

УДК: 524.3—8

## КАКИМ ДОЛЖЕН БЫТЬ ГРАДИЕНТ ДИСПЕРСИИ РАДИАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД В ДИСКАХ ГАЛАКТИК?

А. Г. МОРОЗОВ, А. В. ХОПЕРСКОВ

Поступила 15 июля 1985

Принята к печати 12 января 1986

Исследована зависимость минимально необходимой для устойчивости звездного диска дисперсия радиальных скоростей звезд  $c_r$  от масштабов радиальной неоднородности поверхностной плотности  $L_\sigma$ , дисперсия скоростей звезд  $L_c$  и других параметров диска. Показано, что величина  $c_r$  достигает своего минимального значения при  $\eta = L_\sigma/L_c \approx 1$ . Этот результат удовлетворительно согласуется с существующими данными наблюдений.

1. *Введение.* Структуру и динамику звездного диска плоской галактики можно в первом приближении охарактеризовать тремя параметрами: угловой скоростью вращения диска  $\Omega(r)$ , его поверхностной плотностью  $\sigma_0(r)$  и дисперсией радиальных скоростей составляющих его звезд  $c_r(r)$ . Наблюдения последних десятилетий показали, что во многих плоских галактиках везде, кроме центральных областей дисков,  $\Omega(r) \sim r^{-1}$  и  $\sigma_0(r) \sim \exp(-r/L_\sigma)$ , где  $L_\sigma$  — характерный масштаб радиальной неоднородности диска [1, 2]. Определение радиальной зависимости  $c_r(r)$  из наблюдений является гораздо более трудной задачей. Так, в Галактике эта величина определена лишь в окрестности Солнца:  $c_r \approx 50$  км/с [3, 4], а недавно получены первые наблюдательные оценки  $c_r$  в дисках некоторых других галактик [5, 6].

Важность определения радиальной зависимости  $c_r(r)$  обусловлена следующим обстоятельством. Численные эксперименты с двухкомпонентными моделями плоских галактик (звездный диск + сфероидальное гало) выявили однозначную связь отношения  $(c_r/r\Omega)_{r=r_1}$  с величиной  $(M_H/M_D)_{r < r_1}$  ( $M_H$  — масса сфероидальных подсистем,  $M_D$  — масса диска, а  $r_1$  — некоторое произвольное значение радиальной координаты  $r$ ) [7, 8]. Тем самым, знание параметров  $\Omega(r)$  и  $c_r(r)$  дает прямую возможность определить радиальную зависимость относительных вкладов

гало и диска в массу галактики и, следовательно, получить достаточно адекватное представление о ее структуре.

Как уже упоминалось выше, выявление радиальной зависимости  $c_r(r)$  из наблюдений является чрезвычайно трудной задачей. Теоретическое определение такой зависимости, являющееся предметом настоящей заметки, базируется на полученном в [7—10] доказательстве гипотезы Тоомре [11], состоящей в том, что стационарные звездные диски плоских галактик находятся на границе гравитационной устойчивости по отношению к произвольным (в том числе — предельно несесимметричным) возмущениям в плоскости диска. Основная же посылка нашего исследования состоит в следующем. Пусть локальную зависимость  $c_r(r)$  можно аппроксимировать экспоненциальным законом  $c_r(r) \sim \exp(-r/L_c)$ , где  $L_c$  — характерный масштаб радиальной неоднородности величины  $c_r$ . Тогда существует такое значение величины  $\eta = L_0/L_c$ , при котором необходимая для гравитационной устойчивости диска величина  $c_r = c_{*}$  будет минимальной. Вычисление такого „критического“ значения как функции параметров диска проведено в разделе 3, после приведенного в разделе 2 описания механизма неустойчивости диска. Обсуждению результатов и сравнению теоретического  $\eta_{\text{crit}}$  с известными к настоящему времени из наблюдений величинами  $\eta_{\text{obs}}$  [5, 6] посвящен раздел 4.

2. *Гравитационно-градиентная неустойчивость диска.* Мы исходим из модели Вандервоорта [12], описывающей равновесный звездный диск анизотропной максвелловской функцией распределения

$$f_0 = \frac{(c_0/2\Delta_*) \text{ch}^{-2}(z/\Delta_*)}{(2\pi)^{3/2} c_r c_\varphi c_z} \exp \{ -v_r^2/2c_r^2 - v_\varphi^2/2c_\varphi^2 - v_z^2/2c_z^2 \}, \quad (1)$$

где  $\Delta_*$  — полутолщина звездного диска, связанная с дисперсией скоростей звезд в ортогональном к плоскости диска направлении  $c_z$  соотношением

$$\Delta_* = c_z^2/\pi G \sigma_0, \quad (2)$$

$v_r$ ,  $v_\varphi$ ,  $v_z$  — скорости звезд за вычетом круговой  $V_{\text{rot}} = r\Omega$ ,  $c_\varphi$  — дисперсия скоростей звезд в азимутальном направлении, связанная с радиальной  $c_r$  соотношением

$$c_\varphi = \frac{\kappa}{2\Omega} c_r, \quad (3)$$

где  $\kappa = 2\Omega(1 + r d\Omega/2\Omega dr)^{1/2}$  — эпидилическая частота, а распределение равновесного гравитационного потенциала поперек плоскости диска имеет вид

$$\Phi_0(r, z) = \Phi_0(r, 0) + 2\pi G_0 \Delta_* \ln [\operatorname{ch}(z/\Delta_*)]. \quad (4)$$

Функция распределения (1) фактически использовалась Тоомре [11] при выводе условия устойчивости диска относительно осесимметричных возмущений и Лином и его сотрудниками (см. [13]) при построении гравитационной волновой теории спирального узора галактик. Отметим также, что модель (1)—(4) является самосогласованной, то есть  $f_0$  (1) и  $\Phi_0$  (4) являются решениями стационарных уравнений — кинетического и Пуассона [12].

Динамика произвольных неосесимметричных возмущений в плоскости звездного диска (1) описывается дисперсионным уравнением [10]:

$$k k_T r^2 (1 + k \Delta_*) = 1 - \left\{ 1 - \frac{\omega_*}{v} \left( 1 + \zeta + 2\eta z \frac{\partial}{\partial z} \right) \right\} \times \\ \times \left\{ I_0(\tilde{z}) e^{-\tilde{z}} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{v^2 I_n(\tilde{z}) e^{-\tilde{z}}}{v^2 - n^2 x^2} \right\}, \quad (5)$$

где  $k = (k_r^2 + k_\varphi^2)^{1/2}$  — абсолютная величина волнового вектора в плоскости диска;  $k_r, k_\varphi = m/r$  — его радиальная и азимутальная компоненты;  $k_T = x^2/2\pi G_0$ ;  $r = c_r/x$ ;  $v = \omega - m\Omega$ ,  $\omega$  — частота возмущений;  $\omega_* = k_\varphi c_r^2 (2\Omega/x) \partial \ln \sigma_0 / \partial r$ ;  $\eta = \partial \ln c_r / \partial \ln \sigma_0$ ;  $\zeta = \partial \ln (2\Omega/x) / \partial \ln \sigma_0$ ;  $\tilde{z} = c_r^2 [k_r^2 + (2\Omega k_\varphi/x)^2] / x^2$ .

Звездный диск гравитационно устойчив, если его параметры таковы, что уравнение (5) не имеет комплексных корней с  $\operatorname{Im}(v) > 0$ . В простейшей модели однородного твердотельного вращающегося бесконечно тонкого диска условие устойчивости относительно произвольных возмущений в плоскости диска имеет вид\* [11]:

$$c_r \geq c_T = 3.36 G_0/x. \quad (6)$$

Учет конечной толщины диска несколько уменьшает необходимую для его устойчивости величину  $c_r$  [12]. Но радиальная неоднородность таких параметров, как  $\Omega, \sigma_0, c_r$ , существенно увеличивает минимально необходимое для устойчивости диска значение  $c_r$  [10].

Поясним причину дестабилизирующего влияния радиальной неоднородности параметров диска. Во-первых, в стационарном звездном диске дисперсия азимутальных скоростей звезд  $c_\varphi = (x/2\Omega) c_r < c_r$  [13], и следовательно, для стабилизации предельно неосесимметричных возмущений из-за меньшей, чем радиальная, азимутальной „упругости“

\* В [11] условие (6) получено как условие устойчивости дифференциально вращающегося диска относительно осесимметричных (кольцевых) возмущений.

диска нужна в  $(2\Omega/\kappa) > 1$  раз большая, чем  $c_T$ , величина  $c_r$ . Во-вторых, дисперсионное уравнение (5) в области частот  $|\nu| \lesssim \kappa$  описывает две гравитационные и одну [градиентную] ветви неосесимметричных колебаний диска [14]. Максимальное значение частоты последней в длинноволновой части спектра ( $k \lesssim 2k_T$ ) по порядку величины равно  $c_T/\tilde{L}$ , где  $\tilde{L} = \min(L_o, L_c)$ . И если звездный диск недостаточно „горяч“ ( $c_r \simeq c_T$ ), то абсолютная величина частоты гравитационных возмущений в той же области спектра с уменьшением длины волны падает, достигая значений  $|\nu| \ll \kappa$  в окрестности  $k \simeq 2k_T$  [14]. Тем самым в длинноволновой части спектра абсолютные величины частот градиентной и гравитационных ветвей колебаний диска могут быть одного порядка и возникающая между ними „слабая связь“ (по терминологии [15]) приводит к возбуждению гравитационно-градиентной неустойчивости в недостаточно горячем ( $c_r \simeq c_T$ ) звездном диске [14]. Общий вид спектра в области частот  $|\nu| < \kappa$  в таком диске с  $c_r = 1.2 c_T$  изображен на рис. 1 (вычисление корней (5) проводилось на ЭВМ с помощью „принципа аргумента“ [16]).

В то же время с ростом «температуры» диска (с увеличением параметра  $c_r$ ) абсолютная величина частоты гравитационных возмущений в области  $k \lesssim 2k_T$  растет и при некотором  $c_r = c_* > c_T$  „слабая связь“ [15] градиентной и гравитационных ветвей исчезает. Это и приводит к стабилизации гравитационно-градиентной неустойчивости диска (см. рис. 2).

В последующих вычислениях мы будем полагать закон вращения степенным  $\Omega \sim r^{-n}$  с  $n = \text{const}$ , а распределения  $\sigma_0$  и  $c_r$  — локально экспоненциальными с характерными масштабами радиальной неоднородности  $L_o$  и  $L_c$  соответственно. В этом случае в уравнении (5):  $\zeta \equiv 0$ ;  $\eta = L_o/L_c$ .

Отметим также, что изучению градиентных неустойчивостей звездного диска был посвящен ряд работ М. Н. Максумова (см. работу [18] и ссылки в ней), но в этих работах вопрос о связи масштабов  $L_o$  и  $L_c$  и, тем самым, о величине  $\eta$  не ставился.

3. Связь масштабов радиальной неоднородности величин  $\sigma_0$  и  $c_r$ . Как видно из рис. 1 в недостаточно горячем ( $c_r < c_*$ ) звездном диске существуют две области неустойчивости. Этот эффект обусловлен следующим обстоятельством. Закон дисперсии градиентной ветви колебаний диска, близкого к границе устойчивости, в области длин волн  $k \lesssim k_T$ , согласно (5), имеет вид:

$$v_{\text{grad}} \simeq - \frac{2k_* \Omega [1 - \bar{z} (1 + 2\eta)]}{kk_T L_* [1 + k\Delta_* - \bar{z}/kk_T \bar{r}^2 + 3\bar{z}^2/4kk_T \bar{r}^2]} \quad (7)$$

Отсюда видно, что в длинноволновом пределе ( $k \ll k_T$ ) частота градиентной ветви отрицательна, а в области длин волн  $\bar{z} > (1 + 2\eta)$  — положительна. Тем самым градиентные возмущения могут вступить в «слабую связь» [15] как с отрицательной, так и с положительной гравитационными (джинсовскими) ветвями колебаний звездного диска.

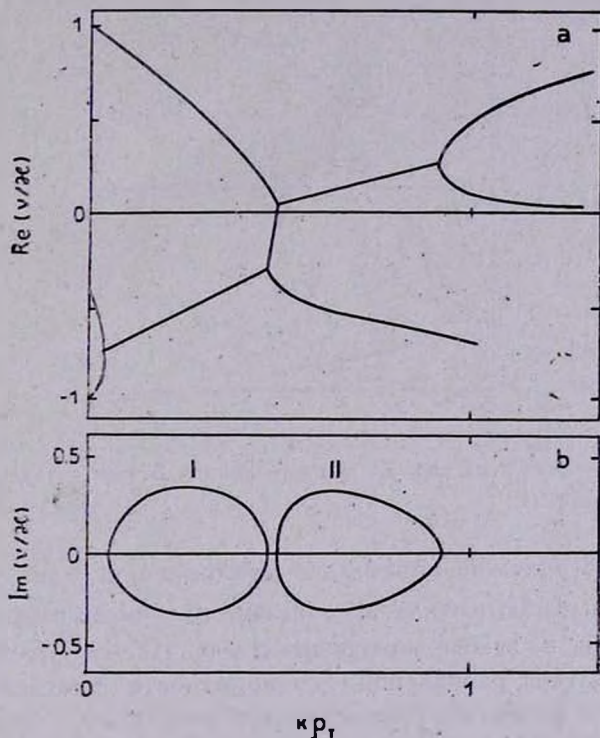


Рис. 1. Ветви предельно неосесимметричных колебаний ( $\sin \theta = m/k r \rightarrow 1$ ) звездного диска с  $\eta = L_*/L_c = 1.1$ ,  $s_T = \rho_T/L_* = 0.18$ ,  $\bar{v}_T = \Delta_*/\rho_T = 0.3$  при  $c_r = 1.2 c_T$ . На рисунке „а“ показаны вещественные части частот; на рисунке „б“ приведены мнимые части.

Если параметры диска таковы, что  $\eta = L_*/L_c = 0$ , то существует лишь одна область «слабой связи» и, следовательно, одна область неустойчивости (область I на рис. 1б). При  $\eta \neq 0$  существуют две области неустойчивости в  $k$ -пространстве. И в зависимости от величины  $\eta$  с ростом «температуры» диска (величины  $c_r$ ) одна из них исчезает при меньших значениях  $c_r$ , а другая — при больших.

Проведенные нами вычисления привели к следующим результатам. В дисках с  $0 < \eta = L_o/L_e \leq 1$  неустойчивость в области II подавляется при меньших значениях  $c_*$ , чем неустойчивость в области I. Если же в звездном диске  $\eta \geq 1$ , то при меньших значениях  $c_*$  подавляется неустойчивость в области I. В дисках с  $\eta = 1$  обе области неустойчивости исчезают практически при одном и том же значении величины  $c_*$  (см. рис. 3).

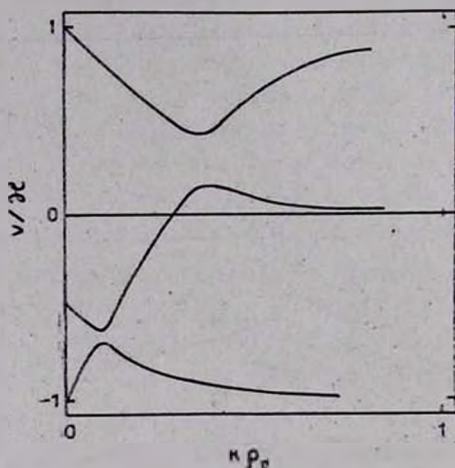


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, при  $c_* = 2.06 c_T$ . В этом случае звездный диск гравитационно устойчив.

Конкретное значение минимально необходимой для устойчивости диска величины  $c_*$  зависит, таким образом, от четырех параметров: показателя степени в законе вращения диска ( $\Omega \sim r^{-n}$ ), полутолщины диска  $\Delta_*$ , масштаба радиальной неоднородности плотности  $L_o$  и параметра  $\eta$ . Для удобства представления результатов вместо величин  $\Delta_*$  и  $L_o$  мы использовали безразмерные параметры  $\delta_T = \Delta_*/\rho_T$  и  $\epsilon_T = \rho_T/L_o$ , где  $\rho_T = c_T/\kappa$  (см. (6)). В наших вычислениях в соответствии с данными наблюдений полагалось  $n = 1$ , а зависимость  $c_*$  от остальных параметров представлена на рис. 3а, б. Из этих результатов видно следующее. Во-первых, при разумных значениях параметров  $\delta_T = \Delta_*/\rho_T$  и  $\epsilon_T = \rho_T/L_o$  необходимая для устойчивости звездного диска величина  $c_*$  достигает своего минимального значения в окрестности  $\eta = L_o/L_e \approx 1$ . Во-вторых, чем больше параметр  $\epsilon_T$  и чем толще диск (чем больше параметр  $\delta_T = \Delta_*/\rho_T$ ), тем при больших значениях  $\eta = L_o/L_e$  величина  $c_*$  достигает своего минимального значения.

4. *Обсуждение результатов.* К настоящему времени по крайней мере уже в двух галактиках (NGC 936, NGC 1553 [5, 6]) проведены измерения дисперсии радиальных скоростей звезд не менее, чем в двух точках по радиусу. Из этих данных, полагая распределение  $c_r(r)$  экспоненциальным,  $c_r \sim \exp(-r/L_c)$ , можно оценить величину  $L_c$ . Для этих галактик известны и характерные масштабы  $L_\sigma$  радиальной неоднородности поверхностной плотности. Поэтому можно вычислить наблюдаемые значения  $\eta = L_\sigma/L_c$  в галактиках NGC 936 и NGC 1553 и сравнить результаты с предсказаниями теории (см. раздел 3 и рис. 3а, б). В последующих оценках полагаем  $\delta_T = \Delta_\sigma/\rho_T \approx 0.3$  (используем данные рис. 3а).

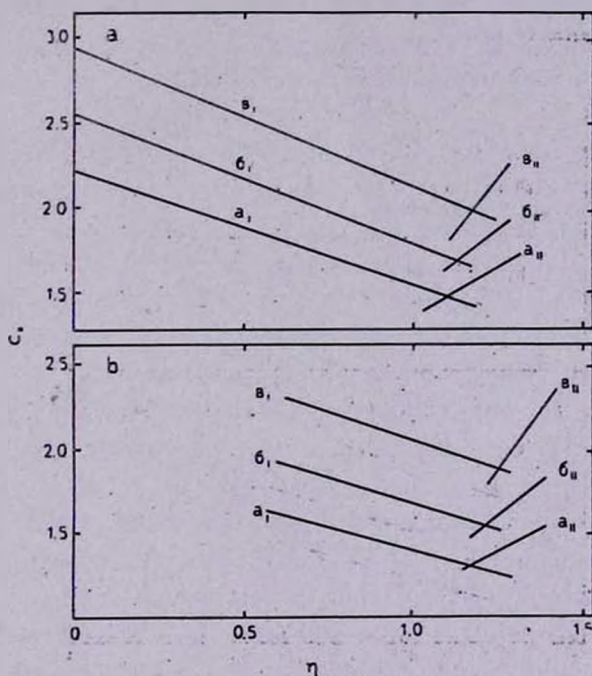


Рис. 3. Зависимость минимально необходимой для гравитационной устойчивости диска радиальной дисперсии скоростей звезд от параметра  $\eta = L_\sigma/L_c$  при различных фиксированных  $\gamma_T = \rho_T/L_\sigma$ ,  $\delta_T = \Delta_\sigma/\rho_T$ . На рис. 3а —  $\delta_T = 0.3$ ; 3б —  $\delta_T = 0.6$ . Кривые а, б, в приведены для  $\gamma_T$  равного соответственно 0.1; 0.14; 0.18. Индексы I (II) относятся к областям неустойчивости I (II) (см. рис. 1).

а) NGC 936. Для этой галактики  $c_r(r = 1.3 L_\sigma) \approx 106$  км/с;  $c_r(r = 1.75 L_\sigma) \approx 71$  км/с;  $L_\sigma \approx 3.7$  кпк и, следовательно,  $L_c \approx 4.17$  кпк и  $\eta_{\text{набл.}} \approx 0.89$ . Принимая во внимание, что  $\kappa(1.75 L_\sigma) \approx 74$  км/с кпк и

согласуя результаты, представленные на рис. 3а по  $v_T$  и  $c_*/c_T$  при  $r = 1.75 L_*$ , находим  $c_*/c_T \simeq 1.75$  ( $c_T \simeq 40$  км/с);  $v_T \simeq 0.15$  и, следовательно, величина  $c_*$  минимальна при  $\eta = \eta_{\text{теор.}} \simeq 1.13$ .

б) NGC 1553. Для этой галактики  $c_r(r = 1.6 L_*) \simeq 88$  км/с;  $c_r(r = 1.9 L_*) \simeq 69$  км/с;  $L_* \simeq 2.9$  кпк и, следовательно,  $L_c \simeq 3.58$  кпк и  $\eta_{\text{набл.}} \simeq 0.81$ . Оценки, аналогичные приведенным выше для NGC 936, дают при  $r = 1.9 L_*$ :  $c_*/c_T \simeq 1.95$  ( $c_T \simeq 35$  км/с);  $v_T \simeq 0.18$  и, следовательно, величина  $c_*$  минимальна при  $\eta = \eta_{\text{теор.}} \simeq 1.17$ .

Нетрудно видеть, что в обеих галактиках (NGC 936, NGC 1553) согласие между наблюдаемыми значениями  $\eta = L_*/L_c$  и значениями, предсказываемыми теорией, является удовлетворительным (различие не более, чем на 30%). В то же время наблюдаемые значения  $\eta_{\text{набл.}}$  в обоих случаях меньше предсказываемых теорией. Попытаемся понять причины этого различия.

С точки зрения минимизации величины  $c_* \simeq c_r$  звездному диску следует быть таким, чтобы  $\eta = \eta_{\text{теор.}}$ , предсказываемому результатами, представленными на рис. 3а, б. Однако в этом случае должно быть  $L_c < L_*$ . Дисперсия радиальных скоростей звезд в таком диске росла бы несколько быстрее к центру диска, чем его поверхностная плотность. В частности, аппроксимация величины  $c_r$  в центре диска по  $\eta = \eta_{\text{теор.}}$  при сохранении закона  $\sigma_0 \sim \exp(-r/L_*)$  в случае NGC 936 дала бы  $c_r(r=0) \gtrsim 500$  км/с, а в случае NGC 1553 —  $c_r(r=0) \gtrsim 600$  км/с. Эти значения величины  $c_r$  настолько велики, что по порядку величины равны скорости убегания звезд из галактики. Кроме того, столь большие значения  $c_r(r=0)$  противоречат результатам численных экспериментов [7, 9]. Ясно, что структура звездного диска должна стремиться быть такой, чтобы величина  $c_r(r=0)$  не превышала значений порядка 100–200 км/с. Это может быть достигнуто по крайней мере двумя способами. Во-первых, за счет некоторого увеличения необходимой для устойчивости диска величины  $c_r \simeq c_*$  может быть уменьшен параметр  $\eta = L_*/L_c$  (двигаясь на рис. 3а, б влево от точек, где  $c_*$  минимальна) и, следовательно, увеличен масштаб  $L_c$ . Такой способ, как показывают данные наблюдений [5, 6] и реализуется в галактиках NGC 936, NGC 1553. Во-вторых, в диске галактики может быть заметно нарушен экспоненциальный закон  $\sigma_0 \sim \exp(-r/L_*)$  по мере приближения к ее центру. На эту возможность указывают данные наблюдений, показывающие, что во многих галактиках по мере приближения к центру диска рост поверхностной

плотности резко замедляется ( $L_*$  возрастает), а в окрестности центра диска образуется "дыра" в распределении  $\sigma_0(r)$  [1, 2, 17]. В таких галактиках, согласно результатам настоящей заметки, рост дисперсии скоростей звезд к центру диска должен замедляться вместе с замедлением роста  $\sigma_0$ , а в окрестности центра диска величина  $c_*$  должна уменьшаться (см. расчеты величины  $c_*$  в ряде моделей Галактики в работе [8]).

Волгоградский государственный  
университет

## WHAT VALUE MUST THE GRADIENT OF DISPERSION OF RADIAL VELOCITIES OF STARS HAVE IN THE DISKS OF GALAXIES?

A. G. MOROZOV, A. V. HOPERSKOV

The dispersion of radial velocities of stars  $c_*$  (which is a minimum necessity for gravitational stability of the stellar disk) has been calculated as a function of radial inhomogeneity scales of surface density  $L_\sigma$ , dispersion of radial velocities of stars  $L_c$  and other disk parameters. It has been shown that the quantity  $c_*$  reaches its minimum value with  $\eta = L_\sigma/L_c \approx 1$ . This result presents a satisfactory agreement with the observational data.

## ЛИТЕРАТУРА

1. K. C. Freeman, *Astrophys. J.*, 160, 811, 1970.
2. А. В. Засов, *Итоги науки и техн. ВИНТИ, Астрон.*, 18, 3, 1981.
3. К. Ф. Огородников, Л. П. Осипков, *Бюлл. Абастум. астрофиз. обсерв.*, № 52, 37, 1980.
4. R. Wielen, *Highlights Astron.*, 3, 395, 1974.
5. J. Kormendy, *Astrophys. J.*, 286, 116, 1984.
6. J. Kormendy, *Astrophys. J.*, 286, 132, 1984.
7. А. Г. Морозов, *Астрон. ж.*, 58, 734, 1981.
8. А. Г. Морозов, *Письма в Астрон. ж.*, 9, 716, 1983.
9. А. Г. Морозов, *Астрон. ж.*, 58, 34, 1981.
10. А. Г. Морозов, *Письма в Астрон. ж.*, 7, 197, 1981.
11. A. Toomre, *Astrophys. J.*, 139, 1217, 1964.
12. P. O. Vandervoort, *Astrophys. J.*, 161, 67, 87, 1970.
13. В. Л. Поляченко, А. М. Фридман, *Равновесие и устойчивость гравитирующих систем*, Наука, М., 1976.

14. А. Г. Морозов, Астрон. ж., 57, 681, 1980.
15. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Физическая кинетика, Наука, М., 1979.
16. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат, Методы теории функций комплексного переменного, Наука, М., 1965.
17. А. В. Засов, Астрон. циркуляр, № 933, 1, 1976.
18. М. Н. Максумов, Бюлл. ин-та астрофиз. АН Тадж.ССР, № 67—70, 3, 1980.