УДК: 524.354.7—854

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ВОЗБУЖДЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН В МАГНИТОСФЕРЕ ПУЛЬСАРОВ

А. Э. КАЗБЕГИ, Г. Э. МАЧАБЕЛИ, Г. И. МЕЛИКИДЗЕ

Поступила 19 ноября 1985

Принята к печати 25 марта 1986

Рассмотрена возможность усиления ленгмюровских волн в магнитосфере пульсаров из-за кривизны силовых линий магнитного поля. Показано, что при $\Gamma \ll \tilde{\omega}_{B_{\text{эфф}}}$ учет кривизны силовых линий магнитного поля приводит к уменьшению аналогичного инкремента в случае $R_B \rightarrow \infty$ (R_B — радиус кривизны силовых линий). В случае размытого резонанса ($\Gamma \gtrsim \tilde{\omega}_{B_{\text{эфф}}}$) возможна генерация потенциальных волн, однако инкремент неустойчивости оказывается порядка $1/\tau_0$ (τ_0 — время выноса плазмы за световой цилиндр).

Вопрос генерации волн в релятивистской электронно-позитронной плазме является центральным для объяснения происхождения излучения пульсаров, наблюдаемого на Земле. Согласно работам [1—3], в плазме магнитосферы молодых пульсаров (PSR 0531+21, PSR 0833—45) могут возбуждаться электромагнитные волны из-за асимметрии одномерной функции распределения электронов и позитронов на аномальном доплер-эффекте. Однако с возрастом вращение пульсаров замедляется. Уменьшение частоты вращения приводит к изменению параметров плазмы и, в конечном счете, к нарушению условия возбуждения электромагнитных волн [3]. Наличие лучка в плазме магнитосферы пульсаров может приводить к возбуждению потенциальных волн на черенковском резонансе [4—6]. Однако, для принятых на сегодняшний день параметров плазмы магнитосферы пульсаров, инкремент этой неустойчивости оказывается меньше, чем $1/\tau_0$, где τ_0 — время выноса плазмы за световой цилиндр, и неустойчивость не развивается [7].

Другой возможности генерации волн в однородной релятивистской электронно-позитронной плазме магнитосферы пульсаров, по-видимому, не существует. Поэтому представляется необходимым исследование воз-

возможности усиления неустойчивостей в плазме из-за неоднородности магнитного поля. При этом крупномасштабные дрейфовые неустойчивости в настоящей работе рассматриваться не будут, так как целью работы является изучение возможности усиления коротковолновых потенциальных возмущений, частота которых попадает в радиодиапазон.

Проблема усиления потенциальных ленгмюровских волн из-за кривизны силовых линий магнитного поля пульсаров обсуждалась в работе В. Е. Шапошникова [8]. Однако метод расчета, использованный в [8], не позволяет получить инкремент неустойчивости в явном виде.

Принято считать магнитное поле пульсара дипольным и что с расстоянием оно изменяется по закону

$$B = B_0 \left(\frac{R_0}{R} \right)^3. \quad (1)$$

Здесь $R_0 = 10^8$ см — радиус нейтронной звезды, B_0 — индукция магнитного поля у поверхности звезды.

Пренебрегая дрейфом частиц поперек магнитного поля, можно считать, что движение частиц (ларморовских кружков) происходит вдоль искривленных силовых линий магнитного поля B_0 . Воспользовавшись этим предположением допустим, что частицы движутся в некотором эффективном магнитном поле $B_{эфф.}$ таком, чтобы это движение происходило по ларморовскому кружку с радиусом, равным радиусу кривизны силовых линий магнитного поля B_0 . Тогда ларморовская частота эффективного магнитного поля $\omega_{B_{эфф.}}$ имеет вид

$$\omega_{B_{эфф.}} = \frac{p_{\parallel}}{mR_B}. \quad (2)$$

Здесь $p_{\parallel}$ — импульс частицы вдоль магнитного поля B_0 , и вследствие нашего предположения он перпендикулярен $B_{эфф.}$.

Представим диэлектрическую проницаемость потенциальных волн в виде $\epsilon^l = 1 + \epsilon_p^l + \epsilon_b^l$, где индексы n^a и n^b указывают на принадлежность величин к основной массе плазмы и пучку, соответственно. Учет кривизны приводит к существенным изменениям только в пучковой части ϵ^l , и поэтому

$$\epsilon_p^l = - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \int \frac{f_0 dp_{\parallel}}{(\omega - k_z v_{\parallel})^2}, \quad (3)$$

$$\epsilon_b^l = - 4 \frac{\omega_b^2}{\omega^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 J_n^2(k_z R_B)}{k_z^2 R_B^2} a^4 \int \frac{\lambda \cdot f \cdot d\lambda}{(a^2 - \lambda^2)^2}. \quad (4)$$

Здесь направление оси z совпадает в начальный момент времени с

направлением B_0 , $a^2 = 1 / \left(\frac{n^2}{k_z^2 R_B^2} - 1 \right)$, $\chi^2 = \frac{p^2}{m^2 c^2} = \gamma_b^2$, $\omega_p^2 \gg \omega_b^2$, поэтому, для того, чтобы в дисперсионном соотношении $\varepsilon^l = 0$ вклад ε_b^l был бы существенным, необходимо выполнение резонанса

$$a_0^2 \equiv 1 / \left(\frac{n_0^2}{k_z^2 R_B^2} - 1 \right) = \chi^2, \quad (5)$$

n_0 — фиксированное значение.

Заметим, что неустойчивость может иметь место только в случае, когда $\frac{\partial f}{\partial \gamma} > 0$, т. е. при наличии пучка. Функция распределения

f среднего радиопульсара характеризуется наличием пучка энергичных первичных частиц, с лоренц-факторами $\gamma_b \approx 10^8$ (в системе наблюдателя). Тогда $a^2 = \chi^2 \approx \gamma_b^2 \gg 1$. Величина $\varepsilon_b^l \sim a^4$ оказывается настолько большой, что нарушается условие развития кинетической неустойчивости — $R_s \varepsilon^l \gg I_m \varepsilon^l$; $\omega \gg \Gamma_k$ (сравни с выводами работы [7]). При этом кинетическая неустойчивость развиваться не может. Предполагая, что $\omega = \frac{cn_0}{R_B} + \Delta\omega$, $\Delta\omega \ll \omega$, получим дисперсионное соотношение

$$1 - 4 \frac{\omega_p^2}{k^2 c^2} \bar{\gamma} - 16 \frac{\omega_p^2}{k^3 c^3} \bar{\gamma}^3 \Delta\omega - \frac{\omega_b^2}{\gamma_b^3} \frac{n^2 J_n^2(k_z R_B)}{k_z^2 R_B^2 (\Delta\omega)^2} = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) при условии

$$\left(\frac{n^2 J_n^2(k_z R_B)}{k_z^2 R_B^2} \right)^{1/2} \left(\frac{\omega_b}{\omega_p} \right) \gg \frac{\bar{\gamma}^{1/2}}{\gamma_b^{3/2}} \quad (7)$$

для инкремента неустойчивости дает

$$\Gamma_k \sim \left(\frac{n_b}{n_p} \right)^{1/3} \left(\frac{n_0 J_{n_0}(k_z R_B)}{k_z R_B} \right)^{2/3} \frac{kc}{\gamma_b (\bar{\gamma}^3)^{1/3}}. \quad (8)$$

Выражение (8) отличается от инкремента, полученного в работе [7] без учета кривизны, множителем $(n_0 J_{n_0}(k_z R_B) / k_z R_B)^{2/3} \equiv A$. Генерация волн может происходить как в области с фазовыми скоростями $v_\phi < c$, так и в случае $v_\phi > c$, что принципиально невозможно в случае возбуждения потенциальных возмущений частицами на черенковском резонансе. В выражениях для ε^l (3) и (4) предполагается, что $v_\phi \approx c$. Из условия (5) следует $a^2 \approx \gamma_b^2 \gg 1$ и $n \approx k_z R_B$. При этом для частот, совпадающих с радиодиапазоном, $k_z R_B \gg 1$, поэтому можно пользо-

ваться асимптотическим разложением функции Бесселя для больших аргументов и больших индексов при $n_0 \approx k_z R_B$: $J_{n_0}(n_0) \approx \frac{\Gamma(1/3)}{2^{2/3} \cdot 3^{1/6} \cdot \pi} \times \times \frac{1}{n_0^{1/3}}$, и множитель A оказывается много меньше 1. При вычислении инкремента (8) предполагалось, что

$$\Gamma \ll \tilde{\omega}_{B_{эфф}} \quad (9)$$

Здесь $\tilde{\omega}_{B_{эфф}} = \frac{\omega_{B_{эфф}}}{\gamma} = \frac{c}{R_B}$. Таким образом, инкремент ограничен величиной порядка $\frac{c}{R_B} \sim 1/\tau_0$, где τ_0 — время выноса плазмы за световой цилиндр, и такая неустойчивость в магнитосфере пульсаров развиваться не успеваает.

Для того, чтобы инкремент оказался большим, необходимо отказаться от условия (9), что приводит к размытию резонанса.

Рассмотрим возможность генерации потенциальных волн в случае $\Gamma > \tilde{\omega}_{B_{эфф}}$. Для этого вернемся к выражению (4). Предполагая функцию распределения в виде $f \sim \delta(p_r - p_b)$, после интегрирования найдем

$$\varepsilon_b = - \frac{\omega_b^2}{\omega^2} \frac{1}{\gamma_b} \left(\frac{n_b}{n_p} \right) \frac{1}{v} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{n^2 J_n^2(k_z R_B)}{(v-n)}, \quad (10)$$

где $v = \frac{\omega}{\tilde{\omega}_{B_{эфф}}} = \frac{\omega R_B}{c}$. Резонанс размыт. Таким образом, в сумме по

n невозможно ограничиться одним членом, и поэтому оценим бесконечный ряд, входящий в выражение (10). Запишем его следующим образом:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{n^2 J_n^2(k_z R_B)}{(v-n)} = v \left(1 + v \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n^2(k_z R_B)}{(v-n)} \right).$$

Вспользуемся известной формулой

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{J_n^2(k_z R_B)}{(v-n)} = \frac{\pi}{\sin v\pi} J_+(k_z R_B) J_{-v}(k_z R_B)$$

и представим функции $J_{\pm v}$ в виде интеграла:

$$J_{\pm}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[\pm i\nu\varphi - ix \sin \varphi] d\varphi \mp \frac{\sin \nu\pi}{\pi} \int_0^{\infty} \exp[\pm \nu\varphi - x \operatorname{sh} \varphi] d\varphi. \quad (11)$$

Заметим, что $R_s \nu \gg 1$ и $x = k_z R_B \gg 1$, поэтому первый интеграл в (11) содержит быстроосциллирующую подынтегральную функцию и имеет отличное от нуля значение в точке $\varphi = 0$, при этом интеграл равен 1. Подынтегральное выражение второго интеграла (11) также стремится к нулю везде, кроме точки $\varphi = 0$, где его значение равно 1. Таким образом, полагая $\nu = s + i\Delta$, где s — большое целое число, после некоторых преобразований имеем

$$\varepsilon_b^i = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{1}{\gamma_b} \left(\frac{n_b}{n_p} \right) \nu \left\{ \frac{i}{2} (-1)^s (\operatorname{sign} \Delta_0) e^{\Delta x} \right\}. \quad (12)$$

Приравнивая действительную и мнимую части дисперсионного соотношения для потенциальных волн нулю по отдельности, окончательно получим

$$\omega^2 \simeq \omega_p^2 \bar{\gamma} \quad (13)$$

и

$$[\operatorname{sign} \Delta_0] (-1)^s \Delta e^{-|\Delta|x} = \left(\frac{\omega R_B}{c} \right)^2 \frac{1}{16\gamma^3} \frac{1}{\gamma_b} \left(\frac{n_b}{n_p} \right). \quad (14)$$

Параметры, входящие в правые части уравнений (13) и (14), для средних пульсаров можно считать заданными: $\omega \sim 10^8$ Гц, $R_B \simeq 10^9$ см, $\gamma_b \simeq 10^6$,

$\frac{n_b}{n_p} \simeq 10^{-4}$, $\bar{\gamma}^3 \sim 10^4$ (все в системе наблюдателя). В результате для величин Δ имеем

$$\Delta e^{-\Delta x} \simeq 10^{-1} + 10^{-2},$$

откуда $\Delta \sim 1$, а так как согласно обозначению $\Delta = \frac{\Gamma R_B}{c}$, инкремент

оказывается порядка $1/\tau_0$ (τ_0 — время выноса плазмы за световой цилиндр). $\Gamma \sim c/R_B$, и развитие этой неустойчивости оказывается проблематичным, тем более, что сам результат получается на пределе

применимости условия $\Gamma > \bar{\omega}_{B_{\text{эфф}}} \simeq \frac{c}{R_B}$.

Резюмируя вышесказанное, можно утверждать, что учет кривизны магнитных силовых линий, при условии $\tilde{\omega}_{B_{\text{эфф}}} \approx c/R_B \gg \Gamma$ (когда выполняется резонансное условие), приводит к уменьшению аналогичного инкремента неустойчивости потенциальных возмущений полученного при $R_B \rightarrow \infty$. В случае же размытого резонанса ($\tilde{\omega}_{B_{\text{эфф}}} < \Gamma$) могут генерироваться потенциальные волны из-за движения частиц вдоль искривленных силовых линий магнитного поля. Величина инкремента неустойчивости порядка c/R_B . Превышение Γ над c/R_B сильно зависит от величины параметров плазмы и незначительно.

Авторы благодарны В. Е. Шапошникову и М. Э. Гедалину за ценные замечания.

Абастуманская астрофизическая
обсерватория

EFFECT OF MAGNETIC FIELD INHOMOGENEITY ON EXCITATION OF LONGITUDAL WAVES IN PULSAR MAGNETOSPHERE

A. Z. KAZBEGI, G. Z. MACHABELI, G. I. MELIKIDZE

The possibility of amplification of Lenglair waves in pulsar magnetosphere due to the curvature of magnetic field lines has been considered. It is shown that when $\Gamma \ll \tilde{\omega}_{B_{\text{эфф}}}$ if one takes into account the curvature in question one gets the decrease of analogous growth rate in the case of $R_B \rightarrow \infty$ (R_B — being the curvature radius). In the case of diffuse resonance ($\Gamma \gg \tilde{\omega}_{B_{\text{эфф}}}$), the generation of potential waves is possible, however the growth rate of the instability is of the order $1/\tau_0$ (τ_0 — is the time of carrying plasma outside the light cylinder).

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Г. Ломинадзе, Г. Э. Мачабели, А. Б. Михайловский, *Физика плазмы*, 5, 1337, 1979.
2. Г. Э. Мачабели, В. В. Усов, *Пишьяма в Астрон. ж.*, 5, 445, 1979.
3. J. G. Lominadze, G. Z. Machabeli, V. V. Usou, *Astrophys. and Space Sci.*, 90, 19, 1983.
4. В. П. Силин, *Ж. эксперим. и теор. физ.*, 38, 1577, 1960.
5. В. Н. Цытович, *Ж. эксперим. и теор. физ.*, 40, 1775, 1961.
6. Д. Г. Ломинадзе, А. Б. Михайловский, *Ж. эксперим. и теор. физ.*, 76, 959, 1979.
7. В. Д. Егоренков, Д. Г. Ломинадзе, П. Г. Мамадзе, *Астрофизика*, 19, 753, 1983.
8. В. Е. Шапошников, *Астрофизика*, 17, 749, 1981.