.6i$		
x	α x/x_0	10	5	2	10	5	2
0.1	0°	1.4	1.5	2.1	0.9	0.7	0.6
	45	1.2	1.3	1.6	0.4	0.5	1.3
	75	1.9	2.0	2.4	2.1	2.2	2.8
	85	2.6	2.7	3.2	3.2	3.3	4.0
0.3	0	6.9	7.4	10.3	12.0	10.9	3.9
	45	7.0	7.3	9.5	1.3	0.5	4.2
	75	12.4	12.8	15.4	8.4	8.6	14.3
	85	17.7	18.3	21.8	15.3	16.3	22.5
0.5	0	10.8	11.6	16.4	34.6	34.3	21.0
	45	13.8	14.5	18.9	11.5	9.8	1.5
	75	26.5	27.3	32.7	4.0	6.2	19.8
	85	39.1	39.3	47.0	12.8	15.6	33.0

В табл. 1 приведены относительные погрешности фактора Q_{ext} , рассчитанного по приближенным формулам (6) и (7) для цилиндров с показателями преломления $m_1 = 1.66 - 0.05i$ и $m_2 = 1.30 - 0.02i$, характерными для силикатов и загрязненного льда в видимой части спектра. В этом случае погрешность релеевских формул при $x \leq 0.1$ не превышает 3%, а при $x \leq 0.3$ и $\alpha < 60^\circ$ — 10%. Мы рассмотрели также частицы с $m_1 = 1.70 - 0.05i$ и $m_2 = 1.33 - 0.6i$ (силикаты и лед около $\lambda = 3$ мкм [11, 1]). При $x \leq 0.3$ относительная погрешность релеевских формул для таких частиц, как правило, меньше 15%. Указанному пределу по x будут соответствовать частицы с радиусом $a < 0.14$ мкм ($\lambda = 3$ мкм). Отметим, что формулы (10) и (11) имеют относительную погрешность того же порядка, что и формулы (6) и (7).

3. *Результаты и обсуждение.* По формулам (1) и (2) были рассчитаны величины Q_{ext} , Q_p и Q_q для двухслойных цилиндрических частиц. Мы использовали значение $x_0 = 0.6$, что соответствует радиусу ядра $a \approx 0.05$ мкм при $\lambda = 0.5$ мкм, и значения $m_1 = 1.66 - 0.05i$, $m_2 = 1.30 - 0.02i$.

На рис. 1 нанесены зависимости фактора эффективности ослабления Q_{ext} от параметра x при различных углах падения излучения α . Как и для сферических частиц [12], на основе приближения «аномальной» дифракции можно попытаться построить однопараметрическое семейство кривых ослабления. Величину ρ , имеющую смысл фазового сдвига центрального луча, для двухслойной цилиндрической пылинки можно представить в следующем виде:

$$\rho = 2x |(m_2 - 1) + q(m_1 - m_2)| / \cos \alpha. \quad (12)$$

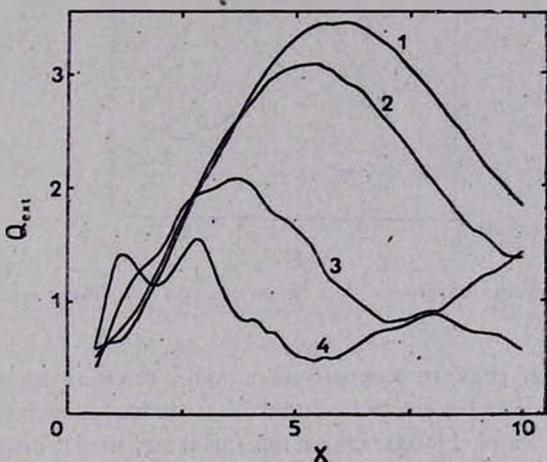


Рис. 1. Зависимость фактора Q_{ext} от параметра x при различных углах падения излучения $\alpha = 0^\circ(1), 30^\circ(2), 50^\circ(3), 75^\circ(4)$. $m_1 = 1.66 - 0.05i$, $m_2 = 1.30 - 0.02i$, $x_0 = 0.6$.

При нормальном падении излучения ($\alpha = 0^\circ$) первому максимуму кривой ослабления соответствует значение $\rho \approx 3.7$. Однако это уже не так при $\alpha > 0^\circ$. Причина состоит в том, что при использовании приближения «аномальной» дифракции, основное предположение которого состоит в малости разностей $m_1 - 1$ и $m_2 - 1$, мы не принимаем в расчет эффекты преломления света веществом частицы [2]. В работе [13] было показано, что точный учет преломления для случая бесконечного кругового цилиндра весьма затруднителен. Поэтому мы поставили задачу подобрать такой параметр ρ^* , чтобы он, во-первых, однозначно определял ход кривых ослабления и, во-вторых, наиболее просто зависел от ρ и α . Проведенные нами вычисления показали, что если ввести величину $\rho^* = \rho \cos^{1/2} \alpha$, то даже при больших углах α первые максимумы кривых ослабления лежат вблизи $\rho^* \approx 3.7$ (см. рис. 2). Данная закономерность сохраняется и для значений

$n_1, n_2 \leq 2$ и $k_2 \leq 0.1$. С увеличением k_2 лишь уменьшается высота первого максимума, а при $k_2 \geq 0.2$ максимумы и минимумы на кривой ослабления исчезают.

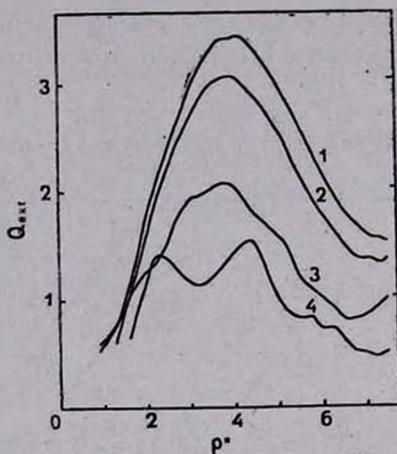


Рис. 2. Зависимость фактора Q_{ext} от параметра ρ^* . Обозначения те же, что и на рис. 1.

По положению первого максимума кривой ослабления можно оценить средний радиус пылинок, ответственных за межзвездное поглощение в видимой области спектра. Наблюдения показывают, что в оптическом диапазоне с уменьшением длины волны λ межзвездное поглощение растет как $1/\lambda$, но в ультрафиолете скорость роста убывает и при $\lambda^{-1} = 5 \text{ мкм}^{-1}$ (если не рассматривать пик на $\lambda^{-1} = 4.6 \text{ мкм}^{-1}$) кривая межзвездного поглощения имеет плоский участок [4]. Сравнение указанной длины волны со значением $\rho^* \approx 3.7$ дает для двухслойных цилиндрических частиц:

$$\bar{a} = [5.4 \pi (n_2 - 1)]^{-1} (\cos^{1/2} \alpha - 0.54 x_0 (n_1 - n_2)) \text{ мкм.} \quad (13)$$

Для ледяных пылинок с силикатным ядром ($x_0 = 0.6$) получаем $\bar{a} = 0.17 \text{ мкм}$ при $\alpha = 0^\circ$ и $\bar{a} = 0.11 \text{ мкм}$ при $\alpha = 60^\circ$, что несколько меньше характерных размеров сферических частиц ($\bar{a} = 0.21 \text{ мкм}$ [4]).

Рассмотрим теперь зависимость фактора Q_p от x при разных углах падения излучения α (рис. 3). Характерной особенностью является смещение главного максимума кривых к меньшим значениям x при уменьшении α , тогда как для однородных цилиндрических частиц этого не происходит.

Кривые $Q_p(x)$ (рис. 4) пересекают ось абсцисс при некотором значении x_c , которое уменьшается с ростом α . Если перейти к пере-

менной ρ^* , то при $k_2 \leq 0.1$ и $\alpha < 70^\circ$ изменение знака величины Q_q происходит при $\rho_c \approx 2$. Аналогичная зависимость была ранее обнаружена для однородных цилиндрических частиц Мартином [2]. Расчеты показали, что глубина минимума кривых (рис. 4) уменьшается с ростом величины k_2 .

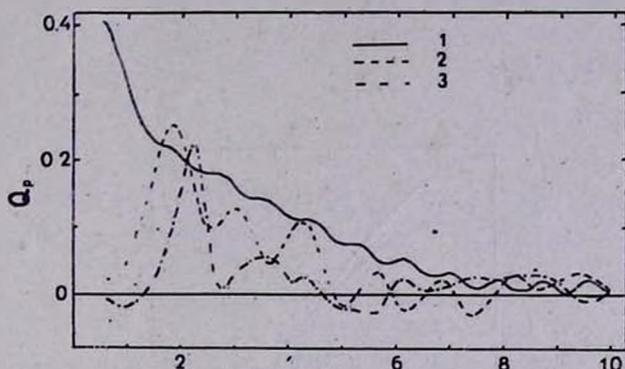


Рис. 3. Зависимость фактора Q_p от x при углах падения излучения $\alpha = 0^\circ(1)$, $60^\circ(2)$, $75^\circ(3)$. $m_1 = 1.66 - 0.05 i$, $m_2 = 1.30 - 0.02 i$, $x_0 = 0.6$.

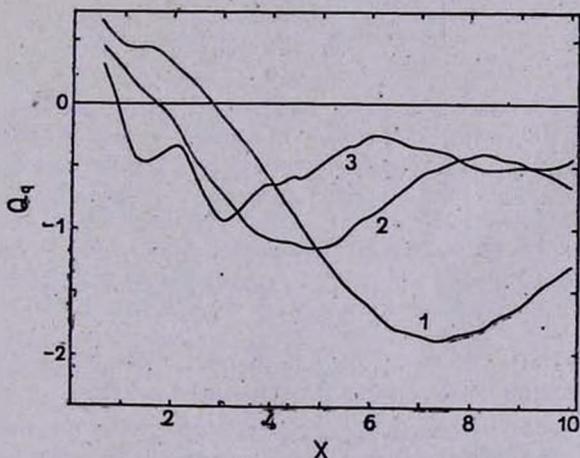


Рис. 4. Зависимость фактора Q_q от x при различных α . Обозначения такие же, как на рис. 3.

Рис. 5 иллюстрирует влияние ядра пылинки. Кривые 1 и 5 соответствуют однородным силикатным и ледяным цилиндрам. Из рис. 5 следует, что при $x_0/x \leq 1/6$ Q_{ext} для двухслойных цилиндров отличается от Q_{ext} для однородных менее, чем на 5% (а при углах $\alpha \geq 50^\circ$ отличие

еще меньше). Вычисления, проведенные при $x = 4$ и $x = 5$, подтвердили этот вывод. С уменьшением величины мнимой части показателя преломления оболочки k_2 различия Q_{ext} для однородных и двухслойных цилиндров несколько увеличиваются и при $k_2 = 0$ ($x = 5$, $x_0/x = 1/6$, $m_1 = 1.66 - 0.05i$ и $m_2 = 1.30$) они не превышают 10%. Структура пылинок в большей степени влияет на величины Q_p и Q_q . Проведенные расчеты позволяют заключить, что для диэлектрических частиц влиянием ядра на оптические характеристики пылинки можно пренебречь, если $x_0/x \leq 0.1$.

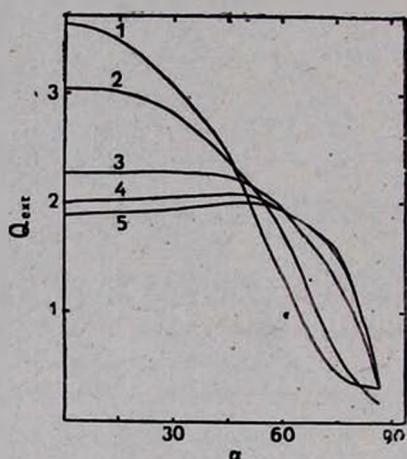


Рис. 5. Влияние размеров ядра двухслойной цилиндрической пылинки на зависимость фактора Q_{ext} от угла падения излучения α . $m_1 = 1.66 - 0.05i$, $m_2 = 1.30 - 0.02i$, $x = 3$, $x_0 = 3$ (кривая 1), 2 (2), 1(3), 0.5 (4), 0 (5).

4. *Заключение.* В работе проведено изучение оптических свойств двухслойных (силикатное ядро и ледяная оболочка) цилиндрических частиц.

Показано, что при $n_1, n_2 < 2$ и $k_2 < 0.2$ ($m_1 = n_1 - k_1i$ и $m_2 = n_2 - k_2i$ — комплексные показатели преломления ядра и оболочки) кривые ослабления для различных углов падения излучения можно описать с использованием лишь одного параметра $\rho^* = \rho \cos^{1/2} \alpha$ (рис. 2). Средний радиус двухслойных цилиндрических частиц, ответственных за межзвездное поглощение в видимой области спектра, составляет 0.10—0.17 мкм.

Найдено, что различия в оптических свойствах однородных и двухслойных частиц не превышают 10% при отношении радиусов ядра и оболочки $a_c/a \leq 0.1$.

Получены релеевские формулы для факторов эффективности поглощения и рассеяния, которые можно использовать для расчета оптических характеристик двухслойных частиц в ИК-области спектра. При $\lambda = 3$ мкм относительная погрешность этих формул не превышает 15%, если $a < 0.14$ мкм.

Автор выражает благодарность Н. В. Вошинникову за обсуждение и полезные замечания.

Ленинградский государственный
университет

THE OPTICAL CHARACTERISTICS OF CYLINDRICAL CORE-MANTLE DUST PARTICLES

A. E. IL'IN

The efficiency factors of the cylindrical silicate core-ice mantle particles are computed. It is found for dielectric grains that the core influence on dust optical properties is negligible if the ratio of core to mantle radius is less than 0.1. The expressions for efficiency factors are developed for the Reyleigh approximation and the domain of validity of these expressions is elucidated.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Гринберг, Межзвездная пыль, Мир, М., 1970.
2. P. G. Martin, *Cosmic Dust*, Oxford Univ. Press, Oxford, 1978.
3. A. C. Lind, J. M. Greenberg, *J. Appl. Phys.*, 37, 3195, 1966.
4. J. M. Greenberg, in "Cosmic Dust", eds. J. A. M. McDonnell, J. Wiley, N.-Y., 1978.
5. S. S. Hong, J. M. Greenberg, *Astron. and Astrophys.*, 88, 194, 1980.
6. P. A. Aannestad, J. M. Greenberg, *Astrophys. J.*, 272, 551, 1983.
7. Н. В. Вошинников, А. Е. Ильин, В. Б. Ильин, *Вестн. ЛГУ*, № 15, 67, 1985.
8. G. A. Shah, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, 148, 93, 1970.
9. А. Е. Ильин, *Вестн. ЛГУ*, № 1, 90, 1984.
10. Н. В. Вошинников, В. Б. Ильин, *Оптика и спектр.*, 85, 517, 1983.
11. B. T. Draine, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 57, 587, 1985.
12. Г. ван де Хюлст, *Рассеяние света малыми частицами*, ИЛ, М., 1961.
13. D. A. Cross, P. Latimer, *J. Opt. Soc. Amer.*, 60, 904, 1970.