

УДК: 524.333.7

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСОВ В МОДЕЛЯХ
ЦЕФЕИД II ТИПА НАСЕЛЕНИЯ

А. Б. ФОКИН

Поступила 17 июня 1985

Принята к печати 20 сентября 1985

Исследованы фурье-спектры нелинейных колебаний моделей цефеид II. Обнаружено, что частотный резонанс между фундаментальной модой и каким-либо обертоном приводит к увеличению механической энергии этого обертона в 2—3 раза. Также показано, что на каждом цикле пульсаций во внешних слоях оболочки генерируется бегущая волна, распространяющаяся вглубь. Появление вторичных горбов на кривых скоростей и блеска совпадает с наступлением резонанса между фундаментальной модой и вторым обертоном. В то же время момент образования горба совпадает с приходом к поверхности страженной от ядра волны сжатия. Причину образования вторичных горбов следует искать, по-видимому, во взаимодействии этих двух механизмов.

1. Введение. Среди наблюдаемых особенностей цефеид населения II (или цефеид II) с периодами от 1 до 25 суток можно выделить два следующих феномена. Первый связан с присутствием на кривых блеска в интервале периодов от 1 до 3 суток вторичного горба, фаза которого явно связана с периодом [1]. Второй — с тем фактом, что кривые блеска приобретают в области периодов 15—20 суток характер чередующихся глубоких и мелких минимумов, свойственный переменным типа RV Тельца [2]. Объяснение механизмов, лежащих в основе этих явлений, представляется весьма перспективным. В первом случае, ввиду связи фазы горба с параметрами, влияющими в конечном счете на период (связанный со средней плотностью), появилась бы дополнительная возможность определения масс и радиусов этих звезд, представляющая интерес также для теории звездной эволюции. Во втором это дало бы ключ как к пониманию самой природы пульсаций, так и к целому ряду нерешенных проблем, связанных с переменными звездами типа RV Тельца.

Отметим, что отдельные гидродинамические расчеты моделей цефеид II с периодами 1—3 суток и 17 суток успешно смоделировали оба эти феномена, так что в смысле численного их воспроизведения особых проблем, по-видимому, нет [3—5]. Что же касается механизмов, лежащих в их основе, то на этот счет мнения исследователей разделились. Например

ряд авторов, следуя точке зрения Кристи [6], связывает образование и смещение вторичных горбов (последовательность Герцшпрунга) с генерацией и распространением в оболочке бегущей волны сжатия [3]. Согласно другой гипотезе, выдвинутой Саймоном и Шмидтом [7], природа горбов обусловлена резонансным возбуждением пульсаций во втором обертоне, поскольку линейная теория предсказывает наступление такого резонанса у цефеид II как раз при периодах 1—3 суток [4].

Переход к пульсациям, характерным для переменных типа RV Тельца, теоретически исследован еще меньше. Он тесно связан с природой пульсаций самих звезд типа RV Тельца, а последним к настоящему времени посвящено не так много теоретических работ. Все же можно отметить работу Такеути и Петерсена [8], в которой авторы, базируясь на выводах линейной теории, предложили для объяснения кривых блеска этих звезд гипотезу резонансного возбуждения первого обертона. Согласно теории, такой резонанс должен наступать вблизи периодов 15—20 суток, то есть как раз в области наблюдаемого перехода. Пока, однако, каких-либо убедительных подтверждений эта гипотеза не нашла.

Существование альтернативных гипотез, особенно по вопросу об образовании вторичных горбов, является следствием того, что интерпретация результатов гидродинамических расчетов представляет, как правило, самостоятельную сложную задачу. В данном случае это относится к выделению на фоне общих пульсаций бегущих волн и колебаний в обертонах. Для уверенного отождествления обеих форм колебаний необходимо привлекать количественные методы анализа.

В качестве одного из методов, позволяющего исследовать связь обертоновых резонансных колебаний и бегущих волн с описанными выше явлениями, в настоящей работе предлагается полный гармонический анализ радиальных скоростей моделей цефеид II во всей оболочке. Вследствие периодического характера пульсаций рассматриваемых моделей такой подход является наиболее естественным.

Раздел 4 посвящен обсуждению результатов и основным выводам.

2. *Описание метода и постановка задачи.* Суть излагаемого метода достаточно проста. Пусть из дискретной гидродинамической модели нам известен закон изменения радиальных скоростей пульсаций $U_j(t)$ в интервале времени $0 \leq t \leq \Pi_0$, где Π_0 — период фундаментальной моды, во всех лагранжевых узлах j . Выбор скоростей в качестве анализируемых величин в данной работе продиктован в основном соображениями удобства.

Задача состоит в отыскании коэффициентов A_j^n и B_j^n разложения функций $U_j(t)$ в ряд Фурье для всех $1 \leq j \leq N$, где N — число лагранжевых (массовых) узлов:

$$U_j(t) = \frac{A_j^0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_j^n \cos \frac{2\pi n t}{\Pi_0} + B_j^n \sin \frac{2\pi n t}{\Pi_0} \right). \quad (1)$$

Коэффициенты Фурье, минимизирующие среднеквадратичную погрешность аппроксимации рядом (1), как известно, определяются следующим образом:

$$A_j^n = \frac{2}{\Pi_0} \int_0^{\Pi_0} U_j(\tau) \cos \frac{2\pi n \tau}{\Pi_0} d\tau, \quad B_j^n = \frac{2}{\Pi_0} \int_0^{\Pi_0} U_j(\tau) \sin \frac{2\pi n \tau}{\Pi_0} d\tau, \quad (2)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

Поскольку исходное поле скоростей $U_j(t)$ задано в виде сеточной функции

$$U_j(t_i) = U_j^i, \quad 1 \leq j \leq N, \quad 1 \leq i \leq M,$$

то в выражении (2) интегралы необходимо заменить суммированием. В данной работе коэффициенты A_j^n и B_j^n рассчитывались по формулам:

$$A_j^n = \frac{2}{\Pi_0} \sum_{i=1}^{M-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} (a_j^i \tau + b_j^i) \cos \frac{2\pi n \tau}{\Pi_0} d\tau, \quad (3)$$

$$B_j^n = \frac{2}{\Pi_0} \sum_{i=1}^{M-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} (a_j^i \tau + b_j^i) \sin \frac{2\pi n \tau}{\Pi_0} d\tau,$$

в которых была использована кусочно-линейная интерполяция U_j^i внутри интервала (t_i, t_{i+1}) :

$$U_j(t) = a_j^i t + b_j^i, \quad t_i < t < t_{i+1}.$$

Для практического анализа иногда удобно в формуле (1) заменить выражение в скобках на

$$C_j^n \sin \left(\frac{2\pi n t}{\Pi_0} + \Phi_j^n \right), \quad (4)$$

где $C_j^n = \sqrt{(A_j^n)^2 + (B_j^n)^2}$ есть модуль амплитуды, а $\Phi_j^n = \arctg (A_j^n/B_j^n)$ — фаза n -й гармоники.

Если в анализируемой модели присутствует стоячая волна (обертон), то она, очевидно, будет описываться постоянной фазой $\Phi_j^n = \text{const}(n)$ соответствующего члена разложения (4) и некоторым распределением

амплитуд C_j^n , которое будет тем ближе к линейной собственной функции, чем меньше амплитуда пульсаций.

Области бегущих волн, однако, не всегда характеризуются прогрессивным изменением фазы в зависимости от номера узла j в (4), поскольку, вообще говоря, эти волны претерпевают отражения от поверхности и ядра звезды. Найдем, при каких условиях бегущие волны могут быть выделены, воспользовавшись следующей упрощенной моделью.

Пусть в ограниченной с двух сторон стенками (например, при $x = x_0$ и $x = 0$) однородной среде возле одной из границ (x_0) в момент $t = 0$ возникло небольшое возмущение, которое начало распространяться к противоположной границе в форме бегущей волны $f(x, t)$. Через интервал времени $t = x_0/c_{\text{зв}}$, где $c_{\text{зв}}$ — скорость звука в среде, эта волна дойдет до второй стенки $x = 0$ и отразится назад в виде волны $f'(x, t)$, а спустя еще время $x_0/c_{\text{зв}}$, в момент $T = 2x_0/c_{\text{зв}}$, она вернется в исходную точку. Пусть также нам известен фурье-спектр разложения начального возмущения в точке X_0 по времени:

$$f(t, x_0) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_0^n \cos \omega_n t + B_0^n \sin \omega_n t).$$

Вследствие однородности среды и малости начального возмущения профили $f(t, x)$ в различных точках x будут отличаться друг от друга только фазой, пропорциональной $\tau = (x - x_0)/c_{\text{зв}}$. Переходя от x к новой переменной τ , нетрудно получить зависимость фурье-спектра волны $f(t, \tau)$ от τ :

$$\begin{aligned} A^n(\tau) &= C_0^n \operatorname{Re} \left\{ e^{i(\omega_n \tau + \Phi_0^n)} \right\}, \\ B^n(\tau) &= C_0^n \operatorname{Im} \left\{ e^{i(\omega_n \tau + \Phi_0^n)} \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $C_0^n = \sqrt{(A_0^n)^2 + (B_0^n)^2}$, $\operatorname{tg} \Phi_0^n = B_0^n/A_0^n$, $n = 1, 2, \dots$

Отраженную волну $f'(t, \tau)$ можно описать как

$$f'(t, \tau) = \alpha f(t, T - \tau) = \alpha f(t, -\tau),$$

где α — коэффициент отражения. Разлагая с помощью (5) функцию $F(t, \tau) = f(t, \tau) + f'(t, \tau)$ в ряд Фурье и учитывая, что $e^{i\omega_n T} = 1$, находим члены разложения $F(t, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t, \tau)$

$$F_n(t, \tau) = C_0^n [2x \cos(\omega_n t - \Phi_0^*) \cos \omega_n \tau - (x - 1) \cos[\omega_n(t - \tau) - \Phi_0^*]] \equiv \\ \equiv C_0^n \{ (1 + x) \cos(\omega_n(t - \tau) - \Phi_0^*) - 2x \sin(\omega_n t - \Phi_0^*) \sin \omega_n \tau \}. \quad (6)$$

Из (6), в частности, следует, что в случае полного отражения ($|x| = 1$) все члены разложения будут иметь характер стоячих волн, фаза которых Φ_0^* определяется только начальным возмущением. Если же в процессе распространения происходит затухание или усиление одной из волн, то в разложение суммарной волны обязательно войдет бегущий компонент

$$\delta = \delta_0 \exp \{ i(\omega_n [t - \tau] - \Phi_0^*) \}.$$

Если область затухания или усиления волны содержит узлы соответствующей собственной функции, то δ_0 можно оценить из анализа колебаний в этих узлах.

Все эти выводы, как показали специальные расчеты, остаются в силе и в случае не слишком больших амплитуд колебаний неоднородных сферически-симметричных оболочек. В частности, на внешней границе модели политропы с $n = 3$ и $\gamma = 5/3$, представленной 20 лагранжевыми зонами, в состоянии гидростатического равновесия была искусственно генерирована волна разрежения с амплитудой ~ 10 км/с. Отражение этой волны от ядра было практически полным, и, как следствие этого, все гармоники разложения во внутренних областях представляли собой стоячие волны. Вблизи внешней границы вследствие частичной диссипации энергии отраженной волны, обусловленной использованием в расчетах искусственной вязкости фон Неймана, в разложении появился бегущий компонент с фазой, зависящей от номера лагранжевого узла. Направление распространения этой добавочной волны находилось в качественном согласии с (6) при условии, что $\alpha < 1$, то есть при затухании отраженной волны. Поскольку структура оболочек цефеид II качественно, а до определенной степени и количественно, может быть аппроксимирована политропой с $n = 3-4$, то результаты этих тестовых расчетов дают основания применять предложенный метод к анализу цефеид II.

В настоящей работе вышеизложенная процедура анализа была использована для исследования 6 гидродинамических моделей цефеид II с периодами от 1.3 до 6.7 суток, описанных в [9]. Некоторые их характеристики представлены в табл. 1. Первичные модели содержали по 80 лагранжевых узлов. Фурье-разложение скоростей проводилось по первым 6 гармоникам для 36 лагранжевых узлов, выбранных по закону

$$j = 2k, \quad k = 5, 6, \dots, 40.$$

В среднем по каждой модели анализ охватывал 70—80% радиуса.

Для иллюстрации точности расчетов на рис. 1 приведены две диаграммы скоростей модели 1. Первая изображает изменение со временем исходных скоростей, умноженных на $\sqrt{m_j}$, где m_j — масса j -го слоя, во всех выбранных узлах. На второй в том же масштабе представлена разность

$$U_j - \left(A_j^0/2 + \sum_{n=1}^6 \left| A_j^n \cos \frac{2\pi n t}{\Pi_0} + E_j^n \sin \frac{2\pi n t}{\Pi_0} \right| \right),$$

характеризующая точность аппроксимации. Небольшой «бегущий» остаток на второй диаграмме обусловлен в основном пакетом высших гармоник с $n > 6$, не рассматриваемых в данной работе.

3. *Результаты расчетов.* В табл. 1 приведены логарифмы полученных из анализа относительных осцилляторных моментов инерции второй гармоники J_{21} . В последнем столбце таблицы приведено число узлов второй гармоники, M , равное номеру обертона. Первая гармоника у всех моделей соответствует фундаментальной моде.

Таблица 1

ХАРАКТЕРИСТИКИ ИССЛЕДОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ

№	$\lg M/R$	$\Delta R/R_0$	Π_0 (сут.)	Π_1/Π_0	Π_2/Π_0	$\ln J_{21}$	$2t_{21}/\Pi_0$	M
1	-1.135	0.19	1.27	0.71	0.521	-2.18	1.76	2
2	-1.187	0.20	1.628	0.89	0.498	-1.50	1.62	2
3	-1.267	0.29	2.09	0.664	0.472	-1.74	1.66	2
4	-1.401	0.32	3.90	0.598	0.41	-2.08	1.37	1
5	-1.458	0.30	5.16	0.56	0.38	-1.14	1.24	1
6	-1.53	0.37	6.75	0.52	0.35	-1.61	1.18	1

Относительный осцилляторный момент k -й гармоники J_{k1} определяется для нелинейных колебаний как $J_{k1} = J_k/J_1$, где

$$J_k = \frac{1}{2} \int_0^M (\Delta U_k)^2 dm,$$

ΔU_k — амплитуда скорости k -й гармоники, m — масса звезды; интеграл берется по всей массе звезды. Таким образом, J_{k1} равен доле суммарной механической энергии k -й гармоники по отношению к энергии первой гармоники. Из таблицы видно, что среди моделей 1, 2 и 3, у которых вторая гармоника соответствует второму обертону ($M = 2$), величина J_{21} имеет максимум у модели 2 с $\Pi_2/\Pi_0 = 0.498$, достигая 0.22. Максимум J_{21} обусловлен возрастанием эффективности нелинейной перекачки части энергии из

фундаментальной моды во второй обертона вблизи центра резонанса $\Pi_2/\Pi_0 = 0.5$.

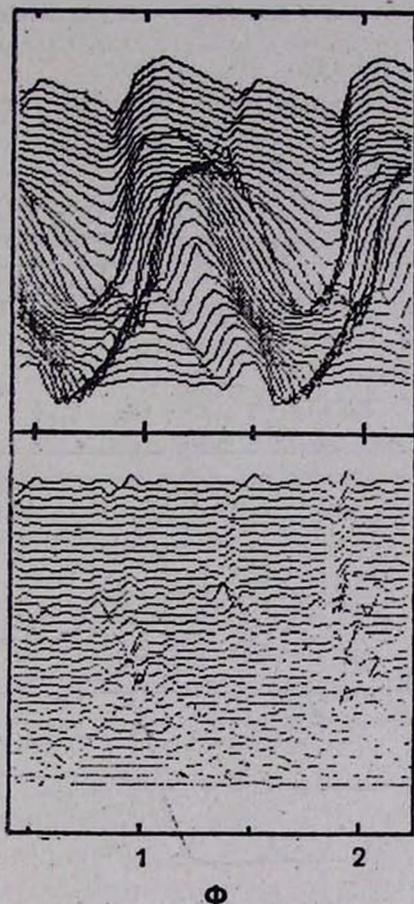


Рис. 1. а) Исходные скорости модели 1 в зависимости от фазы пульсаций. б) Остаточные скорости после вычета из а) суммы шести гармоник разложения Фурье. Отдельные кривые соответствуют различным номерам лагранжевых узлов, масштабные коэффициенты пропорциональны $\sqrt{m_j}$. Нижние кривые соответствуют $j = 10$, $R = 0.32 R_0$, верхние — $j = 80$, $R = R_0$. Нуль-пункты кривых выбраны произвольно.

На рис. 2 представлено распределение по лагранжевой координате фурье-амплитуд, помноженных на $\sqrt{m_j}$, и фаз первой и второй гармоник для моделей 1 и 2. Отмеченные характерные точки линейных собственных функций, соответствующих второму обертону, достаточно точно совпадают с узлами и пучностями амплитуд, полученных из разложения. Это объясняется как близостью к центру резонанса, так и небольшими ампли-

тудами этих моделей — $\Delta R/R = 0.19$ и 0.20 , соответственно. Кроме того, вследствие малой степени концентрации вещества к центру, пропорциональной R/M , амплитуда пульсации у этих моделей быстро уменьшается вглубь оболочки, так что там линейное приближение оказывается справедливым.

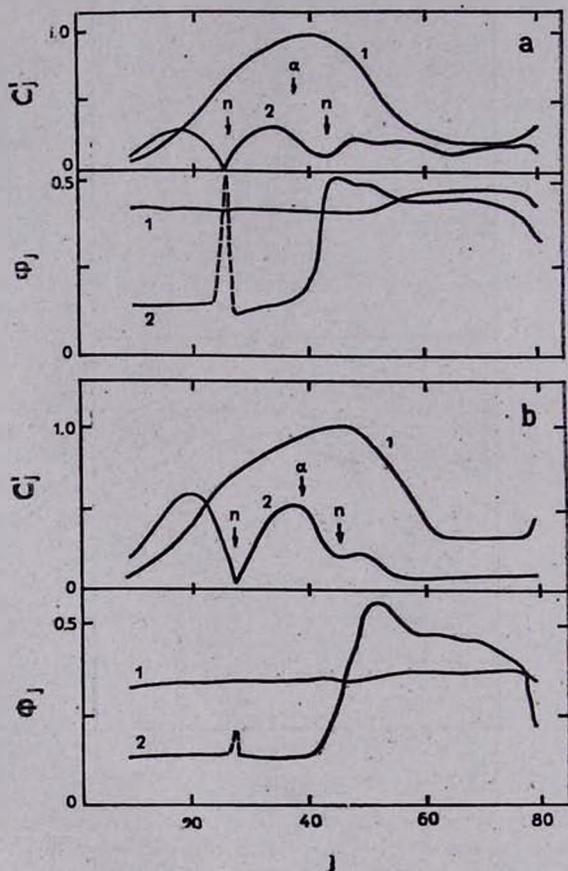


Рис. 2. Амплитуды $C_j = C_j / \sqrt{m_j}$ и фазы Φ_j первых двух гармоник разложения в зависимости от номера лагранжева узла j для моделей 1 (а) и 2 (б). Цифры около кривых обозначены номера гармоник. Стрелки указывают положения узлов (n) и пучностей (α) соответствующих собственных функций. Пунктиром отмечены скачкообразные изменения фазы в узлах.

На графиках зависимости фазы фундаментальной моды Φ_0 от номера лагранжева узла (рис. 2) заметен небольшой сдвиг, порядка 0.05 — 0.09 Φ , приходящийся на область максимального погружения уровня фотосферы в оболочку. Этот сдвиг является общим для всех рассмотренных моделей

и связан со смещением по массе уровня фотосферы (т. е. зоны частичной ионизации водорода) в процессе пульсаций. При расширении оболочки внешние слои охлаждаются и в них возникает волна рекомбинации водорода, распространяющаяся вглубь. Это приводит к уменьшению давления за фронтом рекомбинации $\Delta P/P \approx -0.5$ и к более быстрому сжатию рекомбинировавшего вещества. При дальнейшем сжатии внешние области вновь разогреваются, и возникает волна ионизации водорода, что приводит к увеличению градиента давления и обуславливает более быстрое расширение внешних слоев звезды. Этот процесс, в частности, приводит к сдвигу фазы Φ_0 фундаментальной собственной функции в области фотосферы [10].

У звезд с $\lg M/R \approx -1.56$ линейные расчеты предсказывают наступление резонанса $\Pi_1/\Pi_0 = 0.5$ между первым обертоном и фундаментальной модой. Фурье-анализ моделей 5 и 6, близких к этому резонансу, а также нерезонансной модели 4, показал, что колебания во второй гармонике разложения действительно соответствуют первому обертону. Однако в данном случае координаты узлов и пучностей уже не совпадают с предсказаниями линейной теорией. Это обусловлено как большими амплитудами этих моделей, $\Delta R/R_0 \approx 0.37$, так и достаточно высокой степенью концентрации вещества к центру.

Из табл. 1 видно, что у моделей 5 и 6 осцилляторные моменты J_{21} также выше, чем у нерезонансной модели 4. Это явление, так же, как и у модели 2, по-видимому, обусловлено резонансным возбуждением первого обертона, связанным с перекачкой механической энергии колебаний фундаментальной моды.

Таким образом, выполнение условия частотного резонанса $1/2$ приводит к тому, что соответствующий обертон имеет в резонансном случае в 2—3 раза большую относительную амплитуду, чем в нерезонансном.

На рис. 3 для модели 2 представлена диаграмма изменения со временем величины $e_j = \text{sgn}(U_j) m_j U_j$ для всех j , где U_j — скорость j -го узла, m_j — масса j -го интервала, равной механической энергии пульсаций j -го массового интервала. Из рисунка хорошо видно, что в глубоких слоях модели, охватывающих примерно 30 массовых интервалов исходной модели, движения среды имеют преимущественно характер волны или импульса, распространяющегося по оболочке практически с постоянной энергией. Аналогичный характер имеют движения во внутренних областях других моделей. Эти волновые движения были исследованы с помощью фазовых диаграмм в координатах A_j^n , B_j^n (см. (3)).

На рис. 4 представлены фазовые диаграммы модели 2 для второй и третьей гармоник разложения. Из анализа диаграмм можно заключить, что колебания самых глубоких слоев с $R/R_0 \leq 0.73$, где R_0 — радиус фото-

сферы, то есть в области сосуществования падающей и отраженной от внутренней границы волны, описываются набором стоячих гармоник. Этот

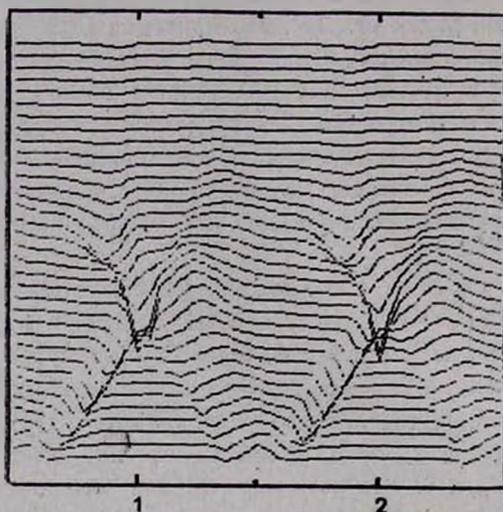


Рис. 3. Кинетическая энергия различных лагранжовых слоев модели 2, взятая со знаком мгновенной скорости U_j в зависимости от фазы пульсаций. Нижняя кривая соответствует $j = 10$, $R = 0.31 R_0$, верхняя — $j = 80$, $R = R_0$.

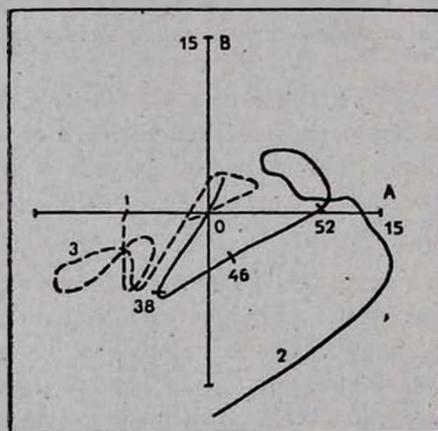


Рис. 4. Фазовые диаграммы модели 2 для второй и третьей (пунктир) гармоник разложения. Полная шкала равна 30 км/с. Штрихами и цифрами около них отмечены некоторые лагранжовы узлы.

вывод относится ко всем рассмотренным моделям и свидетельствует о том, что волны, падающие на внутреннюю границу, полностью от нее отражаются.

Наряду с самыми глубокими областями таких «скомпенсированных» волн, как следует из рис. 4, в оболочках моделей существуют сравнительно небольшие участки, где преобладают бегущие волны. В моделях 5 и 6, близких к резонансу $\Pi_1/\Pi_0 = 0.5$, эти волны присутствуют во 2, 3 и 4 гармониках разложения, охватывая около 25 массовых зон (исходных). У моделей 1 и 2, близких к резонансу $\Pi_2/\Pi_0 = 0.5$, области бегущих волн охватывают 10—15 массовых зон выше пучности второго обертона. Вблизи внешнего узла линейной собственной функции второго обертона отношение амплитуды волны во второй гармонике к амплитуде фундаментальной моды в той же точке составляет ~ 0.2 . Бегущие волны, видимые во второй, а также более высоких гармониках разложения, распространяются от поверхности внутрь (рис. 5). Как следует из анализа фазовых соотношений, их генерация происходит вблизи областей частичной ионизации водорода и гелия незадолго до фазы максимального сжатия. В этот момент зоны ионизации этих элементов максимально сближены, поэтому трудно определить, в какой из них происходит основная генерация.

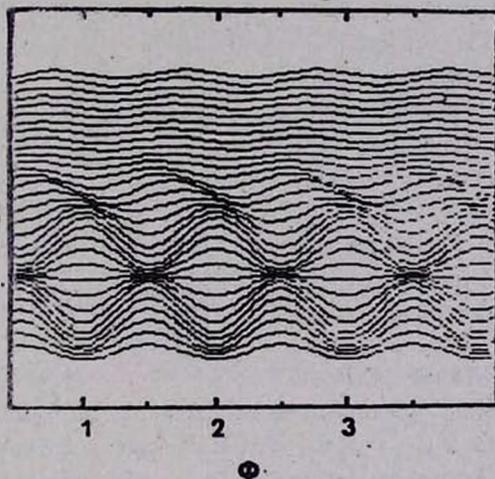


Рис. 5. Скорости второй гармоники разложения модели 2, взятые с коэффициентами $\sqrt{m_j}$, в зависимости от фазы пульсаций. Область бегущих волн приходится на интервал $42 < j < 54$.

По-видимому, одновременно с этой волной из той же области наверх начинает распространяться еще одна волна, чему свидетельствует анализ давления искусственной вязкости. Однако, вследствие малого акустического времени атмосферы $\tau_{at} \lesssim 0.1 \Pi_0$, уверенно обнаружить эту волну из анализа Фурье не удалось. Часть энергии нисходящей волны диссипирует из второй гармоники в районе пучности, поскольку в разложении для более глубокой области бегущие волны отсутствуют.

Анализ амплитуд колебаний моделей 1 и 2 показывает, что внешние узлы 2, 3 и 4 гармоник разложения имеют примерно одинаковую лагранжеву координату. Это говорит о том, что в данном узле должны пересекаться фронты падающей и отраженной волн. Такое пересечение возможно, поскольку удвоенное время пробега волны от поверхности к центру $2t_{\text{н}}$ для моделей 1 и 2 существенно больше периода генерации волны Π_0 (см. табл. 1).

Перечисленные выше результаты свидетельствуют о том, что в оболочках исследованных моделей происходят генерация и распространение бегущих волн. Еще одним указанием на волновые движения в оболочках может служить характер изменений остаточных скоростей, получающихся после вычета из исходного поля скоростей суммы (1) для каждого лагранжева узла (рис. 1b). Как видно из рисунка, остаточные скорости имеют выраженный характер высокочастотного пакета, распространяющегося к центру звезды и обратно.

Траектория бегущей от центральных областей вверх волны, как показывает акустический анализ, совпадает с характеристикой, начинающейся на внутренней границе модели в момент отражения. Фаза ее прихода к поверхности совпадает с фазой возникновения вторичного горба в моделях цефеид II с горбами (рис. 1a).

Таким образом, результаты проведенного анализа дают основания полагать, что бегущие волны, генерируемые в оболочке, играют значительную роль в образовании вторичных горбов на кривых блеска цефеид II.

4. Обсуждение. Основные выводы, полученные из гармонического анализа скоростей пульсирующих моделей цефеид II, сводятся к следующему:

1) При приближении моделей к одному из резонансов $\Pi_2/\Pi_0 = 0.5$ или $\Pi_1/\Pi_0 = 0.5$ доля механической энергии, заключенная в резонансном обертоном, возрастает в 2—3 раза. Это согласуется с гипотезами Саймона и Шмидта [7] и Такеути и Петерсена [8] о том, что указанные резонансы должны проявляться при нелинейных пульсациях.

Появление вторичных горбов на кривых скоростей и блеска совпадает с наступлением резонанса между фундаментальной модой и вторым обертоном. Резонанс $\Pi_2/\Pi_0 = 0.5$, по-видимому, не является непосредственной причиной возникновения вторичных горбов, однако его воздействие может проявляться косвенным образом. Этот вопрос предстоит исследовать в дальнейшем.

Колебания внутренних слоев ($R/R_0 \leq 0.73$) моделей с горбами достаточно хорошо описываются в рамках линейной теории. С увеличением R/M звезды область справедливости линейного приближения сокращается, и при

достижении периода ~ 6 суток составляет около 20—25 внутренних лагранжевых зон ($R/R_0 < 0.4-0.5$).

2. В оболочках исследованных моделей на каждом цикле колебаний в области, связанной с ионизацией водорода и гелия, генерируется импульс, распространяющийся к центру. Этот импульс испытывает отражение от внутренней границы и возвращается к поверхности. У моделей с горбами этот импульс распространяется в глубоких слоях с постоянной энергией. Его след после отражения совпадает с характеристикой, начинающейся на внутренней границе в момент отражения, а момент его прихода к фотосфере совпадает с моментом появления вторичного горба.

Из полученных результатов можно заключить, что механизм, приводящий к возникновению горба, является, по-видимому, комплексным и включает в себя как резонансное возбуждение второго обертона, так и генерацию бегущей волны (импульса). Идею о взаимодействии резонанса и бегущей волны, приводящем к появлению горбов у цефеид, впервые высказал Уитни [11]. Слабым местом этой гипотезы до сих пор остается неясный механизм взаимодействия бегущей волны и резонанса. Возможно, здесь играет важную роль обмен энергией между низкочастотным компонентом спектра бегущей волны и колебаниями во втором обертоне, создающий преимущественные условия для распространения волны в резонансном случае. Последовательность Герцшпрунга тогда можно объяснить изменением времени пробега волны от поверхности до центра по отношению к периоду Π_0 с изменением Π_0 . Эти величины можно рассчитать для любой конкретной модели, задаваясь начальными ее параметрами, и тем самым предсказать фазу вторичного горба. Подобный расчет был выполнен для гидродинамических моделей 1, 2 и 3 в работе [12]. Согласие величин фаз, полученных из нелинейных расчетов и из расчетов акустических характеристик равновесных моделей, было хорошим, но для окончательных выводов трех моделей, по-видимому, недостаточно.

У долгопериодических моделей с $\Pi_0 \geq 6$ суток, находящихся недалеко от резонанса $\Pi_1/\Pi_0 = 0.5$, доля механической энергии, приходящаяся на первый обертон, также больше, чем у нерезонансных моделей. К сожалению, вследствие ограниченного ряда моделей ($\Pi_0 \leq 6.7$ суток) в данной работе не было возможности проверить гипотезу Такеути и Петерсена в части объяснения перехода к пульсациям типа RV Тельца. В будущем планируется провести гармонический анализ моделей цефеид II с периодами от 7 до 20 суток, что, мы надеемся, позволит лучше понять природу этого явления.

A STUDY OF RESONANCES IN CEPHEID II MODELS

A. B. FOKIN

The Fourier spectra of nonlinear pulsations of Cepheids II models are investigated. It has been found that the resonance between the fundamental mode and some overtone leads to the mechanical energy of this overtone to be increased by factor of 2-3. It has been shown that a pulse is generated on each cycle in the outermost part of the envelope. A secondary bump on the velocity and light curves exists until the fundamental mode and the second overtone are in resonance. Yet, the bump rise coincides with the return of the pulse reflected from the core to the surface. The origin of the bump seems to be related with both these mechanisms.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. S. Stobie, *Observatory*, 83, 111, 1973.
2. H. C. Arp, *Astrophys. J.*, 60, 1, 1955.
3. T. R. Carson, R. Stothers, S. K. Vemury, *Astrophys. J.*, 244, 230, 1981.
4. D. S. King, A. N. Cox, S. W. Hodson, *Astrophys. J.*, 244, 242, 1981.
5. R. F. Christy, *Astrophys. J.*, 145, 337, 1966.
6. R. F. Christy, *Quart. J. Roy. Astron. Soc.*, 9, 13, 1968.
7. N. R. Simon, E. G. Schmidt, *Astrophys. J.*, 205, 162, 1976.
8. M. Takeuti, J. O. Petersen, *Astron. and Astrophys.*, 117, 352, 1983.
9. Ju. A. Fadeev, A. B. Fokin, *Astrophys. and Space Sci.*, 111, 355, 1985.
10. J. I. Castor, *Astrophys. J.*, 166, 109, 1971.
11. C. A. Whitney, *Astrophys. J.*, 274, 830, 1983.
12. Ю. А. Фадеев, А. Б. Фокин, *Науч. инф. Астрон. сов. АН СССР*, 1985 (в печати).