А С Т Р О Ф И З И К А

ТОМ 25 АВГУСТ, 1986 ВЫПУСК 1

УДК: 524—64

О ПРОФИЛЯХ ПОГЛОЩЕНИЯ И ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ

А. Х. ХАЧАТРЯН, А. А. АКОПЯН

Поступила 26 июля 1985
Принята к печати 20 марта 1986

Приводится сравнение профилей поглощения и излучения для нелинейной задачи переноса излучения. Особое внимание уделяется различиям между профилями коэффициентов поглощения и излучения в связи с отклонением распределения атомов по скоростям от максвелловского распределения. Приводятся результаты некоторых численных расчетов в случае доплеровского расширения линии.

1. *Введение.* В работе [1] впервые была рассмотрена нелинейная задача переноса излучения монохроматического рассеяния в трехмерной среде. В дальнейшем, в течение последних лет, появилось несколько работ [2—5], посвященных нелинейным задачам переноса излучения при общих законах перераспределения по частотам. Как известно, учет нелинейных эффектов приводит к тому, что локальные оптические свойства среды становятся зависящими от состояния поля излучения. Учет эффектов некогерентности элементарного акта рассеяния еще больше усложняет задачу, так как в этом случае профили поглощения и излучения не совпадают. В работе [4] была рассмотрена нелинейная задача некогерентного рассеяния в спектральной линии при допущении о совпадении профилей поглощения и вынужденного излучения. Такое предположение названо «первым приближением». С применением метода работы [1] в [4] удалось линеаризовать соответствующее уравнение. Путем использования ряда аналитических построений задача была доведена до сравнительно простых численных расчетов. Ряд численных результатов, полученных указанным методом, содержится в работе авторов [5].

Естественным образом возникает вопрос о степени точности «первого приближения» и о дальнейшем уточнении решения задачи.

Целью настоящей работы является нахождение меры отклонения профилей поглощения и излучения и выяснение степени применимости «первого приближения» работы [4].

Отметим, что сходный вопрос был рассмотрен в [3], о чем речь пойдет ниже.

2. *Рассмотрим одномерную полубесконечную изотермическую среду*, состоящую из двухуровенных атомов и свободных электронов. Следуя работе [2], обозначим функцию распределения атомов по скоростям в основном и возбужденном состояниях через $f_1(\vec{v})$ и $f_2(\vec{v})$ соответственно, а числа атомов в единице объема в соответствующих состояниях через n_1 и n_2.

Распределение всех атомов по скоростям считается максвелловским, то есть предполагается, что наличие сильного поля излучения мало изменяет распределение всех атомов по сравнению с максвелловским распределением.

$$n_1 f_1(\vec{v}) + n_2 f_2(\vec{v}) = n_0 f_0(\vec{v}), \tag{1}$$

$$n_1(z) + n_2(z) = n_0, \tag{2}$$

причем функции $f_k(\vec{v})$ нормированы следующим образом:

$$\int f_k(\vec{v})\, d^3v = 1, \quad (k = 0, 1, 2). \tag{3}$$

Уравнение стационарности имеет вид

$$n_1 f_1(\vec{v})\; B_{12} \int\limits_{-\infty}^{\infty} q(x, \vec{v}) [I^+(z, x) + I^-(z, x)]\, dx =$$

$$= n_2 f_2(\vec{v}) \Big\{ a_{21} + A_{21} + B_{21} \int\limits_{-\infty}^{\infty} E(x, \vec{v}) [I^+(z, x) + I^-(z, x)]\, dx. \tag{4}$$

Здесь $I^{\pm}(z, x)$ — суть интенсивности излучения, распространяющегося влево и вправо соответственно, $x = \dfrac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}$ — безразмерная частота, a_{21} — коэффициент электронных ударов второго рода, B_{12}, B_{21}, A_{21} — эйнштейновские коэффициенты, $q(x, \vec{v})$ и $E(x, \vec{v})$ — микроскопические профили поглощения и излучения. Согласно результатам работы [2] микроскопический профиль излучения дается выражением

$$E(x; \vec{v}) = \frac{B_{12} \int\limits_{-\infty}^{\infty} R_{\vec{v}}(x, x') [I^{+}(z, x') + I^{-}(z, x')] dx'}{B_{12} \int\limits_{-\infty}^{\infty} q(x, \vec{v}) [I^{+}(z, x) + I^{-}(z, x)] dx}, \tag{5}$$

где $R_{\vec{v}}(x, x')$ — функция перераспределения по частотам для атома, движущегося со скоростью $\vec{v}$.

Интегрируя уравнение (4) по всем скоростям, получим

$$n_1 B_{12} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) [I^{+}(z, x) + I^{-}(z, x)] dx =$$

$$= n_2 \left\{ a_{21} + A_{21} + B_{21} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \psi(x) [I^{+}(z, x) + I^{-}(z, x)] \right\} dx. \tag{6}$$

Здесь $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ — профили поглощения и излучения. Они имеют вид

$$\varphi(x) = \int f_1(\vec{v})\, q(x, \vec{v})\, d^3v; \quad \psi(x) = \int E(x, \vec{v}) f_2(\vec{v})\, d^3v. \tag{7}$$

Функция источника в общем случае некогерентного рассеяния зависит от частоты

$$S(z, x) = \frac{n_2 A_{21} \psi(x)}{n_1 B_{12} \varphi(x) - n_2 B_{21} \psi(x)}. \tag{8}$$

Обычно, при рассмотрении нелинейной задачи образования спектральной линии, относительно функции источника, из-за математических трудностей, возникающих при учете некогерентности элементарного акта рассеяния, делается следующее упрощающее предположение: считается, что функция источника не зависит от частоты. Это предположение равносильно предположению о полном перераспределении по частотам (при котором $\varphi(x) = \psi(x)$). Последнее выполняется при следующих допущениях: а) полное перераспределение по частотам в системе отсчета атома; б) распределение атомов, находящихся в основном и возбужденном состояниях, является максвелловским.

Условие а) выполняется в большинстве случаев при рассмотрении задачи в спектральной линии (см. [6]). Тогда

$$R_{\vec{v}}(x, x') = q(x, \vec{v})\, q(x', \vec{v}); \quad E(x, \vec{v}) = q(x, \vec{v}). \tag{9}$$

Условие б) означает выполнение равенств

$$\varphi(x) = \psi(x) = \alpha(x) = \int f_0(\vec{v})\, q(x, \vec{v})\, d^3v. \tag{10}$$

Однако распределение по скоростям поглощающих и излучающих атомов при больших плотностях излучения будет отличаться от максвелловского распределения. Пусть δf_k — отклонение $f_k(\vec{v})$ от локально-равновесной функции $f_0(\vec{v})$, т. е.

$$f_1(\vec{v}) = f_0(\vec{v}) + \delta f_1(\vec{v}); \quad f_2(\vec{v}) = f_0(\vec{v}) + \delta f_2(\vec{v}). \tag{11}$$

Тогда, с учетом (9), из (7) имеем

$$\varphi(x) = \alpha(x) + \delta\varphi(x); \quad \psi(x) = \alpha(x) + \delta\psi(x). \tag{12}$$

Решая систему уравнений (1) и (4) совместно, получим

$$f_1(\vec{v}) = \frac{n_0}{\tilde{n}_1} \frac{1 + \dfrac{\lambda}{2} \dfrac{B_{21}}{A_{21}} \zeta(z, \vec{v})}{1 + \dfrac{\lambda}{2}\left(1 + \dfrac{g_2}{g_1}\right) \dfrac{B_{21}}{A_{21}} \zeta(z, \vec{v})} f_0(\vec{v}), \tag{13}$$

$$f_2(\vec{v}) = \frac{n_0}{\tilde{n}_2} \frac{\dfrac{\lambda}{2} \dfrac{B_{12}}{A_{21}} \zeta(z, \vec{v})}{1 + \dfrac{\lambda}{2}\left(1 + \dfrac{g_1}{g_2}\right) \dfrac{B_{12}}{A_{21}} \zeta(z, \vec{v})} f_0(\vec{v}). \tag{14}$$

Здесь g_k — статистический вес k-го уровня,

$$\zeta(z, \vec{v}) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} q(x, \vec{v}) \left[\tilde{I}^+(z, x) + \tilde{I}^-(z, x)\right] dx.$$

Через $\tilde{n}_1$, $\tilde{n}_2$, $\tilde{I}^{\pm}(z, x)$ обозначены населенности уровней и интенсивность излучения, полученные на основе «первого приближения». Нахождение внутреннего режима, а также степени возбуждения атомов в «первом приближении» достаточно подробно приведено в работах [4, 5] и поэтому на нем здесь мы не будем останавливаться. Отметим лишь, что при выполнении численных расчетов в «первом приближении» считалось, что среда освещается внешним излучением, не зависящим от частоты.

С учетом (10) из (2) и (6) можно получить отношения $\frac{n_0}{\tilde{n}_1}$ и $\frac{n_0}{\tilde{n}_2}$.

$$\frac{n_0}{\tilde{n}_1}=\frac{1+\left(1+\frac{g_2}{g_1}\right)\varkappa\bar{S}}{1+\varkappa\bar{S}};\qquad \frac{n_0}{\tilde{n}_2}=\frac{1+\left(1+\frac{g_2}{g_1}\right)\varkappa\bar{S}}{\frac{g_2}{g_1}\varkappa\bar{S}},\tag{15}$$

$$\bar{S}=\lambda\int\limits_{-\infty}^{\infty}\alpha(x)\left[\bar{I}^{+}(z,x)+\bar{I}^{-}(z,x)\right]dx,\tag{16}$$

где

$$\varkappa=\frac{B_{21}}{A_{21}}B_{\nu}(T)=\left(e^{\frac{h\nu}{kT}}-1\right)^{-1}.$$

3. *Ниже приведены результаты численных расчетов для линии нулевой естественной ширины.* В этом случае

$$q(x,\vec{v})=\frac{1}{\Delta\nu_D}\delta\left(x-\sqrt{\frac{m}{2kT}}\,\vec{v}\cdot\vec{n}\right),$$

$$f_0(\vec{v})=\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}e^{-\frac{mv^2}{2kT}};\qquad \alpha(x)=e^{-x^2},\tag{17}$$

$$r_1(x,x')=\int\limits_{\max(|x|,|x'|)}^{\infty}\exp(-t^2)\,dt.$$

Тогда, подставляя (17), (13) и (14) в (7), производя интегрирования по скоростям (при $g_1\simeq g_2$) находим

$$\varphi(x)=\frac{n_0}{\tilde{n}_1}e^{-x^2}\left\{\frac{1+\lambda\varkappa[\tilde{I}^{+}(z,x)+\tilde{I}^{-}(z,x)]}{1+2\lambda\varkappa[\tilde{I}^{+}(z,x)+\tilde{I}^{-}(z,x)]}\right\},\tag{18}$$

$$\psi(x)=\frac{n_0}{\tilde{n}_2}e^{-x^2}\left\{\frac{\lambda\varkappa[\tilde{I}^{+}(z,x)+\tilde{I}^{-}(z,x)]}{1+2\lambda\varkappa[\tilde{I}^{+}(z,x)+\tilde{I}^{-}(z,x)]}\right\}.\tag{19}$$

Таблица 1

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ ПРОФИЛЕЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОГЛОЩЕНИЯ И ИЗЛУЧЕНИЯ

		$\frac{\delta\varphi(x)}{\alpha(x)}$				$\frac{\delta\psi(x)}{\alpha(x)}$			
λ	$\varkappa$ / x	0.25	0.5	1	2	0.25	0.5	1	2
0.99	0	0.043	0.046	0.040	0.028	−0.137	−0.098	−0.062	−0.036
	0.5	0.044	0.046	0.040	0.028	−0.138	−0.099	−0.063	−0.036
	1	0.045	0.049	0.042	0.029	−0.144	−0.103	−0.065	−0.038
	1.5	0.053	0.058	0.050	0.035	−0.171	−0.120	−0.082	−0.044
	2	0.075	0.084	0.074	0.053	−0.239	−0.176	−0.115	−0.081
	2.5	0.101	0.112	0.102	0.076	−0.313	−0.231	−0.155	−0.100
	3	0.094	0.108	0.098	0.071	−0.302	−0.227	−0.152	−0.091
0.995	0	0.044	0.047	0.040	0.028	−0.138	−0.098	−0.052	−0.035
	0.5	0.044	0.047	0.040	0.028	−0.139	−0.098	−0.062	−0.035
	1	0.045	0.048	0.041	0.028	−0.140	−0.099	−0.063	−0.036
	1.5	0.050	0.053	0.046	0.031	−0.152	−0.107	−0.071	−0.041
	2	0.069	0.076	0.066	0.047	−0.216	−0.157	−0.101	−0.059
	2.5	0.101	0.115	0.105	0.076	−0.314	−0.223	−0.157	−0.098
	3	0.100	0.114	0.103	0.075	−0.315	−0.237	−0.158	−0.095

В табл. 1 приведены отношения функций $\frac{\delta\varphi(x)}{\alpha(x)}$ и $\frac{\delta\psi(x)}{\alpha(x)}$ вычисленные согласно (18), 19) на границе среды $z = 0$, при различных значениях λ и $\varkappa$. В работе [3] приведены результаты аналогичных расчетов по нахождению отношения профилей поглощения и излучения при значении $\varkappa = 2$ (при котором $n_2 \sim n_1$). При решении задачи в [3] был применен итерационный процесс, где в качестве первого приближения берется решение линейной задачи. Заметим, что, в отличие от [3], в качестве первого приближения мы использовали решение нелинейной задачи (при предположении о совпадении профилей поглощения и вынужденного излучения).

При $\varkappa \sim 1 \div 2$ относительное отклонение в среднем составляет 5—10%, что в достаточной степени согласуется с результатами работы [3].

Как указали авторы [3], их метод при $\varkappa > 2$ невозможно применить из-за несходимости итерационного процесса. Оказывается, что при $\varkappa > 2$ отклонение становится еще меньше. Мы привели также некоторые численные расчеты при $\varkappa < 2$. Из приведенных цифр видно, что уменьшение значения $\varkappa$ приводит к тому, что отклонение профиля излучения становится больше.

Итак, при $\varkappa \sim 1 \div 2$ относительное отклонение сравнительно небольшое. Этот факт свидетельствует о том, что в нелинейных задачах допущение о совпадении профилей коэффициентов поглощения и вынужденного излучения не приводит к существенным отклонениям от точного решения задачи.

Авторы выражают благодарность профессору Н. Б. Енгибаряну за обсуждения.

Институт прикладных проблем
физики АН Арм.ССР
ВЦ Мин. связи Арм.ССР

ON ABSORPTION AND EMISSION PROFILES IN NONLINEAR PROBLEM OF RESONANCE SCATTERING

A. KH. KHACHATRIAN, A. A. HAKOPIAN

In the present paper the absorption profile is compared with that of emission for the nonlinear problem of radiation transfer. Special attention is paid to the difference between the absorption and emission coefficient profiles, due to divergence of atom velocity distribution from the Maxwell one. Numerical calculation and results are given for the case of Doppler line broadening.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Н. Б. Енгибарян*, Астрофизика, 1, 297, 1965.
2. *J. Oxenius*, J. Quant. Spectrosc. and Radiat. Transfer., 5, 771, 1965.
3. *R. Steinitz, R. A. Shine*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 162, 197, 1973.
4. *Н. Б. Енгибарян, А. Х. Хачатрян*, Астрофизика, 23, 145, 1985.
5. *А. Х. Хачатрян, А. А. Акопян*, Астрофизика, 23, 569, 1985.
6. *Д. Михалас*, Звездные атмосферы, Мир, М., 1982.