

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ  
ИНСТИТУТ РАДИОФИЗИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ

на правах рукописи  
УДК 539.2; 548.4

ЗАКАРЯН ТИГРАН ВАНИКОВИЧ

ВЛИЯНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ  
НА ДИНАМИКУ ДИСЛОКАЦИИ В МЕТАЛЛАХ  
(01.04.07 – физика твердого тела)

ДИССЕРТАЦИЯ  
на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических  
наук Р.А. Варданян

АШТАРАК-1994

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ЭЛЕКТРОННОЕ ТОРМОЖЕНИЕ ВИНТОВОЙ ДИСЛОКАЦИИ В МЕТАЛЛЕ	
§1. Постановка вопроса.....	12
§2. Электродинамическая модель.....	15
§3. Концепция "незэффективности" коротковолновых мод.....	16
ГЛАВА 2. ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ЭЛЕКТРОННОЕ ТОРМОЖЕНИЕ ВИНТОВОЙ ДИСЛОКАЦИИ В МЕТАЛЛЕ	
§1. Постановка вопроса.....	27
§2. Электродинамическая модель.....	29
§3. Слабые магнитные поля.....	32
§4. Сильные магнитные поля.....	39
ГЛАВА 3. ФЛУКТУАЦИОННОЕ ПРЕОДОЛЕНИЕ ДИСЛОКАЦИОННЫМ ПЕРЕГИБОМ (КИНКОМ) КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ ТОЧЕЧНОГО ПРЕПЯТСТВИЯ В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ	
§1. Постановка вопроса.....	47
§2. Динамические уравнения системы.....	48
§3. Статистические характеристики в случае малого трения.....	58
§4. Случай конечной вязкости среды.....	62
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	64
ЛИТЕРАТУРА.....	66

## В В Е Д Е Н И Е

Бурный прогресс в области технологии обработки материалов явился толчком к развитию физики пластичности и прочности.

Хорошо известно, что пластичность материалов определяется движением элементарных "носителей" пластической деформации – дислокаций. Поэтому, не случайно, что объяснение многих физических эффектов, связанных с пластичностью, таких как фотопластический эффект, эффект сверхпроводящего разупрочнения и др., было дано на основе дислокационных моделей.

Движущиеся дислокации, будучи по своей природе решеточными образованиями, активно взаимодействуют с другими элементарными возбуждениями кристалла: электронами проводимости, фононами, магнонами и др. При низких температурах и больших скоростях деформации пластические свойства металлов в значительной мере определяются торможением дислокаций электронами проводимости. Энергия движущейся дислокации идет на возбуждение электронов, а затем переходит в тепло при релаксации электронной подсистемы. Таким образом происходит диссипация части энергии внешних нагрузок, вызывающих движение дислокаций.

Вопрос о взаимодействии движущейся дислокации с электронами проводимости фактически может быть сведен к задаче о взаимодействии с электронами распространяющейся через кристалл упругой волны. Теория сил трения, обусловленных рассеянием электронов на дислокациях, была последовательно развита в работах Мэзона [1], Кравченко [2], Брейлсфорда [3] и многих других на основе модели свободных электронов. В частности, Мэзон, используя модель вязкого газа свободных

электронов, установил, что величина коэффициента трения пропорциональна электрической проводимости. Титтман и Беммель [4] показали, что приближение вязких электронов непригодно для описания движения дислокаций в быстро изменяющихся полях. Холстейн [4] в дальнейшем, используя теорию возмущений, вычислил величину коэффициента трения и показал, что она не зависит от температуры. Аналогичный результат был получен Кравченко [2] исходя из больцмановского уравнения переноса. Этой задаче посвящены также многие другие исследования, из которых следует отметить обзор Каганова и др. [5], а также работу Гоффмана и Лаута [6], основанную на теории переноса.

Широкий круг материалов, такие как ОЦК металлы, полупроводники со структурой алмаза и др. характеризуются высоким периодическим потенциальным рельефом кристаллической решетки, лимитирующим подвижность дислокаций. Преодоление дислокациями этих барьеров происходит путем флюктуационного рождения и разбегания солитонов, представляющих собой перегиб на дислокации, разные концы которой лежат в разных долинах потенциального рельефа. В кристаллах, содержащих примеси или другие точечные дефекты, как показано в работе [7], существуют режимы движения дислокаций, контролируемые только одним из процессов – разбеганием перегибов. Наличие таких режимов дает возможность разделить вклады различных механизмов, контролирующих подвижность дислокаций, причем, убедиться в их существовании можно обнаружив различные энергии активации для движения дислокаций. Уменьшение дефектами барьера для зарождения перегибов приводит в некоторых случаях к разупрочнению материала. Другим следствием этого эффекта, как

показано в работе, является возникновение режимов, в которых лимитирует движение дислокаций не зарождение перегибов, а процесс их разбегания. В основополагающей работе Казанцева и Покровского [8] рассматривается подвижность дислокаций под действием приложенного напряжения. Основной механизм движения дислокаций в веществах с большим барьером Пайерлса – активационный. Предполагается, что высота барьера Пайерлса  $U_0 \gg T$ , так что переходы из одной долины в другую происходят очень медленно. В этом случае можно считать, что длинные участки дислокации успевают прийти в состояние равновесия со средой, и что переход дислокации в соседнюю долину представляет собой диффузионный процесс. На основе диффузионной теории показано, что основной вклад в переход из одной долины в другую дают зародыши с размером, близким к критическому.

Скорость дислокации в кристаллическом рельефе Пайерлса определяется частотой зарождения перегибов на единицу длины дислокации в единицу времени  $J$  и длиной пробега перегибов  $L_0$  [9]. Если величина  $L_0$  контролируется взаимной аннигиляцией перегибов, то  $v = (v_{k0} J)^{1/2} a$ , где  $a$  – расстояние между канавками рельефа Пайерлса,  $v_{k0}$  – скорость перегиба в беспримесном кристалле. При наличии примесей скорость перегиба  $v_k$  определяется временем термоактивационного преодоления примесей и временем свободного движения перегибов

$$v_k = v_{k0} (1 + c \exp(E_1/kT))^{-1},$$

а частота рождения перегибов вблизи примесных атомов, концентрация которых "с" –  $J \sim c \omega \exp(-E/kT)/a$ , где  $\omega$  – характерная частота колебаний дислокации.  $E$  – это энергия рождения пары перегибов вблизи примесного атома;  $E_1$  –

энергия взаимодействия перегиба с примесью. Если  $E_0$  – энергия рождения парного перегиба в беспримесном кристалле, где скорость дислокации равна  $v_0$ , тогда  $v/v_0 = \exp[-(E+E_1-E_0)/2kT]$ , где  $k$  – постоянная Больцмана.

В работе [7] исследовалось влияние точечных дефектов на подвижность дислокаций в кристаллах с большими барьерами Пайерлса. Как следует из вышесказанного, подвижность определяется следующими процессами: зарождением двойных перегибов и их последующим разбеганием. В конечном счете, этими двумя процессами определяется время перехода дислокации в соседнюю долину. Показано, что влияние дефектов на процесс зарождения двойных перегибов становится существенным уже при концентрациях примесей  $\sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . Что касается подвижности двойных перегибов, то она настолько сильно искажается дефектами, что нельзя даже ограничиться представлением о средней скорости перегибов. Получено выражение для средней скорости дислокации, качественно согласующееся с эмпирической формулой, дающей степенную зависимость скорости  $v$  от напряжения  $\sigma$  типа  $v \sim \sigma^n e^{-E/T}$ , где  $E$  – энергия активации для образования двойного перегиба с учетом дефектов.

В работе [10] исследуются условия зарождения двойных перегибов и их перемещения вдоль дислокации с учетом точечных дефектов в диапазоне малых скоростей дислокации. Под действием термических флуктуаций перегиб, проводящий возле препятствия долю от своего времени жизни, может преодолеть его и дать вклад в продвижение дислокации. Рассматривается влияние препятствий разной природы на зарождение и движение перегибов при наличии слабых и сильных препятствий.

Установлено, что в кремнии и ряде других материалов движение дислокаций начинается лишь при напряжениях, превышающих некоторое конечное значение, получившее название стартового напряжения. При сколь угодно малом внешнем напряжении минимумы потенциального рельефа становятся неэквивалентными, и положение дислокации в долине потенциального рельефа становится метастабильным, что должно приводить к переходу дислокации в следующую долину посредством флюктуаций. В работе [II] проводится попытка объяснения наличия стартовых напряжений влиянием дефектов кристалла. Качественным следствием рассматриваемой модели является согласующееся с экспериментом существование времени задержки в начале движения дислокации.

Дислокацию можно считать составленной из прямых участков, расположенных в кристалле вдоль энергетически выгодных направлений и разделенных особыми точками двух типов: подвижными вдоль дислокации и неподвижными. К подвижным относятся перегибы и одиночные вакансии, способные к диффузии вдоль дислокации. К неподвижным относятся изломы, ступеньки, примесные атомы замещения. В работе [I2] исследовано влияние ступенек на подвижность дислокаций, т.е. на прохождение перегибов вдоль дислокации. Эта задача решена путем нахождения функции распределения сегментов заданной длины вместе с прилегающими двумя ступеньками определенной высоты, причем, имеется такая функция распределения, которая обеспечивает равновесие процессов присоединения и отрыва от дислокации вакансий, присутствующих в кристалле. Полагается, что отрыв вакансий происходит легче со ступенек, чем с прямых сегментов,

поэтому равновесию процессов присоединения и отрыва вакансий соответствует вполне определенная линейная плотность ступенек на дислокации.

Наличие беспорядка в кристаллах с высокими барьерами Пайерлса приводит, во-первых, к флюктуационному понижению пайерловского барьера и, во-вторых, к уменьшению скорости распространения кинков вдоль дислокации. Общий эффект определяется конкуренцией указанных явлений. Как показано в работе [30], при уменьшении внешнего напряжения и не слишком высоких пайерловских барьерах вклад дефектов в энергию равновесного зародыша становится велик. При этом конфигурация кинка сильно искажается, а примеси играют главную роль в движении дислокаций. Поэтому, рассмотрение задачи о движении дислокации в поле случайных дефектов без учета пайерловских барьеров становится обоснованным.

Для металлов, особенно с гранецентрированной структурой, наблюдаются характерные так называемые пики Бордони затухания упругих волн (внутреннего трения) при температурах, близких к одной трети температуры Дебая. Для объяснения этих пиков Брейлсфорд [13, 14] предложил модель, в которой предполагается, что релаксационный процесс обусловлен дислокациями, для которых перегиб является неотъемлемым свойством и среднее направление дислокации не совпадает с направлением плотной упаковки в кристалле. В этой модели поведение дислокации при наложении напряжений представляется как перераспределение резких перегибов вдоль ее длины. Считается, что диффузия перегибов является термически активируемым процессом, характеристическое время релаксации которого зависит от длины

дислокационной линии, а также от частоты попыток и активационной энергии для диффузии перегибов. Эта модель успешно объясняет уменьшение высоты пика и небольшое понижение температуры пика при увеличении содержания примесей. Приняв экспоненциальное распределение длин дислокационных линий, Брейлсфорд рассчитал активационные энергии и ширины пиков, величины которых оказались в хорошем согласии с наблюдаемыми значениями.

Пластические свойства квантовых кристаллов ( $\text{He}^3$ , водорода) в значительной мере определяются квантовыми эффектами. В работе [15] предлагается возможный механизм пластичности при малых напряжениях, основанный на квантовой подвижности перегиба на дислокации. Показано, что при достаточно низких температурах и больших (но не превышающих пайерловское) напряжениях средняя скорость перемещения перегиба падает с возрастанием напряжения.

В работе [16] экспериментально исследована подбарьерная диффузия перегибов дислокаций в деформированном алюминии при температурах ниже 50К. При этих температурах приложенное напряжение вызывает только движение одиночных перегибов, а термически активированное образование пар кинк-антикинк происходит при более высоких температурах. Возможность туннелирования перегибов в первую очередь связана с малой эффективной массой перегибов, которая по оценкам авторов имеет порядок  $m_k \sim (0.2 \div 0.5)m_p$  ( $m_p$  - масса протона).

В работе Никитенко и др. [17] проведено экспериментальное исследование закономерностей движения индивидуальных дислокаций в условиях периодического импульсного нагружения, с

целью получения сведений о динамических свойствах кинков. В рамках предположений предшествующих работ [7, II, 18] авторами показано, что образовавшиеся двойные перегибы локализованы в неоднородностях потенциального рельефа и могут дать вклад в скорость движения дислокации лишь при приложении определенного уровня напряжений, обеспечивающих отрыв кинков от центров закрепления.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния диссипативных процессов на динамику дислокаций и кинков. Для достижения этой цели были поставлены следующие задачи:

1. Расчет скоростной зависимости силы электронного торможения винтовой дислокации.
2. Определение скоростных и полевых зависимостей силы торможения винтовой дислокации во внешнем магнитном поле.
3. Расчет вероятности открепления кинка от точечного препятствия при различных величинах коэффициента вязкости среды.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

В первой главе получена скоростная зависимость силы электронного торможения винтовой дислокации в металле.

Во второй главе получены скоростные и полевые зависимости силы торможения дислокации в металле во внешнем не квантующем магнитном поле.

В третьей главе рассмотрена задача об откреплении дислокационного перегиба от флюктуирующего точечного препятствия в вязком газе квазичастичных возбуждений кристалла.

В заключении сформулированы основные результаты диссертации.

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на 29-ом Совещании по физике низких температур (г.Казань, 1992г.); на 3-ей Европейской Конференции по материалам и процессам (г.Страсбург, Франция, 1992г.); на семинарах отдела физики твердого тела Института радиофизики и электроники АН РА.

## ГЛАВА I

### ЭЛЕКТРОННОЕ ТОРМОЖЕНИЕ ВИНТОВОЙ ДИСЛОКАЦИИ В МЕТАЛЛЕ

#### §I. Постановка вопроса

Исторически задача об электронном торможении дислокаций впервые возникла после обнаружения эффекта сверхпроводящего разупрочнения [34], а именно, значительного повышения пластичности металлов при переходе их в сверхпроводящее состояние. Так как при таком переходе основную перестройку претерпевает энергетический спектр электронов, то естественно наблюдаемый эффект приписать влиянию электронов проводимости.

Согласно современной точке зрения, пластические свойства металлов определяются движением элементарных "носителей" пластической деформации – дислокаций, в связи с чем объяснение эффекта разупрочнения следует искать во влиянии электронной подсистемы на динамику дислокаций.

В настоящее время механизмы торможения дислокаций принято делить на две группы в соответствии с их физической природой [5].

К первой относятся механизмы, обусловленные потенциальным (упругим) взаимодействием дислокаций с различными дефектами структуры кристалла, такими как примеси, точечные центры, а также с потенциальным рельефом Пайерлса, который обусловлен дискретным характером структуры кристалла. Эти механизмы характеризуются существованием некоторого "стартового" напряжения  $\tau_{st}$ , которое нужно приложить к кристаллу извне, чтобы стало возможным перемещение дислокации как целого.

Вторая группа механизмов имеет динамическое происхождение, которое обусловлено взаимодействием дислокации с элементарными

возбуждениями кристалла: фононами, электронами проводимости и др. В результате этого взаимодействия дислокация отдает свою энергию вышеупомянутым квазичастицам, что и является причиной ее торможения.

При температурах ниже дебаевской, фононная подсистема вымораживается и основными возбуждениями металла становятся электроны проводимости.

Необходимо подчеркнуть, что определяемая таким образом динамическая сила торможения имеет вязкий характер – она обращается в нуль при обращении в нуль скорости дислокации, а с ростом скорости – растет, причем, эта сила становится доминирующей при значительных скоростях  $\sim(10^{-2}-10^{-1})\text{с}$  ( $\text{с}$  – скорость звука), когда кинетическая энергия превышает величину потенциальных барьеров.

Упругое поле равномерно движущейся прямолинейной дислокации можно представить в виде пакета упругих плоских волн с волновыми векторами, перпендикулярными дислокационной линии. В рамках линейной теории, взаимодействие каждой из этих волн с электронной подсистемой может рассматриваться независимо. Электронное торможение как краевых, так и винтовых дислокаций в металлах было рассмотрено в работах [1-6, 56]. Необходимо отметить, что упругие волны, связанные с движущейся винтовой дислокацией и вихревой компонентой краевой дислокации – чисто поперечные. Расчет затухания таких волн, в модели свободных электронов с изотропным спектром, использованной в [2-4, 27], сводится к вычислению джоулевых потерь вихревых токов, порождаемых упругой волной [57, 69]. Дальнейший анализ подобен решению задачи о поглощении ультразвука

[20, 41, 47, 26, 38, 46, 57, 62, 68], где определяющую роль играют соотношения, формируемые длиной  $\ell$  и временем  $\tau$  свободного пробега электронов, а также модулем волнового вектора  $k$  и частотой  $\omega$  звуковой волны [73]. Ввиду малости отношения  $s/v_F \sim 10^{-3}$  ( $s$ -скорость звука в металле, а  $v_F$  – фермиевская скорость электронов), уместно рассмотрение следующих случаев: (а)  $\omega\tau \ll k\ell \ll 1$ ; (б)  $\omega\tau \ll 1 \ll k\ell$ ; (в)  $1 \ll \omega\tau \ll k\ell$ .

Механизмом поглощения звука в случае  $\omega\tau \ll k\ell \ll 1$  является гидродинамическая вязкость электронного газа. При этом связь между электрическим полем  $E$  и плотностью тока  $J$  носит локальный характер, и отсутствует частотная дисперсия проводимости  $\sigma$ , т.е. справедливо обычное соотношение Ома  $J = \sigma E$ . Однако, в действительности, поглощение в этой области пренебрежимо мало [5].

В случае  $\omega\tau \ll 1 \ll k\ell$  нарушается локальная связь в соотношении Ома [25, 42, 19, 31, 78], а в случае  $1 \ll \omega\tau \ll k\ell$  добавляется также и частотная дисперсия проводимости  $\sigma = \sigma(\omega, k)$ . В обоих последних областях, соответствующих достаточно коротким волнам, длину пробега можно считать бесконечной. При этом диссиpация энергии не зависит от времени пробега  $\tau$  и имеет природу бесстолкновительного затухания Ландау, обусловленного возможностью поглощения и испускания звуковых волн "резонансными" электронами, движущимися в фазе с волной [68, 70]. Для выяснения связи между электрическим полем и плотностью тока нужно обратиться к кинетическому уравнению Больцмана. В случае  $k\delta \ll 1$  ( $\delta$  – глубина проникновения электромагнитной волны, сопровождающей упругую, и имеющей ту же частоту), как известно [47, 69, 68], получается линейная

связь между коэффициентом поглощения и частотой звуковой волны. В области же  $k\delta \gg 1$ , коэффициент поглощения перестает линейно зависеть от частоты и асимптотически стремится к нулю при ее увеличении [32, 26, 81]. Такая нелинейная зависимость коэффициента поглощения от частоты, с учетом того, что основной вклад в диссипацию энергии вносят предельно короткие волны [2, 3, 5], говорит о том, что зависимость силы торможения от скорости в случае движения винтовой дислокации должна отличаться [63, 72] от полученной ранее линейной, где полагалось, что коэффициент поглощения пропорционален частоте упругой волны.

## §2. Электродинамическая модель

Перейдем непосредственно к расчету скоростной зависимости силы электронного торможения винтовой дислокации.

Полная диссипация энергии равномерно движущейся вдоль оси  $x$  винтовой дислокации с вектором Бюргерса  $\mathbf{b}$ , направленным вдоль оси  $z$ , в единицу времени равна [2, 3]

$$W = L(2\pi)^2 \int d^2 k \cdot P(k), \quad (I.1)$$
$$|k| \leq k_m$$

где  $L$  – длина дислокации,  $P(k)$  – мощность, поглощаемая на  $k$ -той моде Фурье-разложения поля деформации движущейся дислокации,  $k_m$  – максимальное волновое число.

Как известно,

$$P(k) = \sigma |E|^2 / 2, \quad (I.2)$$

где вектор электрического поля  $E$  определяется из совместного

решения уравнений Максвелла

$$\begin{cases} \text{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \\ \text{rot} \mathbf{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \end{cases} \quad (I.3)$$

с плотностью полного тока  $\mathbf{j} = \mathbf{j}_e - ne\dot{\mathbf{u}}$ , где  $\mathbf{j}_e$  – плотность электронного тока,  $ne\dot{\mathbf{u}}$  – плотность ионного тока,  $n$  – плотность электронов, а  $\dot{\mathbf{u}}$  – скорость ионов. Исключая из (I.3) магнитное поле, получим уравнение относительно  $\mathbf{E}$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}. \quad (I.4)$$

Полагая все векторные величины пропорциональными  $\exp[i(kr - \omega t)]$  будем иметь для (I.4)

$$k^2 \mathbf{E} = (\omega/c)^2 \mathbf{E} + \frac{4\pi i \omega}{c^2} \mathbf{j}, \quad (I.5)$$

что дает для вектора электрического поля

$$\mathbf{E} = \frac{4\pi i \omega}{c^2} \frac{\mathbf{j}}{k^2 - (\omega/c)^2}. \quad (I.6)$$

**§3.** Концепция "неэффективности" коротковолновых мод  
Учет трансляционной инвариантности задачи вдоль дислокационной линии приводит к тому, что дислокационные волновые векторы лежат в плоскости, перпендикулярной линии дислокации, т.е.

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (I.7)$$

(ось  $z$  выбрана вдоль дислокационной линии). В целях удобства дальнейших расчетов направим вектор скорости движения дислокации вдоль оси  $x$ . В этом случае будем иметь  $\omega = (\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}) = k_x v$ .

Подставив последнее в (I.6) получим

$$E = \frac{4\pi i\omega}{c^2} \frac{j}{k_x^2(1-v^2/c^2) + k_y^2} \approx \frac{4\pi i\omega}{c^2} \frac{j}{k^2}, \quad (I.8)$$

ввиду того, что  $v/c \ll 1$ . Здесь необходимо заметить, что  $j_e = \sigma E$ , где  $\sigma$  — тензор проводимости. Комбинируя это выражение с выражением для плотности полного тока, получим

$$j = \sigma E - ne\dot{u}, \quad (I.9)$$

или для вектора электрического поля

$$E = \frac{\frac{4\pi i\omega ne\dot{u}}{c^2 k^2}}{1 - \frac{4\pi i\omega \sigma}{c^2 k^2}}. \quad (I.10)$$

Возвращаясь к (I.2), можем написать

$$2P_k = \sigma |E|^2 = \frac{\frac{16\pi^2 \omega^2 \sigma n^2 e^2 |\dot{u}|^2}{c^4 k^4}}{1 + \frac{16\pi^2 \omega^2 \sigma^2}{c^4 k^4}} = \frac{16\pi^2 \omega^2 \sigma n^2 e^2 |\dot{u}|^2}{c^4 k^4 + 16\pi^2 \omega^2 \sigma^2}, \quad (I.11)$$

где скорость смещений  $\dot{u}$  определяется полем смещений движущейся винтовой дислокаций, имеющим вид [36, 77]

$$u_x = u_y = 0; \quad u_z = \frac{b}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y}{x'}, \quad (I.12)$$

где  $x' = x - vt$ . Поле скоростей смещений есть

$$\dot{u}_z = \frac{bV}{2\pi} \frac{y}{x'^2 + y^2}, \quad (I.13)$$

а соответствующие Фурье-компоненты

$$\dot{u}_{kz} = \frac{i b V}{(2\pi)^2} \frac{k_y}{k_x^2 + k_y^2}. \quad (I.14)$$

Таким образом, мы получили выражение для мощности потерь  $P_k$  (I.II), содержащее проводимость металла, определяемую из кинетического уравнения Больцмана, как было указано выше. Решение последнего дает выражение для поперечной компоненты тензора проводимости [80,57]

$$\sigma_{\perp} = \frac{\sigma_0}{1-i\omega\tau} \frac{3}{2a^3} \left[ (1+a^2) \operatorname{arctg}(a) - a \right], \quad (\text{I.I5})$$

где  $\sigma_0 = ne^2\tau/m$  — статическая проводимость,  $a = k\ell/(1-i\omega\tau)$ . В пределе  $k\gg 1$  для (I.I5) получим

$$\sigma = \frac{3\pi ne^2}{4kp_F}. \quad (\text{I.I6})$$

Подставив (I.I4) и (I.I6) в (I.II), для мощности потерь можно получить

$$P(k) = \frac{\frac{2}{3\pi} np_F k \frac{b^2 V^2}{(2\pi)^4} \frac{k_y^2}{k^4}}{1 + \frac{16c^4 v_F^2 k^6}{9\pi^2 \omega_p^4 V^2 k_x^2}}, \quad (\text{I.I7})$$

где  $\omega_p^2 = 4\pi ne^2/m$  — плазменная частота. Интегрируя (I.I7) по всевозможным волновым векторам, для суммарной мощности потерь получим

$$W = \frac{2}{3\pi} L (2\pi)^2 np_F \frac{b^2 V^2}{(2\pi)^4} \int dk_x dk_y \frac{\frac{k_y^2}{k^3}}{\left[ 1 + \frac{16c^4 v_F^2 k^6}{9\pi^2 \omega_p^4 V^2 k_x^2} \right]}. \quad (\text{I.I8})$$

В последнем интеграле перейдем от декартовых координат к полярным путем замены  $k_x = k \cos(\varphi)$ ,  $k_y = k \sin(\varphi)$ , что дает

$$\begin{aligned}
 W &= \frac{4}{\pi} \frac{\text{Lnp}_F b^2 V^2}{6\pi^2} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{k_m} dk \frac{\sin^2 \varphi}{1 + \frac{16c^4 v_F^2 k^4}{9\pi^2 \omega_p^4 V^2 \cos^2 \varphi}} = \\
 &= \frac{4}{\pi} W_o \frac{9\pi^2 \omega_p^4 V^2}{16c^4 v_F^2 k_m^4} \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin^2 \varphi \int_0^{k_m} \frac{d(k/k_m)}{\frac{9\pi^2 \omega_p^4 V^2}{16c^4 v_F^2 k_m^4} + \frac{(k/k_m)^4}{\cos^2 \varphi}} = \\
 &= \frac{4}{\pi} W_o \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin^2 \varphi \int_0^1 \frac{dk}{1 + \frac{k^4}{\alpha^4 \cos^2 \varphi}}. \tag{I.19}
 \end{aligned}$$

Здесь уже  $k$  – нормированное на  $k_m$  волновое число,

$$\alpha^2 = \frac{3\pi\omega_p^2 V}{4v_F c^2 k_m^2}, \quad \text{а} \quad W_o = \frac{\text{Lnp}_F b^2 V^2 k_m^4}{6\pi^2}.$$

Примечательно, что второе слагаемое в знаменателе подынтегрального выражения (I.19) представляет собой, по-существу, четвертую степень отношения длины электромагнитной волны (скиновой глубины проникновения в аномальном пределе) к длине соответствующей упругой волны, т.е.  $k^4/(\alpha^4 \cos^2 \varphi) \sim (\delta/\lambda)^4$ , а само  $\alpha$  – отношение минимальной длины упругой волны  $\lambda_{min} \sim k_m^{-1}$  к длине электромагнитной волны. Пренебрежение этим слагаемым приводит к результату, полученному ранее [2]. Однако, как будет видно из дальнейших оценок, такое приближение во всем диапазоне скоростей  $0 < V < s$ , где выполняется соотношение  $\alpha \ll 1$ , неправомерно.

Интеграл (I.19) в предельном случае  $\alpha \ll 1$  можно оценить следующим образом: построим на плоскости  $(k, \varphi)$  линию, вдоль

которой второе слагаемое в знаменателе равно единице, т.е. линию  $k = \alpha\sqrt{\cos\varphi}$  (Рис. I.1). Очевидно, что в области I второе слагаемое больше единицы, а в области II — меньше, следовательно,

$$\begin{aligned} W &\approx \frac{4W_o}{\pi} \left[ \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin^2 \varphi \int_0^{\alpha\sqrt{\cos\varphi}} dk + \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin^2 \varphi \int_0^1 dk \frac{\alpha^4 \cos^2 \varphi}{k^4} \right] = \\ &= \frac{4W_o}{\pi} \left[ \alpha \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin^2 \varphi \sqrt{\cos\varphi} + \alpha^4 \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin^2 \varphi \int_{\alpha\sqrt{\cos\varphi}}^1 \frac{\cos^2 \varphi}{k^4} dk \right] \approx \\ &\approx \frac{4}{3} \alpha A, \end{aligned} \quad (I.20)$$

где  $A = \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin^2 \varphi \sqrt{\cos\varphi} = \frac{1}{2} B(3/2; 3/4) \sim 1$ , а  $B(x; y)$  — бетта-функция.

Вычисление этого интеграла в другом предельном случае не имеет физического смысла, так как из условия  $\alpha \gg 1$  следует  $4c^2 v_F k_m^2 / (3\pi \omega_p^2) \sim 10^{13} \text{ см/сек} \gg s$ .

Перейдем к точному вычислению интеграла (I.19).

$$W = \frac{4}{\pi} W_o \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin^2 \varphi \int_0^1 \frac{dk}{1 + \frac{k^4}{\alpha^4 \cos^2 \varphi}} = \frac{4}{\pi} W_o I, \quad (I.21)$$

$$\text{где } I = \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin^2 \varphi \int_0^1 \frac{dk}{1 + \frac{k^4}{\alpha^4 \cos^2 \varphi}}.$$

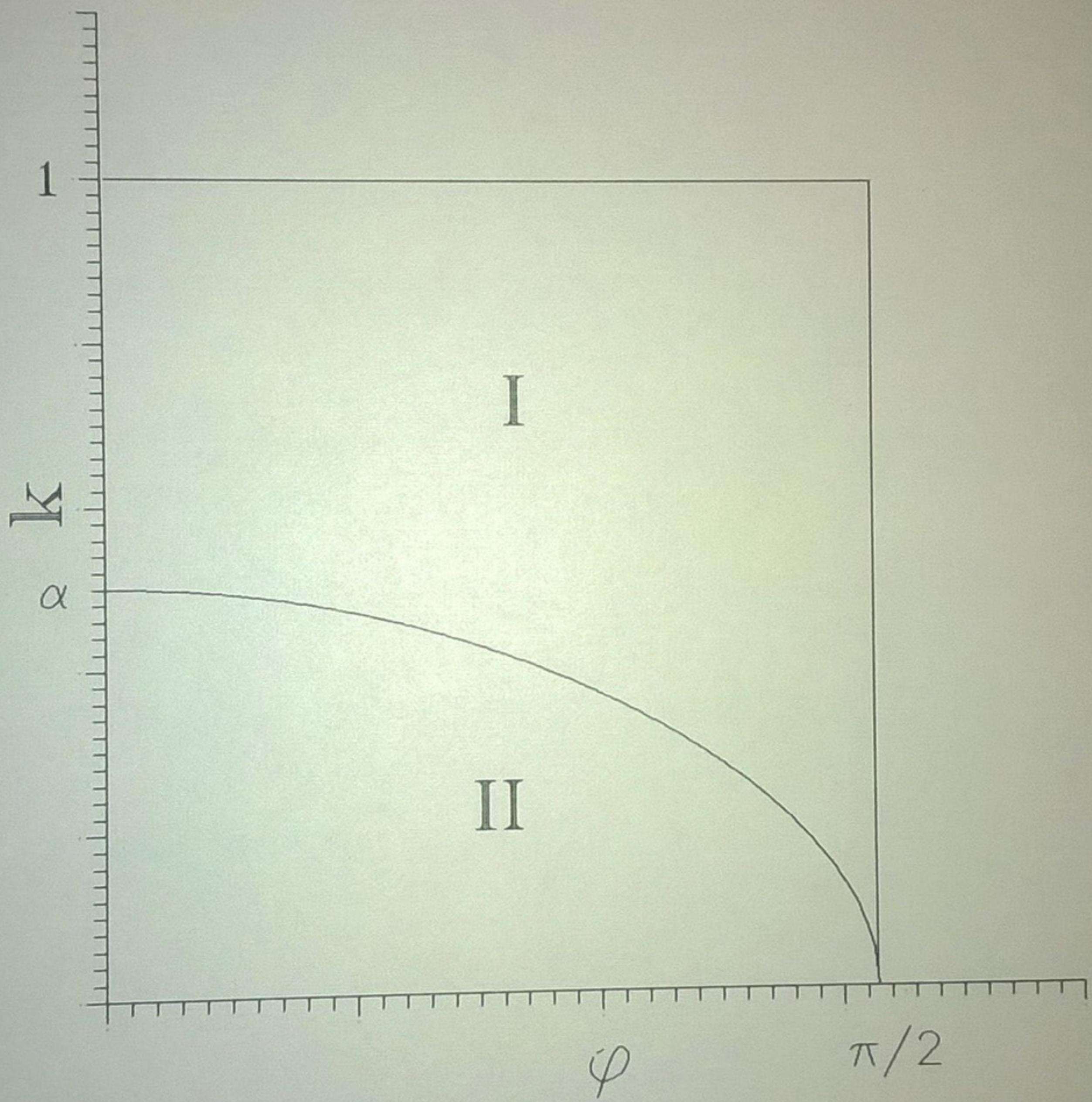


Рис. I.1 Области интегрирования (I.I9).

$$I = \int_0^1 dk \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi + k^4/\alpha^4} = \int_0^1 dk \Phi(k), \quad (I.22)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \Phi(k) &= \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi}{\cos^2 \varphi + k^4/\alpha^4} = \\ &= \frac{\pi}{4} - \frac{k^4}{\alpha^4} \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi + k^4/\alpha^4} + \frac{k^4}{\alpha^4} \int_0^{\pi/2} d\varphi - \frac{k^8}{\alpha^8} \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\cos^2 \varphi + k^4/\alpha^4} = \\ &= \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \frac{k^4}{\alpha^4} - \frac{\pi}{2} \frac{k^2}{\alpha^2} \left[ 1 + \frac{k^4}{\alpha^4} \right]^{1/2} = \Phi(k). \end{aligned} \quad (I.23)$$

Распишем подробно выражение для I.

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 dk \Phi(k) = \int_0^1 dk \left[ \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \frac{k^4}{\alpha^4} - \frac{\pi}{2} \frac{k^2}{\alpha^2} \left[ 1 + \frac{k^4}{\alpha^4} \right]^{1/2} \right] = \\ &= \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2\alpha^4} \int_0^1 dk k^4 - \frac{\pi}{2} \int_0^1 dk \frac{k^2}{\alpha^2} \left[ 1 + \frac{k^4}{\alpha^4} \right]^{1/2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{10\alpha^4} - \end{aligned}$$

$$-\frac{\pi}{2} \int_0^1 dk \frac{k^2}{\alpha^2} \left(1 + \frac{k^4}{\alpha^4}\right)^{1/2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{10\alpha^4} - \frac{\pi\alpha}{2} \int_0^{1/\alpha} y^2 \sqrt{1+y^4} dy. \quad (I.24)$$

В равенстве (I.24) произведена подстановка  $y=k/\alpha$ . Далее, упростим выражение для последнего интеграла, подставив в нем  $t=y^4$ .

$$\int_0^{1/\alpha} y^2 \sqrt{1+y^4} dy = \int_0^{\alpha^{-4}} t^{1/2} \sqrt{1+t} \frac{1}{4} t^{-3/4} dt =$$

$$= \frac{1}{4} \int_0^{-1/4} t^{-1/4} \sqrt{1+t} dt = \frac{1}{4} \int_0^{-1/4} t^{-1/4} \sqrt{1+t} dt =$$

$$= \frac{1}{3} \gamma^{3/4} {}_2F_1 \left[ -\frac{1}{2}, \frac{3}{4}; \frac{7}{4}; -\gamma \right],$$

где  $\gamma=\alpha^{-4}$ , а  ${}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; z)$  – гипергеометрическая функция Гаусса [74, 90]. Разлагая последнюю в ряд по степеням  $(-1/\gamma)$  и ограничившись квадратичным членом разложения, получим

$$\int_0^{1/\alpha} y^2 \sqrt{1+y^4} dy = \frac{1}{3} \gamma^{3/4} \left[ \frac{3}{5} \gamma^{1/2} + \frac{3}{2} \gamma^{-1/2} - \frac{6}{5\sqrt{\pi}} \Gamma^2(3/4) \gamma^{-3/4} \right] =$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \frac{4}{5} \gamma^{5/4} + 2\gamma^{1/4} - \frac{8}{5\sqrt{\pi}} \Gamma^2(3/4) \right] =$$

$$\frac{1}{4} \left[ \frac{4}{5} \alpha^{-5} + 2\alpha^{-1} - \frac{8}{5\sqrt{\pi}} \Gamma^2(3/4) \right], \quad (I.25)$$

где  $\Gamma(x)$  – гамма-функция.

Итак,

$$\int_0^{1/\alpha} y^2 \sqrt{1+y^4} dy = \frac{1}{5} \alpha^{-5} + \frac{1}{2} \alpha^{-1} - \frac{2}{5\sqrt{\pi}} \Gamma^2(3/4), \quad (I.26)$$

$$I = \frac{\sqrt{\pi}}{5} \Gamma^2(3/4) \alpha. \quad (I.26')$$

Окончательно, выражение для суммарной мощности потерь (I.1) примет вид

$$W = R W_0 \frac{\omega_p}{ck_m v_F^{1/2}} V^{1/2}, \quad (I.27)$$

где  $R=2\sqrt{3} \Gamma^2(3/4)/5 \sim 1$ . Вводя величину силы, действующей на единицу длины дислокации  $f=W/LV$ , будем иметь:

$$f = \frac{R}{6\pi^2} \frac{n p_F b^2 \omega_p}{c v_F^{1/2}} V^{3/2}. \quad (I.28)$$

Видно, что зависимость силы торможения винтовой дислокации от скорости ее движения степенная, с показателем 3/2. Полученный результат является следствием того, что для упругих мод, длина волн которых меньше глубины проникновения электромагнитной волны, индукционные токи частично экранируют взаимодействие "резонансных" электронов с упругой волной [33], в результате чего вклад коротковолновых мод становится неэффективным. С

увеличением скорости движения степень экранировки уменьшается. Сказанное наглядно проиллюстрировано на Рис. I.2, где одновременно отложены зависимости обратной глубины проникновения электромагнитной волны  $\delta^{-1} \sim \sqrt{\omega}$  [68], а также волнового числа дислокационной моды от частоты. Из рисунка очевидно, что второе слагаемое в (I.19) может быть пренебрежимо мало для всех мод (т.е.  $\delta/\lambda \ll 1$ ), если  $V \gg s$ , что физически является нереализуемым (пунктирная линия I на Рис. I.2).

В заключение настоящей главы необходимо подчеркнуть, что работа, совершаемая приложенным к кристаллу внешним напряжением  $\tau$ , за вычетом "стартового" напряжения Пайерлса  $\tau_p$ , должна компенсировать динамические потери, обусловленные электронным торможением. С одной стороны, приложенное напряжение должно обеспечивать надбарьерное равномерное движение дислокации, а с другой стороны, соответствующая скорость должна быть меньше скорости звука, т.е.

$$s > V \gg s \cdot (\tau_p/G)^{1/2}, \quad (I.29)$$

где  $G$  – модуль сдвига. При  $\tau_p/G \sim 10^{-5}$  и типичных для металлов значениях постоянных, входящих в (I.28), неравенства (I.29) выполняются с большим запасом.

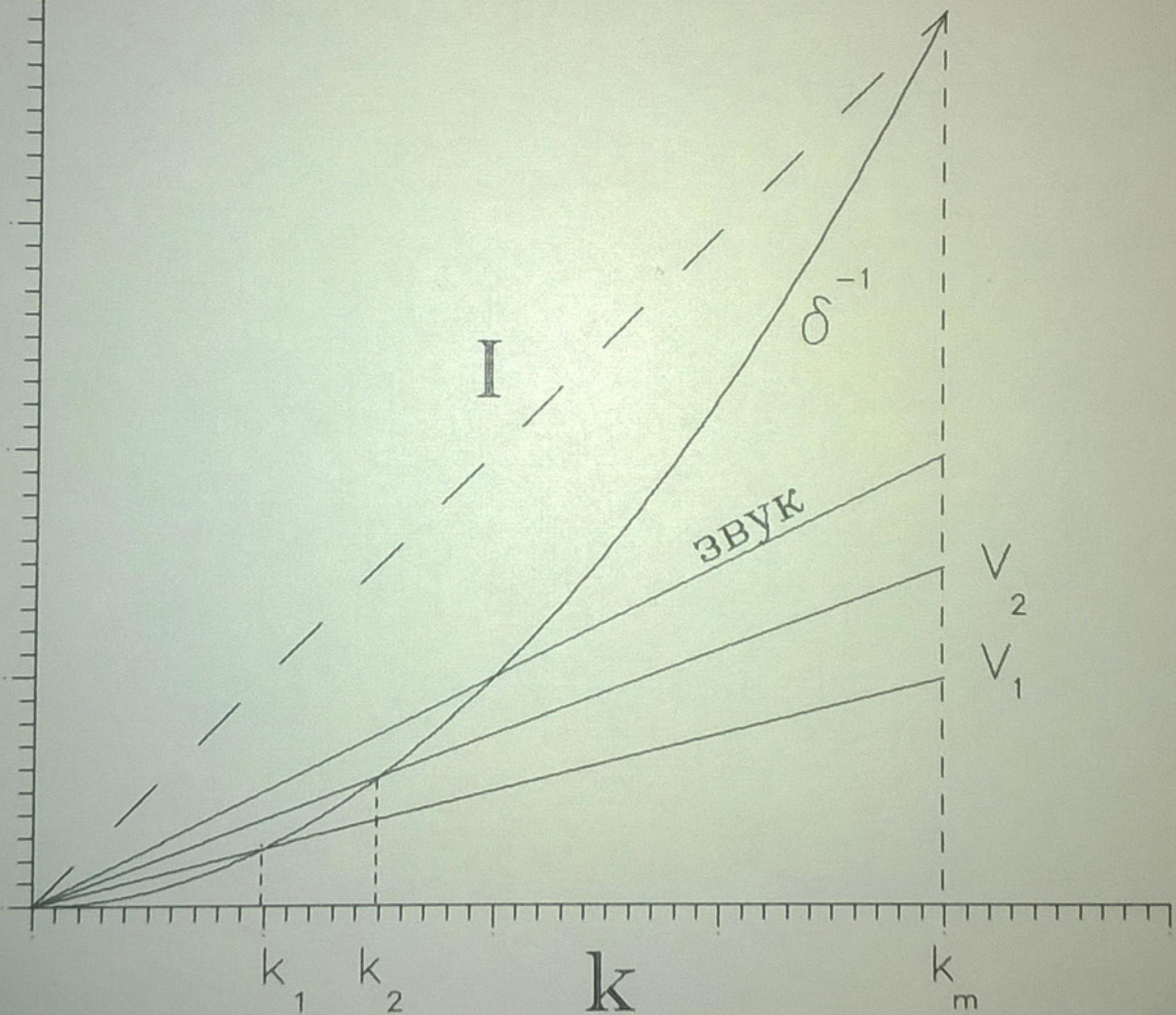


Рис. I.2. Законы дисперсии звука, дислокационных "фононов" и обратная длина электромагнитной волны. Для более медленных дислокаций ( $v_1 < v_2$ ) "экранировка" взаимодействия упругих волн с электронами начинается с меньших значений волнового вектора ( $k_1$ ).

## ГЛАВА 2.

### ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ЭЛЕКТРОННОЕ ТОРМОЖЕНИЕ ВИНТОВОЙ ДИСЛОКАЦИИ В МЕТАЛЛЕ.

#### §1. Постановка вопроса

Как было отмечено во введении, интерес к задаче о влиянии электронов на подвижность дислокаций в металле возник в связи с экспериментально обнаруженными эффектами влияния сверхпроводящего перехода на поглощение звука и пластичность [5]. Исследование электронного торможения дислокаций показало, что оно весьма чувствительно к структуре энергетического спектра электронов. Одним из факторов, приводящим к его существенной перестройке является магнитное поле. Следовательно, помещение металла в магнитное поле должно приводить к изменению электронной компоненты в силе трения дислокаций, а при низких температурах, когда эта компонента играет заметную роль в балансе сил, определяющих подвижность дислокаций, – и к изменению механических свойств металла, связанных с их движением.

При включении магнитного поля, до тех пор, пока ларморов радиус  $R$  электрона много больше длины свободного пробега, картина электронного торможения должна остаться такой же, какой была в отсутствие магнитного поля. Однако, в сильном магнитном поле, когда электроны начинают двигаться по окружностям радиуса  $R \ll l$  ( $l$  – длина свободного пробега электрона), характер поглощения может существенно измениться. Действительно, электрон чаще, чем без магнитного поля взаимодействует с дислокационными упругими волнами

("фононами"), прежде чем он рассеется, что должно привести к изменению поглощения [21, 29, 27, 50, 58-60].

Такова качественная картина взаимодействия электронов с упругими полями движущейся дислокации.

В главе I было отмечено, что задача об электронном торможении тесно связана с поглощением ультразвука в металлах. Известно [58], что коэффициент поглощения звука во внешнем магнитном поле испытывает периодические осцилляции, обусловленные циклотронным резонансом. Теория этого явления подробно изложена в работах [71, 79, 81, 84-89, 92, 95], а сущность заключается в том, что когда после очередного оборота по циклотронной орбите электрон вновь оказывается в "благоприятной" (с точки зрения поглощения энергии) фазе со звуковой волной, энергообмен происходит эффективнее. Формально, условие циклотронного резонанса выполняется, когда частота звуковой волны равна (кратна) циклотронной частоте вращения электрона по орбите, т.е.

$$\omega = n \omega_c \quad (2.1)$$

где  $\omega_c = eH/mc$  ( $e$ ,  $m$  - заряд и масса электрона,  $c$  - скорость света,  $H$  - напряженность магнитного поля).

Вкратце напомним методику расчета силы торможения, приведенную в главе I. В случае распространения в кристалле только поперечных упругих волн (что имеет место при движении винтовой дислокации), расчет затухания сводится к вычислению джоулевых потерь из-за индуцируемых движущейся дислокацией поперечных электромагнитных волн. Наличие магнитного поля известного из классических работ Коэна и др. [71], Канера [92], Киттеля

[69], Маттиса и др. [95], имеющего вид

$$\sigma = \sigma' \operatorname{ctn} \frac{\pi(1-i\omega\tau)}{\omega_c \tau} \quad (2.2)$$

где  $\sigma'$  – проводимость металла в отсутствие магнитного поля. Как и в случае без магнитного поля, решающее значение в силе торможения имеют коротковолновые дислокационные фононы, для которых проводимость выражается следующим образом

$$\sigma' = \frac{3\pi n e^2}{4q p_F} \quad (2.3)$$

## §2. Электродинамическая модель

Из решения уравнений Максвелла с учетом локальной электронейтральности металла нетрудно получить выражение для напряженности электрического поля  $E$

$$E = \frac{\frac{en\dot{u}}{\sigma}}{1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i\omega\sigma}} \quad (2.4)$$

откуда следует, что

$$|E|^2 = \frac{\frac{e^2 n^2 |\dot{u}|^2}{|\sigma|^2}}{\left[1 + \frac{q^2 c^2}{4\pi i\omega\sigma^*}\right] \left[1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i\omega\sigma}\right]} \quad (2.5)$$

Рассмотрим следующую разность

$$\frac{1}{1 + \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma^*}} - \frac{1}{1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma}} = \frac{-\frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega |\sigma|^2} 2\operatorname{Re}\sigma}{\left[1 + \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma^*}\right] \left[1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma}\right]} \quad (2.6)$$

Таким образом, мы получили

$$\frac{\frac{1}{|\sigma|^2}}{\left[1 + \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma^*}\right] \left[1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma}\right]} = \frac{-4\pi i \omega}{q^2 c^2 2\operatorname{Re}\sigma} \left[ \frac{1}{1 + \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma^*}} - \frac{1}{1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma}} \right] \quad (2.7)$$

Используем последнее в выражении для  $|E|^2$

$$|E|^2 = e^2 n^2 |\dot{u}|^2 \frac{-4\pi i \omega}{q^2 c^2 2\operatorname{Re}\sigma} \left[ \frac{1}{1 + \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma^*}} - \frac{1}{1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma}} \right] \quad (2.8)$$

Перейдем к вычислению мощности потерь для  $q$ -той моды, имеющую вид [59, 69]

$$P_q = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(j_e^* E) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\sigma^* E^* E) = \frac{|E|^2}{2} \operatorname{Re}\sigma \quad (2.9)$$

откуда

$$P_q = \frac{\operatorname{Re}\sigma}{2} e^2 n^2 |\dot{u}|^2 \frac{-4\pi i \omega}{q^2 c^2 2\operatorname{Re}\sigma} \left[ \frac{1}{1 + \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma^*}} - \frac{1}{1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma}} \right] \quad (2.10)$$

Для упрощения (2.10) было использовано следующее полезное тождество

$$\frac{1}{1-z} - \frac{1}{1-z^*} = \frac{1}{1 - \frac{1}{z^*}} - \frac{1}{1 - \frac{1}{z}} \quad (2.11)$$

Если положить в это тождество  $z = -\frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma^*}$  и соответственно  $z^* = -\frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma}$ , то тогда

$$\frac{1}{1 + \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma^*}} - \frac{1}{1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma}} = \frac{1}{1 - \frac{4\pi i \omega \sigma}{q^2 c^2}} - \frac{1}{1 + \frac{4\pi i \omega \sigma^*}{q^2 c^2}} \quad (2.12)$$

С учетом последнего тождества, выражение для мощности потерь  $q$ -той моды (2.9) примет вид

$$P_q = \frac{e^2 n^2 |\dot{u}|^2}{4} \frac{-4\pi i \omega}{q^2 c^2} \left[ \frac{1}{1 - \frac{4\pi i \omega \sigma}{q^2 c^2}} - \frac{1}{1 + \frac{4\pi i \omega \sigma^*}{q^2 c^2}} \right] = \\ = \frac{e^2 n^2 |\dot{u}|^2}{4} \left[ \frac{\frac{1}{\sigma}}{1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma}} + \text{к.с.} \right] \quad (2.13)$$

Это выражение является обобщением ранее полученной для мощности потерь (I.11) на случай комплексно-значной проводимости. После получения основного исходного соотношения

настоящей главы, займемся рассмотрением определенных взаимных расположений векторов  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{q}$ . Дело в том, что компоненты тензора проводимости металла в магнитном поле, полученные в [7], представляют собой довольно громоздкие выражения. Однако, при определенных простейших взаимных расположениях векторов напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  и волновых векторов дислокационных фононов, они существенно упрощаются, что делает возможным их практическое использование.

### §3. Слабые магнитные поля

В качестве первого шага рассмотрим следующее геометрическое расположение (Рис. 2.1). Тогда, согласно [7], будем иметь

$$\sigma = \sigma' \operatorname{cth} \frac{\pi(1-i\omega\tau)}{\omega_c \tau} \quad (2.14)$$

$$u = \frac{q_y^2}{q^4} \frac{b^2 v^2}{(2\pi)^4} \quad (2.15)$$

Пусть  $\omega_c \tau \ll 1$ , что означает  $\ell/R \ll 1$ . Этот случай соответствует ситуации, когда радиус закрутки электрона существенно превышает длину пробега электрона. Иными словами траектория электрона от одного столкновения до очередного слабо "возмущена" внешним магнитным полем. Распишем гиперболическую функцию, входящую в (2.14) в следующем виде

$$\operatorname{cth}(x-iy) = \frac{\operatorname{sh}x \cdot \operatorname{ch}x + i \sin y \cdot \cos y}{\operatorname{sh}^2 x + \sin^2 y} \quad (2.16)$$

В наших обозначениях  $x = \pi/\omega_c \tau$ ,  $y = \pi\omega/\omega_c$ . При  $\omega_c \tau \ll 1$  (или же  $x \gg 1$ ) имеем

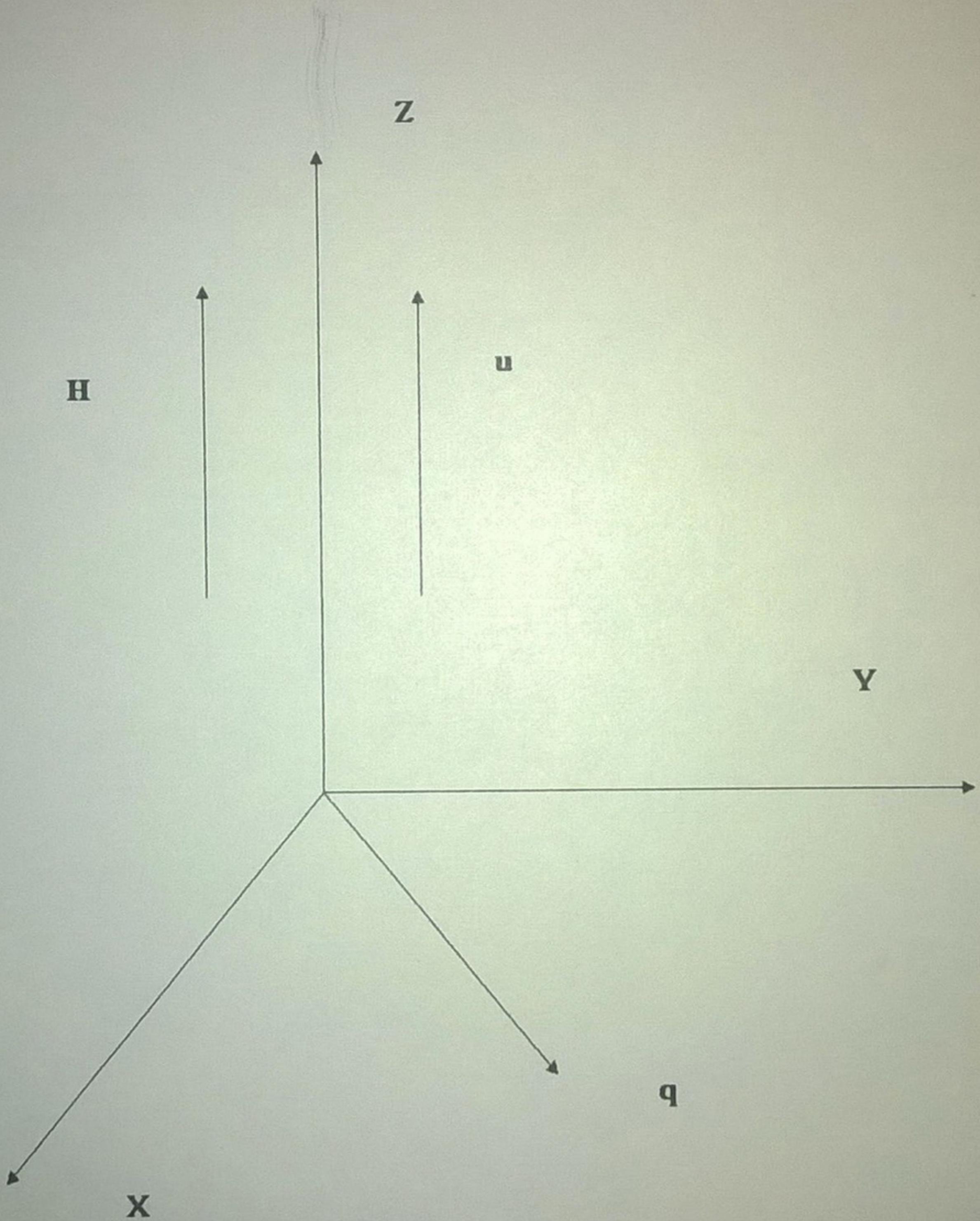


Рис.2.1. Поперечная упругая волна в поперечном  
магнитном поле

$$\operatorname{cth}(x-iy) \approx \frac{\operatorname{sh}x \cdot \operatorname{ch}x}{\operatorname{sh}^2 x} \quad (2.16)$$

откуда очевидно, что вне зависимости от величины  $\omega_c \tau$  проводимость вещественна и равна

$$\sigma = \sigma' \operatorname{cth} \frac{\pi}{\omega_c \tau} \quad (2.18)$$

Подставив полученное выражение для проводимости в (2.13) будем иметь

$$P_q = \frac{e^2 n^2 |\dot{u}|^2}{2} \frac{1/\sigma}{1 + \frac{q^4 c^4}{16\pi^2 \omega_c^2 \sigma^2}} \quad (2.19)$$

Интегрирование по  $q$  приводит к выражению, похожему на (I.20), полученному в главе I, но с другим коэффициентом, содержащим магнитное поле в качестве параметра, т.е.

$$W = W^{H=0} \operatorname{cth}^{1/2} \left[ \frac{\pi}{\omega_c \tau} \right] \frac{1}{\operatorname{cth} \frac{\pi}{\omega_c \tau}} = W^{H=0} \operatorname{th}^{1/2} \left[ \frac{\pi}{\omega_c \tau} \right] \quad (2.20)$$

где множитель под корнем возникает от перенормированной магнитным полем величины  $\alpha$ , фигурирующей в (I.20), а  $1/\operatorname{cth}\pi/\omega_c \tau$  от  $1/\sigma$  в числителе  $P_q$ . Рассмотрим подробнее (2.20), где введено обозначение  $z = \pi/\omega_c \tau$ , причем очевидно, что при  $\omega_c \tau \ll 1$  имеем  $z \gg 1$ . Разложим функцию  $f(x) = ((1+x)/(1-x))^{1/2}$  в ряд в окрестности точки  $x=0$

$$f(x) = 1 + f'(0)x + \dots$$

$$f'(x) = - \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x} (1+x)^2} \quad (2.22)$$

$$f'(0) = -1$$

т.е.  $f(x) \approx 1-x$ , а  $\sqrt{thz} \approx 1-\exp(-2z) = 1-\exp(-2\pi/\omega_c \tau)$ .

Таким образом,

$$W = W^{H=0} (1-\exp(-2\pi/\omega_c \tau)) \quad (2.23)$$

или же

$$\frac{W^{H=0} - W}{W^{H=0}} = \exp(-2\pi/\omega_c \tau) \quad (2.24)$$

Примечательно, что правая часть (2.24) представляет собой не что иное, как множитель Дингля [68], откуда видно, что при  $H=0$  диссирируемая энергия равна своему значению (I.27) в отсутствие магнитного поля.

Выше была рассмотрена перпендикулярная взаимная ориентация вектора напряженности магнитного поля и волновых векторов дислокационных фононов. Представляет интерес рассмотреть также случай, когда вектор  $H$  лежит в плоскости распространения дислокационных упругих волн. Для определности направим его вдоль оси  $x$  (Рис.2.2). Для анализа подобного взаимного расположения необходимо воспользоваться известными из [71] компонентами тензора проводимости для случая, когда магнитное поле направлено вдоль распространения упругой волны. Это возможно поскольку, поскольку мы можем разложить любой волновой вектор, лежащий в плоскости  $z=0$  на две ортогональные компоненты  $q_x$  и  $q_y$ . Отдельно вычисляя вклад от каждой из этих компонент, а затем суммируя их, мы, тем самым, найдем

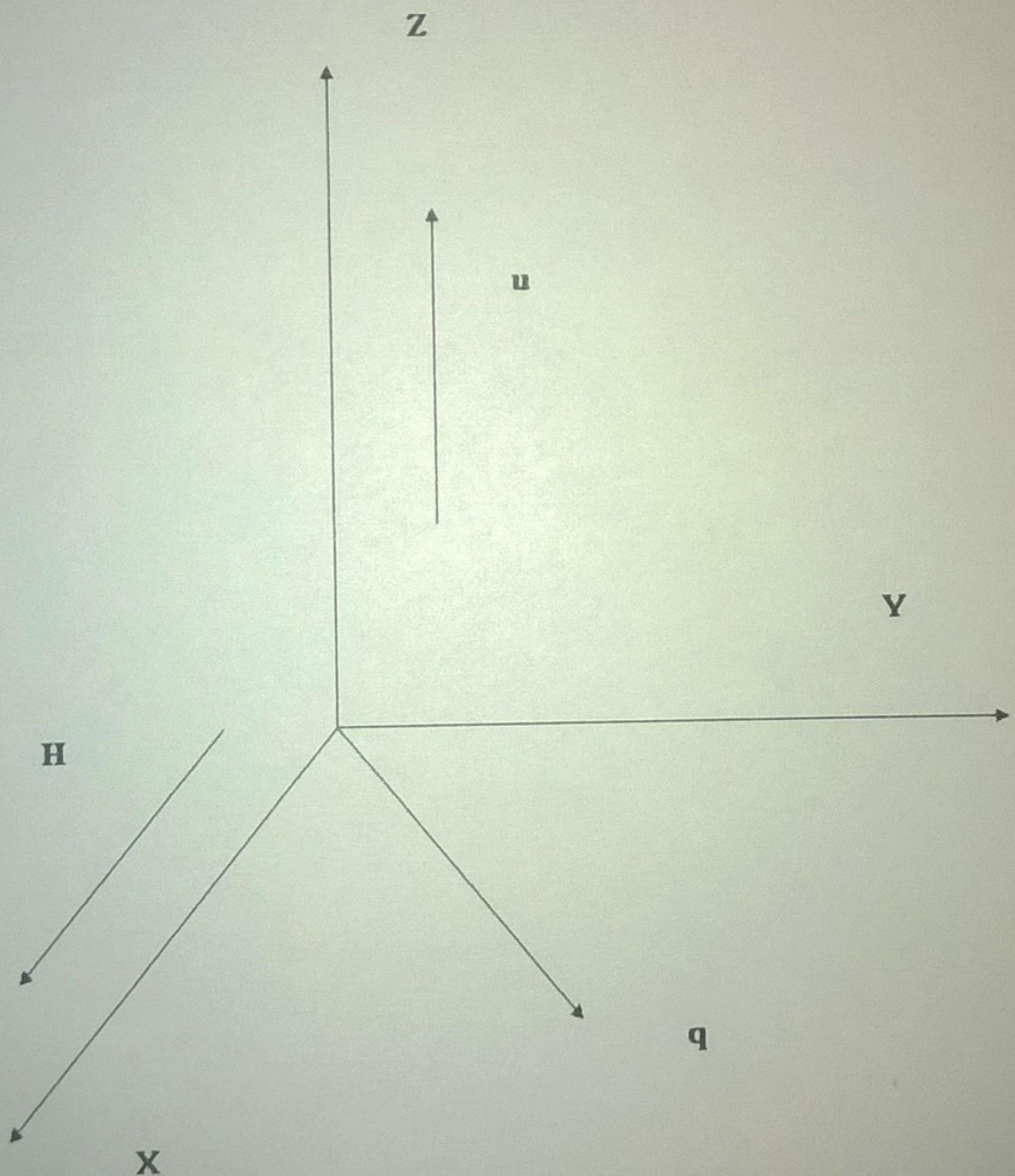


Рис.2.2 Поперечная волна в магнитном поле,  
перпендикулярном дислокационной линии

результатирующую мощность потерь. Из [71] известно, что для циркулярно поляризованных в плоскости  $z=0$  электрических полей и токов

$$\sigma'_{\pm} = \sigma_{\pm}/\sigma_0 = (\sigma_{zz} + i\sigma_{xx})/\sigma_0 = G^{\pm} \quad (2.25)$$

где  $\sigma_0$  – статическая проводимость. Например, для одной из поляризаций поперечных полей и токов мы имеем

$$G = \frac{3}{4} \int_0^{\pi} \frac{\sin^3 \theta \, d\theta}{1 + i(\omega_c + qv_F \cos \theta - \omega)\tau} = \\ = \frac{3}{4} \frac{1}{1 + i(\omega_c - \omega)\tau} \left[ \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 \theta \, d\theta}{1 + i a \cos \theta} + \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin^3 \theta \, d\theta}{1 + i a \cos \theta} \right] \quad (2.26)$$

где введено стандартное [69] обозначение

$$a = \frac{q \ell}{1 + i(\omega_c - \omega)\tau}$$

В итоге получим

$$G = \frac{3}{4} \frac{1}{1 + i(\omega_c - \omega)\tau} \int_0^{\pi/2} \frac{2 \sin^3 \theta \, d\theta}{1 + a^2 \cos^2 \theta} = \frac{3}{2} \frac{1}{1 + i(\omega_c - \omega)\tau} \int_0^1 \frac{(1-x^2) \, dx}{1 + a^2 x^2} = \\ = \frac{3}{2a^3} \frac{1}{1 + i(\omega_c - \omega)\tau} \left[ (1+a^2) \operatorname{arctg} a - a \right] \quad (2.27)$$

Полученное выражение (2.27) очень похоже на ранее найденное в работе [57] за тем исключением, что роль текущей частоты здесь играет разность  $\omega_c - \omega$ . Асимптотическое поведение функции  $G$  при  $q \ell \gg 1$ , как известно, исследовалось в работах [57, 69].

Проводимость в этом предельном случае равна

$$\sigma = \sigma_0 \frac{3\pi}{4 |q_H| \ell} \quad (2.28)$$

т.е. не зависит от величины магнитного поля, а зависит лишь от ее ориентации. Обозначение  $q_h$  в (2.28) означает проекцию волнового вектора на направление магнитного поля, поэтому  $q_h = q \cos \varphi$ , где угол  $\varphi$  отсчитывается от оси  $x$ . Этот же угол есть переменная интегрирования по  $q$ . В этом как раз и заключается удобство сонаправленности вектора  $h$  и оси  $x$ , позволяющее обойтись без введения дополнительной угловой переменной, отвечающей за их разориентацию.

$$\begin{aligned}
 W &= L(2\pi)^2 \int d^2q P_q = \\
 &= \frac{16Lnp_F b^2 V^2}{3\pi(2\pi)^2} \int_0^{\pi/2} d\varphi \sin^2 \varphi \cos(\varphi) \int_0^{q_m} \frac{dq}{1 + \frac{16c^4 v_F^2 q^4}{9\pi^2 \omega_p^4 V^2}} = \\
 &= \frac{16Lnp_F b^2 V^2}{9\pi(2\pi)^2} \int_0^{q_m} \frac{dq}{1 + \frac{16c^4 v_F^2 q^4}{9\pi^2 \omega_p^4 V^2}}
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

Перепишем последний интеграл в виде

$$\int_0^{q_m} \frac{dq}{1 + \alpha^4 q^4} \tag{2.30}$$

$$\text{где } \alpha^4 = \frac{16c^4 v_F^2}{9\pi^2 \omega_p^4 V^2}.$$

Оценка максимального значения  $\alpha^4$  дает

$$\max(\alpha^4) \sim 10^{-9} \ll 1$$

Кроме того, само  $\alpha$  в свою очередь также много меньше единицы.

При оценке мы полагали  $v_{min} \sim 10^2$  см/сек, чтобы обеспечить надбарьерное движение дислокации в кристаллическом рельефе, поскольку для такого режима характерно  $v \gg (\tau_p/G)^{1/2} \sim 10$  см/сек (см. главу I). Тогда

$$\int_0^{q_m} \frac{dq}{1 + \alpha^4 q^4} \sim \frac{1}{\alpha} \left( \frac{4}{3} - \frac{1}{3} \frac{1}{\alpha^3 q_m^3} \right) \quad (2.31)$$

Вторым слагаемым в (2.31) можно пренебречь при любых скоростях, удовлетворяющих условию  $v \gg (\tau_p/G)^{1/2}$ , что окончательно дает

$$\int_0^{q_m} \frac{dq}{1 + \alpha^4 q^4} \sim \frac{4}{3\alpha} \quad (2.32)$$

а для мощности потерь

$$W = \frac{16Lnp_F b^2 v^2 4(3\pi)^{1/2} \omega_p v^{1/2}}{9\pi(2\pi)^2 6cv_F^{1/2}} = R W^{H=0} \quad (2.33)$$

где  $R$  – множитель порядка единицы. С другой компонентой  $q_\perp$  (в наших обозначениях  $q_y$ ) для проводимости получается выражение, в точности совпадающее для ориентаций  $q \parallel H$  и  $H \perp q$  (см. (4.14) из [71]), и суммарные потери примут вид

$$W = W^{H=0} + W^{H \perp q} \quad (2.34)$$

где  $W^{H \perp q}$  – потери, рассмотренные выше.

#### §4. Сильные магнитные поля

Для дальнейшего упрощения выкладок удобно рассмотреть

различные предельные соотношения между величинами  $\omega_c \tau$  и  $\omega \tau$ . Рассмотрим ситуацию, когда  $\omega \tau \ll 1 \ll \omega_c \tau$  (так называемый случай сильных полей), а вектор  $\mathbf{h}$  параллелен дислокационной линии (Рис.2.1). Достаточно беглого взгляда на (2.14), чтобы убедиться, что

$$\sigma \approx \sigma' \operatorname{ctn} \frac{\pi}{\omega_c \tau} \approx \sigma' \frac{\omega_c \tau}{\pi} \quad (2.35)$$

Опять же, как и в случае слабых полей, проводимость — действительная величина, поэтому можем записать для мощности потерь на  $q$ -той моде следующее выражение

$$P_q = \frac{\frac{e^2 n^2 |\dot{u}|^2}{2 \sigma}}{1 + \frac{q^4 c^4}{16 \pi^2 \omega^2 \sigma^2}} \quad (2.36)$$

И здесь также получается выражение, аналогичное полученному в задаче без магнитного поля. Несложный качественный анализ выражения (I.26') указывает на пропорциональность энергии потерь величине  $\alpha$  при  $H=0$ , где

$$\alpha^2 = \frac{3\pi\omega_p^2 V}{4v_F c^2 q_m^2} = \frac{4\pi V q \sigma}{c^2 q_m^2} \quad (2.37)$$

т.е.

$$\alpha \sim \sigma^{1/2} \quad (2.38)$$

Окончательный ответ таков:

$$W = W^{H=0} \left( \frac{\omega_c \tau}{\pi} \right)^{1/2} \frac{\pi}{\omega_c \tau} = W^{H=0} \left( \frac{\pi}{\omega_c \tau} \right)^{1/2} \quad (2.39)$$

Напомним, что (I.26') получено в предположении что  $\alpha \ll 1$ . Аналогично, для корректности выполнения процедуры интегрирования необходимо, чтобы новое обобщенное  $\alpha$  было  $\alpha \ll 1$ . Произведем ее оценку

$$\alpha^2 = \frac{3\pi\omega_p^2 V}{4v_F c^2 q_m^2} \frac{\omega_c \tau}{\pi} \sim 10^{-4} \ll 1 \quad (2.40)$$

Здесь использовано максимально достижимое значение  $\omega_c \tau$ , равное

$$(\omega_c \tau)_{\max} \sim \frac{eH_{\max} \tau_{\max}}{mc} \sim 10^4$$

(при  $H_{\max} \sim 10 \text{ кГс}$ ,  $\tau_{\max} \sim 10^{-8} \text{ сек}$ ).

Таким образом, действительно, новое перенормированное  $\alpha \ll 1$  и прежняя процедура вычисления интеграла остается в силе. Окончательное выражение для относительной мощности потерь записывается в виде

$$\frac{W}{W_{H=0}} = \left[ \frac{\pi}{\omega_c \tau} \right]^{1/2} \quad (2.41)$$

Условие  $\omega \tau \ll 1$  выполняется при  $\tau \ll 1/\omega = \frac{1}{qV} \sim 10^{-13} \text{ сек}$ , т.е. для тех металлов, для которых  $\tau \ll 10^{-13} \text{ сек}$ .

Убывающий характер зависимости (I.41) физически объясняется следующим образом (Рис.2.3). Если в отсутствие магнитного поля траектория электрона представляет собой прямую линию, то при наличии внешнего поля она представляет собой уже трохоиду, что эффективно увеличивает длину пробега  $\ell$ . Основная причина убывающей зависимости заключается в том, что мощность потерь обратно пропорциональна проводимости [71], которая, в свою очередь, прямо пропорциональна длине свободного пробега

электронов.

Представляет интерес также рассмотрение предельного случая  $1 \ll \omega t \ll \omega_c \tau$ . Гиперболический контантенс, входящий в (2.14) можно в этом случае записать в виде

$$\operatorname{cth}(x-iy) = \frac{\operatorname{sh}x \cdot \operatorname{ch}x + i \sin y \cdot \cos y}{\operatorname{sh}^2 x + \sin^2 y} \approx \frac{x + iy}{x^2 + y^2} \approx x/y^2 + iy \quad (2.42)$$

где введены следующие обозначения

$$x = \pi\omega/\omega_c; \quad y = \pi/\omega_c \tau;$$

Выражение в квадратных скобках, фигурирующее в (2.13) запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{1/\sigma}{1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma}} + \text{К.С.} &= \frac{1/\sigma}{1 - \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma}} + \frac{1/\sigma^*}{1 + \frac{q^2 c^2}{4\pi i \omega \sigma^*}} = \\ &= \frac{\frac{2 \operatorname{Re} \sigma}{|\sigma|^2}}{1 + \frac{c^2 q^2 2 i \operatorname{Im} \sigma}{4\pi i \omega |\sigma|^2} + \frac{c^4 q^4}{16\pi^2 \omega^2 |\sigma|^2}} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Вычислим отдельно  $\operatorname{Re} \sigma / |\sigma|^2$  и  $|\sigma|^2$ .

$$\frac{\operatorname{Re} \sigma}{|\sigma|^2} = \frac{\sigma' x/y^2}{\sigma'^2/y^2} = \frac{x}{\sigma'} \quad (2.44)$$

$$|\sigma|^2 = \sigma'^2 (x^2/y^4 + 1/y^2) \approx \sigma'^2/y^2 \quad (2.45)$$

Тогда

$$P_q = \frac{2p_F n}{3\omega_c \tau} \frac{q |\dot{u}|^2}{1 + \frac{16c^4 v_F^2 q^2 \sigma}{9\omega_p^4 \omega_c^2}} \quad (2.46)$$

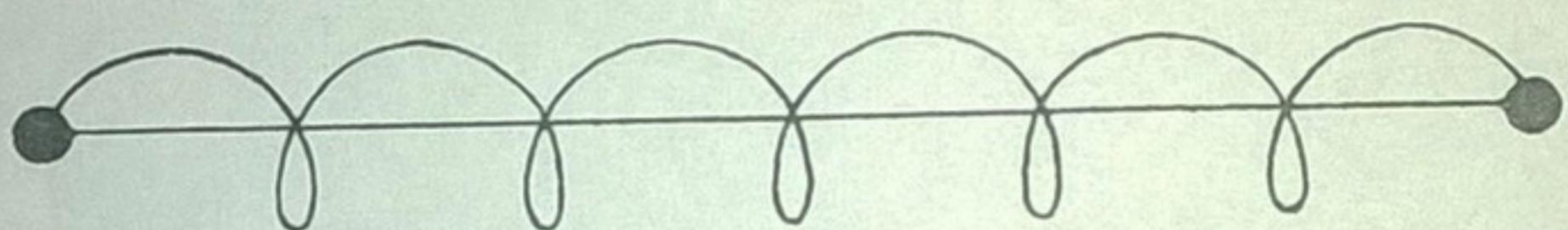


Рис.2.3 Траектории электрона без поля  
и при наличии однородного поля

Интегрируя по всевозможным двумерным волновым векторам дислокационных фононов, получим

$$W = L(2\pi)^2 \frac{2p_F n}{3\omega_c \tau} \int \frac{d^2 q q |\dot{u}|^2}{1 + \frac{16c^4 v_F^2 q_m^\sigma}{9\omega_p^4 \omega_c^2}} = \\ = \frac{2\pi}{3\omega_c \tau} \frac{Lnp_F b^2 v^2 q_m}{(2\pi)^2} \int_0^1 \frac{dq}{1 + \frac{16c^4 v_F^2 q_m^\sigma q^\sigma}{9\omega_p^4 \omega_c^2}} \quad (2.47)$$

Обозначим

$$\beta = \frac{16c^4 v_F^2 q_m^\sigma}{9\omega_p^4 \omega_c^2 \max}$$

Тогда

$$\int_0^1 \frac{dq}{1 + \beta q^\sigma} = \frac{1}{\beta^{1/\sigma}} \int_0^{\beta^{1/\sigma}} \frac{dq}{1 + q^\sigma} \quad (2.48)$$

Оценим  $\beta$  при типичных для металлов значениях входящих в нее величин

$$\beta_{min} \sim \frac{c^4 v_F^2 q_m^\sigma}{\omega_p^4 \omega_c^2 \max} \sim 10^{20} \quad (2.49)$$

$$\beta_{min}^{1/\sigma} \sim 10^3 \gg 1 \quad (2.50)$$

Последняя оценка позволяет устремить верхний предел интеграла к бесконечности, что значительно упрощает счет

$$\int_0^{\beta^{1/\sigma}} \frac{dq}{1 + \beta q^\sigma} \sim \frac{1}{\beta^{1/\sigma}} \int_0^\infty \frac{dq}{1 + q^\sigma} = \frac{\pi}{3\beta^{1/\sigma}} \quad (2.51)$$

Окончательно, для относительной мощности потерь будем иметь

$$\frac{W}{W_0} = \frac{\pi^2}{3\omega_c^2 \tau (4c^2 v_F q_m^3 / (3\omega_p^2 \omega_c))^{1/3}} \quad (2.52)$$

Примечательно, что скоростная зависимость силы торможения в этом предельном случае  $\omega_c \tau$  такая же, как и в [21], т.е. квадратичная, но с другим коэффициентом.

Для случая, когда вектор  $\mathbf{h}$  лежит в плоскости распространения дислокационных упругих волн, ситуация полностью аналогична случаю слабых магнитных полей вплоть до конечного выражения для мощности потерь

$$W = W^{H=0} + W^{H \perp q} \quad (2.53)$$

причем, уже в каждом отдельном предельном случае необходимо пользоваться своей асимптотикой для  $W^{H \perp q}$ , которые получены выше.

Обобщая результаты настоящей главы, необходимо подчеркнуть, что самым характерным проявлением внешнего магнитного поля является наличие убывающих полевых зависимостей мощности потерь [96]. Смена предельных соотношений  $\omega_c \tau \ll 1$  и  $\omega_c \tau \gg 1$  на самом деле отражает увеличение скорости дислокации, поэтому можно сказать, что полевые зависимости для дислокаций разных скоростей характеризуются разными показателями степеней при магнитном поле  $H$ .

Хотелось бы отметить экспериментальные работы, выполненные группой Галлигана [97, 98] на монокристаллах цинка при гелиевых температурах в сканирующем магнитном поле. К сожалению, полученные ими результаты о влиянии магнитного поля на силу торможения нельзя отнести к какому-то определенному типу дислокаций. Как указывают сами авторы, их результаты получены

для дислокационных петель, разные участки которых представляются как винтовыми, так и краевыми дислокациями. Учитывая, что сила торможения краевой дислокации по абсолютной величине значительно превышает силу торможения винтовой [63], то фактически результаты этой группы относятся к краевым дислокациям.

## ГЛАВА 3

### ФЛУКТУАЦИОННОЕ ПРЕОДОЛЕНИЕ ДИСЛОКАЦИОННЫМ ПЕРЕГИБОМ (КИНКОМ) КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ ТОЧЕЧНОГО ПРЕПЯТСТВИЯ В ВЯЗКОЙ СРЕДЕ.

#### §1. Постановка вопроса

Акустические методы предоставляют уникальную возможность для тонкого исследования таких свойств дефектов в твердых телах, какие другими методиками изучать невозможно. Несомненно, одним из них является метод внутреннего трения [35]. Открытие пиков на экспериментальных кривых пластически деформированных кристаллов показало, что они обусловлены релаксационными процессами с участием линейных дефектов — дислокаций [52, 45, 61, 44, 49]. Часть обнаруженных пиков вызывается дислокациями, динамика которых контролируется их связью с точечными дефектами [18, 45]. Уместно отметить, что в кристаллах с высоким рельефом Пайерлса, дислокация может быть закреплена в точках, лежащих в различных долинах пайерлсовского потенциала, что неизбежно предполагает существование геометрических перегибов (кинков) на дислокационной линии [34]. Кинки, являющиеся по-существу солитонами [23], обладают подвижностью и в процессе своего движения испытывают силовое воздействие со стороны локальных препятствий, точечных дефектов и т.п. Кроме того, они тормозятся из-за различных диссипативных процессов взаимодействия с элементарными возбуждениями кристалла, в основном с фононами и электронами. Преодоление потенциальных барьеров происходит за счет тепловых и квантовых флюктуаций, в то время как диссипативные процессы носят вязкий характер. Как

показано в [48], при таком традиционном разделении механизмов торможения на две группы, в то же время необходимо учитывать их органическое единство, заключающееся в том, что флуктуации тесно связаны с диссипативными свойствами среды.

Целью настоящей главы является вычисление вероятности открепления кинка от флюктуирующего точечного центра в вязком газе квазичастичных возбуждений кристалла.

## §2. Динамические уравнения системы

Движущийся кинк можно представить квазичастицей, и для определенности предположим, что он находится в параболическом потенциале точечного центра, имеющего вид [22, 48]

$$V(x) = \begin{cases} \xi x^2 & \text{при } |x| \leq x_c \\ 0 & \text{при } |x| > x_c \end{cases} \quad (3.1)$$

где  $\xi$  – "жесткость" связи кинк-центр,  $x_c = (v_0/\xi)^{1/2}$ , а  $v_0$  – максимальная высота потенциального барьера. Предполагается, что сила взаимодействия между кинком и точечным центром много меньше максимальной силы, действующей на дислокацию со стороны периодического рельефа Пайерлса, т.е.  $\xi \ll \tau_p b$ , где  $\tau_p$  – напряжение Пайерлса, а  $b$  – длина вектора Бюргерса. В этом приближении эффективная масса кинка записывается в виде  $m \sim M(a/w)$  [43, 91], где  $M$  – масса узла решетки,  $a$  – межатомное расстояние,  $w$  – ширина кинка.

В качестве внешних сил выступают флюктуационная сила  $f_1(t)$ , действующая со стороны термостата на кинк, а также приложенное внешнее напряжение  $\tau$ . С учетом этого, уравнение

движения кинка примет вид

$$m\ddot{u} + 2\gamma\dot{u} + 2\xi u = f_1(t) + bta, \quad (3.2)$$

где  $\gamma$  – коэффициент вязкого трения [76]. Очевидно, что наше рассмотрение верно при  $\tau < \tau_p$ .

Критерием преодоления кинком точечного препятствия является превышение расстояния между ними критического  $x_c$ . Следовательно, для нахождения вероятности флюктуационного открепления необходимо подсчитать среднее число пересечений в единицу времени случайной функции  $u(t)$  с пороговым уровнем  $x_c$ . Однако, более реалистичной является модель, в которой наряду с флюктуациями кинка учитывается также флюктуационная динамика препятствия [40, 48]. Тогда, при учете стохастичности точечного центра, необходимо совместно решить уравнение движения препятствия с уравнением движения кинка. При этом, вся система кинк+центр описывается парой уравнений

$$\begin{cases} m\ddot{u} + 2\gamma\dot{u} + 2\xi(u-v) = f_1(t) + bta \\ \mu\ddot{v} + 2\nu\dot{v} + \kappa v - 2\xi(u-v) = f_2(t), \end{cases} \quad (3.3)$$

где  $\mu$  и  $\nu$  – масса и коэффициент вязкости препятствия,  $\kappa$  – “жесткость” связи точечного центра с кристаллической решеткой,  $f_2(t)$  – флюктуационная сила, действующая на препятствие. Наличие слагаемого  $-2\xi(u-v)$  во втором из уравнений (3.3) обеспечивает обратное действие кинка на точечный центр. Ниже будем предполагать, что флюктуационные силы  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$  являются некоррелированными и в соответствии с флюктуационно-диссилиационной теоремой [75] обладают следующими свойствами:

$$\langle f_k(t) \rangle = 0;$$

$$\langle f_k(t) \cdot f_l(t+\tau) \rangle = 4(\gamma\delta_{k1} + \nu\delta_{k2}) \cdot T \cdot K(\tau) \cdot \delta_{kl};$$

$$K(\tau) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\omega_c}^{+\omega_c} d\omega \cdot \exp(i\omega\tau) \cdot K(\omega); \quad (3.4)$$

$$K(\omega) = \frac{\hbar\omega}{2T} \cdot \operatorname{cth}(\hbar\omega/2T); \quad k, l = 1; 2,$$

где угловые скобки означают операцию математического ожидания, а постоянная Больцмана принята равной единице. Для устранения расходности мощности источника шума необходимо ограничить его спектр частотой  $\omega_c$ , введя тем самым минимальный промежуток времени, разделяющий значения случайной функции, которые можно считать некоррелированными. Аналогично, необходимо при дальнейшем рассмотрении пренебречь флюктуациями, пространственный масштаб корреляции которых меньше постоянной решетки. В этом смысле, флюктуации кинка являются стационарными и локальными.

Решим систему уравнений (3.3) спектральным методом, полагая  $u(t)$  и  $v(t)$  пропорциональными  $\exp(-i\omega t)$ . Для смещений в этом случае будем иметь

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{u} + \frac{2\gamma}{m}\dot{u} + \tilde{\omega}^2(u-v) = f_1(t)/m \\ \ddot{v} + \frac{2\nu}{\mu}\dot{v} + \omega_0^2 v - \epsilon\tilde{\omega}^2(u-v) = f_2(t)/\mu, \end{array} \right. \quad (3.5)$$

где введены следующие обозначения:  $\tilde{\omega}^2 = 2\xi/m$ ,  $\omega_0^2 = \kappa/\mu$ ,  $\epsilon = m/\mu$ . Далее, переходя к Фурье-образам, получим

$$\begin{cases} -\omega^2 u_\omega - \frac{i\omega 2\gamma}{m} u_\omega + \tilde{\omega}^2 (u_\omega - v_\omega) = f_{1\omega} / m \\ -\omega^2 v_\omega - \frac{i\omega 2\nu}{\mu} v_\omega + \omega_0^2 v_\omega - \varepsilon \tilde{\omega}^2 (u_\omega - v_\omega) = f_{2\omega} / \mu. \end{cases} \quad (3.6)$$

Разрешая систему (3.6) относительно переменных  $u_\omega$  и  $v_\omega$  получим

$$\begin{cases} u_\omega = \frac{f_{1\omega}/m - \tilde{\omega}^2 (u_\omega - v_\omega)}{-\omega^2 - \frac{i\omega 2\gamma}{m}} \\ v_\omega = \frac{f_{2\omega}/\mu + \varepsilon \tilde{\omega}^2 (u_\omega - v_\omega)}{-\omega^2 - \frac{i\omega 2\nu}{\mu} + \omega_0^2} \end{cases} \quad (3.7)$$

В случае флюктуирующего точечного центра представляет интерес нахождение корреляционных функций не для случайной величины  $u(t)$ , а для относительного смещения кинка от точечного центра  $\eta(t) = u(t) - v(t)$ . С этой целью, из первого уравнения системы (3.7) вычтем второе. Тогда, можем написать

$$u_\omega - v_\omega = \frac{f_{1\omega}/m}{Z_2} - \frac{f_{2\omega}/\mu}{Z_1} - (u_\omega - v_\omega) (\tilde{\omega}^2/Z_2 + \varepsilon \tilde{\omega}^2/Z_1),$$

где  $Z_1 = (\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega \cdot 2\nu/\mu)$ ,  $Z_2 = (-\omega^2 - i\omega \cdot 2\gamma/m)$ .

Отсюда следует, что

$$\eta(\omega) = u_\omega - v_\omega = \frac{Z_1 f_{1\omega}/m - Z_2 f_{2\omega}/\mu}{Z_1 Z_2 + \tilde{\omega}^2 \cdot Z_1 + \varepsilon \tilde{\omega}^2 \cdot Z_2}. \quad (3.8)$$

Как было указано выше, вероятность флюктуационного открепления кинка равна среднему числу пересечений в единицу

времени случайной функцией  $\eta(t)$  порогового уровня  $x_c$ , которая согласно теории выбросов случайных процессов, в общем случае выражается через саму функцию  $\eta(t)$ , некоррелированную с ней временную производную  $\dot{\eta}(t)$  и величину  $x_c$  следующим образом [65, 66]:

$$W = \int_0^\infty \int \int \int \dot{\eta}(t) \delta(\eta(t) - x_c) p_4(u, \dot{u}, v, \dot{v}) du d\dot{u} dv d\dot{v}, \quad (3.9)$$

где  $p_4(u, \dot{u}, v, \dot{v})$  – четырехмерная совместная плотность вероятности случайных величин  $u$ ,  $\dot{u}$ ,  $v$  и  $\dot{v}$ , зависящая от взаимных корреляционных функций своих аргументов. Для дальнейшего анализа очень важно знать вид этих корреляционных функций. Найдем их опять же в Фурье-представлении. Для этого в системе (3.3) введем следующие обозначения:  $u=Y_1$ ;  $\dot{u}=Y_2$ ;  $v=Y_3$ ;  $\dot{v}=Y_4$ . После этих замен исходная система примет вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Y}_1 - Y_2 = 0 \\ \dot{Y}_2 + \frac{2\nu}{m} Y_2 + \tilde{\omega}^2 Y_1 - \tilde{\omega}^2 Y_3 = f_1/m \\ \dot{Y}_3 - Y_4 = 0 \\ \dot{Y}_4 - \epsilon \tilde{\omega}^2 Y_1 + (\omega_0^2 + \epsilon \tilde{\omega}^2) Y_3 + \frac{2\nu}{\mu} Y_4 = f_2/\mu. \end{array} \right. \quad (3.10)$$

Согласно теории случайных функций [93], если задана система дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, соответствующая устойчивой динамической системе

$$\frac{dY_j(t)}{dt} + \sum_{l=1}^n a_{jl} Y_l(t) = X_j(t), \quad j=1, 2, \dots, n \quad (3.II)$$

где  $a_{jl}$  – постоянные,  $X_j(t)$  – стационарные случайные функции, то ее решения являются стационарными случайными функциями, взаимные спектральные плотности которых могут быть выражены через взаимные спектральные плотности правых частей уравнений следующим образом:

$$S_{yj, yk}(\omega) = \frac{\sum_{l=1}^n \sum_{m=1}^n A_{lj}^*(\omega) A_{mk}(\omega) S_{xl, xm}(\omega)}{|\Delta(\omega)|^2} \quad (3.I2)$$

Здесь  $\Delta(\omega)$  – определитель, составленный из коэффициентов левых частей уравнений:

$$\Delta(\omega) = \begin{vmatrix} a_{11} + i\omega & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} + i\omega & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} + i\omega \end{vmatrix}, \quad (3.I3)$$

а  $A_{lj}(\omega)$  – алгебраическое дополнение элемента этого определителя, стоящего на пересечении  $l$ -ой строки и  $j$ -го столбца, а  $S_{xl, xm}(\omega)$  – взаимная спектральная плотность случайных функций, стоящих в правых частях на  $l$ -ой и  $m$ -ой строках соответственно. В нашем случае, для системы (3.I0)

имеем

$$a_{ij} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}^2 & \frac{2\gamma}{m} & -\tilde{\omega}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -\varepsilon\tilde{\omega}^2 & 0 & \omega_0^2 + \varepsilon\tilde{\omega}^2 & \frac{2\nu}{\mu} \end{vmatrix}, \quad (3.14)$$

$$\Delta(\omega) = \begin{vmatrix} i\omega & -1 & 0 & 0 \\ \tilde{\omega}^2 & \frac{2\gamma}{m} + i\omega & -\tilde{\omega}^2 & 0 \\ 0 & 0 & i\omega & -1 \\ -\varepsilon\tilde{\omega}^2 & 0 & \omega_0^2 + \varepsilon\tilde{\omega}^2 & \frac{2\nu}{\mu} + i\omega \end{vmatrix}, \quad (3.15)$$

$$S_{xl, xm} = 2\hbar\omega \operatorname{cth}(\hbar\omega/2T) (\gamma\delta_{l2}\delta_{m2}/m^2 + \nu\delta_{l4}\delta_{m4}/\mu^2). \quad (3.16)$$

В результате несложных, но довольно утомительных алгебраических выкладок, для взаимных спектральных плотностей переменных  $u$ ,  $v$  получим

$$S_{u^2} = R \cdot \left[ ((\omega^2 - \omega_0^2 - \varepsilon \tilde{\omega}^2)^2 + \omega^2 (2\gamma/\mu)^2) / m^2 + \tilde{\omega}^4 / \mu^2 \right]$$

$$S_{v^2} = R \cdot \left[ ((\omega^2 - \tilde{\omega}^2)^2 + \omega^2 (2\gamma/m)^2) / \mu^2 + \tilde{\omega}^4 / \mu^2 \right] \quad (3.17)$$

$$S_{uv} = -R \cdot \frac{\tilde{\omega}^2}{\mu} \left[ (\omega^2 - \omega_0^2 - \varepsilon \tilde{\omega}^2 + i\omega 2\gamma/\mu) / m + (\omega^2 - \tilde{\omega}^2 - i\omega 2\gamma/m) / \mu \right],$$

где  $R = 2\gamma \hbar \omega \cdot \operatorname{ctn}(\hbar \omega / 2T) / |\Delta(\omega)|^2$ . Здесь, для простоты, коэффициенты трения  $\gamma$  и  $\nu$  положены одинаковыми и равными  $\gamma$ . Видно, что при  $\xi=0$  ( $\tilde{\omega}=0$ ), взаимно корреляционная функция  $S_{uv}$  равна нулю и переменные  $u$  и  $v$  становятся некоррелированными. Вводя обобщенные координаты  $\eta=u-v$  и  $\lambda=u+v$ , и используя (3.17), можно найти среднее число выбросов функции  $\eta(t)$ , представляющее собой громоздкое выражение. Однако, в предельных случаях  $\mu \rightarrow \infty$  и  $m \rightarrow \infty$ , представляющих физический интерес и соответствующих бесконечно тяжелым примеси и кинку, задача может быть существенно упрощена. В этих предельных случаях, четырехмерная функция плотности вероятности на самом деле является двумерной  $p_2(\eta, \dot{\eta})$ , ввиду того, что переменные  $\eta$  и  $\lambda$  – суть одна и та же переменная. Это очевидно также уже из самой системы (3.3), если в ней произвести указанные выше предельные переходы:

$$\eta(\omega) = \begin{cases} \frac{f_1 \omega / m}{\tilde{\omega}^2 - \omega^2 - i\omega \cdot 2\gamma / m} & (\mu \rightarrow \infty), \\ - \frac{f_2 \omega / \mu}{\omega_0^2 + \varepsilon \tilde{\omega}^2 - \omega^2 - i\omega \cdot 2\nu / \mu} & (m \rightarrow \infty). \end{cases} \quad (3.18)$$

$$(3.19)$$

Таким образом, вероятность (3.9) запишется в следующем виде:

$$W = \int_0^\infty \int \dot{\eta}(t) \delta(\eta(t) - x_c) p_z(\eta, \dot{\eta}) d\eta d\dot{\eta}, \quad (3.20)$$

где совместная плотность вероятности  $p_z(\eta, \dot{\eta})$  имеет вид [65, 66]

$$p_z(\eta, \dot{\eta}) = \frac{1}{2\pi\sigma\sigma_1} \exp \left[ -\frac{(\eta - \eta^{st})^2}{2\sigma^2} - \frac{\dot{\eta}^2}{2\sigma_1^2} \right]. \quad (3.21)$$

Здесь  $\eta^{st}$  – статическое решение (математическое ожидание) для (3.3),  $\sigma^2$  – дисперсия случайной величины  $\eta(t)$ , а  $\sigma_1^2$  – дисперсия  $\dot{\eta}(t)$ . Статическое решение  $\eta^{st}$  находится из системы (3.3) и равно

$$\eta^{st} = x_c \cdot \tau / \tau_c, \quad (3.22)$$

где  $\tau_c$  соответствует критическому смещению  $x_c$  и определяется из условия

$$b\tau_c a = 2\xi x_c. \quad (3.23)$$

Подставив (3.21) в (3.20) и интегрируя, для интересующей нас вероятности открепления получим

$$W = \int_0^\infty \int \dot{\eta}(t) \delta(\eta(t) - x_c) p_z(\eta, \dot{\eta}) d\eta d\dot{\eta} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^\infty \int \dot{\eta}(t) \delta(\eta(t) - x_c) \frac{1}{2\pi\sigma\sigma_1} \exp\left(-\frac{(\eta - \eta^{st})^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{\dot{\eta}^2}{2\sigma_1^2}\right) d\eta d\dot{\eta} = \\
 &= \frac{1}{2\pi\sigma\sigma_1} \int_0^\infty \dot{\eta}(t) \exp\left(-\frac{\dot{\eta}^2}{2\sigma_1^2}\right) d\dot{\eta} \int_0^\infty \delta(\eta - x_c) \exp\left(-\frac{(\eta - \eta^{st})^2}{2\sigma^2}\right) d\eta = \\
 &= \frac{1}{4\pi\sigma\sigma_1} \exp\left(-\frac{(x_c - \eta^{st})^2}{2\sigma^2}\right) \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\dot{\eta}^2}{2\sigma_1^2}\right) d(\dot{\eta}^2) = \\
 &= \frac{1}{4\pi\sigma\sigma_1} \exp\left(-\frac{(x_c - \eta^{st})^2}{2\sigma^2}\right) \int_0^\infty \exp\left(-\frac{x}{2\sigma_1^2}\right) dx = \\
 &= \frac{\sigma_1}{2\pi\sigma} \cdot \exp\left(-\frac{(x_c - \eta^{st})^2}{2\sigma^2}\right), \tag{3.24}
 \end{aligned}$$

где дисперсии случайной величины  $\eta(t)$  и ее временной производной выражаются стандартным образом через спектральные плотности:

$$\begin{aligned}
 \sigma^2 &= \langle \eta^2(t) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \cdot \eta_\omega \eta_\omega^*, \\
 \sigma_1^2 &= \langle \dot{\eta}^2(t) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \cdot \omega^2 \eta_\omega \eta_\omega^*. \tag{3.25}
 \end{aligned}$$

### §3. Статистические характеристики в случае малого трения

В случае малого трения и бесконечно тяжелого стопора (т.е.

$\gamma \rightarrow 0$ ,  $\mu \rightarrow \infty$ ), подставив (3.18) в (3.25) получим

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_\omega \eta_\omega^* d\omega = \frac{1}{2\pi m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f_1^2 \omega}{(\tilde{\omega}^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma/m)^2 \omega^2} d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\gamma \hbar \omega \operatorname{cth}(\hbar\omega/2T)}{(\tilde{\omega}^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma/m)^2 \omega^2} d\omega = \frac{\hbar}{2\pi m} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{cth}(\hbar\omega/2T)(2\gamma\omega/m)}{(\tilde{\omega}^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma/m)^2 \omega^2} d\omega = \\ &= \frac{\hbar}{\pi m} \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{cth}(\hbar\omega/2T)(2\gamma\omega/m)}{(\tilde{\omega}^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma/m)^2 \omega^2} d\omega. \end{aligned}$$

В пределе  $\gamma \rightarrow 0$  будем иметь

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\hbar}{m} \int_0^{\infty} \operatorname{cth}(\hbar\omega/2T) \delta(\tilde{\omega}^2 - \omega^2) d\omega = \frac{\hbar}{m} \int_0^{\infty} \operatorname{cth}(\hbar\omega/2T) \delta(\omega^2 - \tilde{\omega}^2) d\omega = \\ &= \frac{\hbar}{2m\tilde{\omega}} \int_0^{\infty} \operatorname{cth}(\hbar\omega/2T) \delta(\omega - \tilde{\omega}) d\omega = \frac{\hbar}{2m\tilde{\omega}} \operatorname{cth}(\hbar\tilde{\omega}/2T). \end{aligned} \quad (3.26)$$

Для дисперсии производной  $\dot{\eta}$  аналогично можно получить

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 \eta_\omega \eta_\omega^* d\omega = \frac{\hbar}{2m\tilde{\omega}} \int_0^{\infty} \omega^2 \operatorname{cth}(\hbar\omega/2T) \delta(\omega - \tilde{\omega}) d\omega =$$

$$= \frac{\hbar\tilde{\omega}}{2m} \operatorname{cth}(\hbar\tilde{\omega}/2T). \quad (3.27)$$

Таким образом,

$$\sigma^2 = \sigma_1^2/\tilde{\omega}^2 = \frac{\hbar}{2m\tilde{\omega}} \operatorname{cth}(\hbar\tilde{\omega}/2T), \quad (3.28)$$

а для вероятности открепления получим

$$W = \frac{\tilde{\omega}}{2\pi} \cdot \begin{cases} \exp(-V^*/T) & \text{при } T \gg \hbar\tilde{\omega} \\ \exp(-2V^*/\hbar\tilde{\omega}) & \text{при } T \ll \hbar\tilde{\omega}, \end{cases} \quad (3.29)$$

где  $V^* = V_o(1-\tau/\tau_c)^2$  – эффективная энергия активации.

В другом предельном случае конечной массы стопора, тяжелого кинка и малого трения ( $\nu \rightarrow 0$  и  $m \rightarrow \infty$ ), а также с учетом малости величины  $\varepsilon\tilde{\omega}^2$  по сравнению с  $\omega_o^2$ , совершенно аналогично для дисперсий можно получить

$$\sigma^2 = \sigma_1^2/\omega_o^2 = \frac{\hbar}{2\mu\omega_o} \operatorname{cth}(\hbar\omega_o/2T), \quad (3.30)$$

Для искомой же вероятности открепления будем иметь

$$W = \frac{\omega_o}{2\pi} \cdot \begin{cases} \exp\left[-\frac{V^*(\hbar/2\xi)}{T}\right] & \text{при } T \gg \hbar\omega_o \\ \exp\left[-\frac{2V^*(\hbar/2\xi)}{\hbar\omega_o}\right] & \text{при } T \ll \hbar\omega_o. \end{cases} \quad (3.31)$$

Как следует из (3.31), масса примеси входит в выражение для вероятности открепления [82, 83]. Чем больше масса примеси (меньше  $\omega_o$ ), тем меньше вероятность открепления, т.е. скорость

процесса открепления лимитируется временем отрыва от более тяжелых примесей. Из сравнения (3.28) и (3.30) с экспоненциальной точностью видно, что при  $T > \max\{\tilde{\omega}; \omega_0\}$  из-за слабости связи кинк-центр по сравнению со связью центр-решетка (т.е.  $\kappa/2\xi > 1$ ), в динамике процесса открепления существенны тепловые колебания кинка, а не стопора. Аналогично, при  $T < \min\{\tilde{\omega}; \omega_0\}$  и при  $\varepsilon(\tilde{\omega}/\omega_0) < 1$  превалируют квантовые флуктуации перегиба. Однако, возможна ситуация, когда

$$\varepsilon(\tilde{\omega}/\omega_0) > 1. \quad (3.32)$$

Оценка  $\varepsilon(\tilde{\omega}/\omega_0) \sim (a/w)^{1/2} \cdot (M/\mu)^{1/2} \cdot (2\xi/\kappa)^{1/2}$  показывает, что при  $a/w \sim 1/2$ ,  $2\xi/\kappa \sim 1/2$  условие (3.32) выполняется уже при  $\mu/M < 1/4$  (например, в кристалле Mo с примесью Mg).

Представляет также интерес рассмотрение промежуточных случаев  $\tilde{\omega} < T < \omega_0$  и  $\omega_0 < T < \tilde{\omega}$ , когда флуктуации одной из подсистем – классические, а другой – квантовые. Покажем, что возможно существование обеих этих ситуаций. Оценка  $(\omega_0/\tilde{\omega})^2$

$$(\omega_0/\tilde{\omega})^2 \sim (\pi/\mu) \cdot (\kappa/2\xi) \sim (a/w) \cdot (M/\mu) \cdot (\kappa/2\xi). \quad (3.33)$$

показывает, что реализуются случаи как  $(\omega_0/\tilde{\omega}) > 1$ , так и  $(\omega_0/\tilde{\omega}) < 1$ . Очевидно, что в случае  $(\omega_0/\tilde{\omega}) < 1$  существенны флуктуации кинка. Действительно, разделив (3.30) на (3.28) получим

$$(2\xi/\kappa) \cdot (\omega_0/\tilde{\omega}) \cdot \operatorname{cth}(\hbar\omega_0/2T) / \operatorname{cth}(\hbar\tilde{\omega}/2T) < 1, \quad (3.34)$$

т.е. интенсивность флуктуаций кинка превалирует над флуктуациями стопора, а при  $\hbar\omega_0 \sim T \sim \hbar\tilde{\omega}$  с учетом разложения функции  $\operatorname{cth}(x)$  в окрестности единицы, дисперсия  $\sigma^2$

представляется в виде

$$\sigma^2 = \frac{\hbar}{2m\tilde{\omega}} \cdot \left[ C - D \cdot (\hbar\tilde{\omega}/2T - 1) \right], \quad (3.35)$$

где  $C$  и  $D$  – порядка единицы ( $C \approx 1.313$ , а  $D \approx 0.724$ ). В противном случае, когда  $(\omega_0/\tilde{\omega}) > 1$ , критерием преобладания флюктуаций стопора, как следует из (3.34), является выполнение неравенства

$$(\hbar\omega_0/2T) > (\kappa/2\xi). \quad (3.36)$$

Последнее неравенство накладывает дополнительное ограничение на соотношение величин  $\omega_0$ ,  $\tilde{\omega}$  и т. Если цепочка неравенств  $\tilde{\omega} < T < \omega_0$  означает, что флюктуации стопора являются квантовыми, а кинка – классическими, то условие (3.36) выделяет температурный диапазон, в котором, кроме того, превалируют флюктуации стопора.

Обобщая вышеизложенное, можно сказать, что только в двух случаях, при выполнении неравенств (3.32) и (3.36), динамика системы определяется стопорным механизмом открепления. В остальных случаях, процесс открепления определяется динамикой кинка.

Если подставить приведенное выше соотношение для массы кинка в (3.29), то зависимость вероятности открепления от ширины перегиба примет вид

$$W = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{2\xi}{M} \cdot \frac{w}{a} \right]^{1/2} \begin{cases} \exp(-V^*/T) & \text{при } T \gg \hbar\tilde{\omega} \\ \exp\left[-\frac{2V^* \cdot (a/w)^{1/2}}{\hbar(2\xi/M)^{1/2}}\right] & \text{при } T \ll \hbar\tilde{\omega} \end{cases} \quad (3.37)$$

Это означает, что более "легкие" кинки быстрее открепляются от препятствия.

#### §4. Случай конечной вязкости среды

Все вышеуказанные результаты были получены в пределе малой вязкости. Аналогичная процедура может быть проведена и в случае конечного трения. Подставив (3.18) в (3.25) будем иметь

$$\sigma^2 = \frac{2\gamma\hbar}{\pi m^2} \cdot \int_0^\infty \frac{\omega \cdot \operatorname{cth}(\hbar\omega/2T) d\omega}{(\tilde{\omega}^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma/m)^2 \omega^2}. \quad (3.38)$$

Интеграл (3.38) можно вычислить методами теории функций комплексного переменного, представив его суммой вычетов в полосах  $\omega_n \equiv i2\pi nT/\hbar$  функции  $\operatorname{cth}(\hbar\omega/2T)$  [64], что дает

$$\sigma^2 = \frac{8\gamma\hbar}{\pi m^2} \cdot \frac{i2\pi T}{\hbar} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i\omega_n}{(\tilde{\omega}^2 + \omega_n^2)^2 - (2\gamma/m)^2 \omega_n^2}. \quad (3.39)$$

В пределе низких температур возможен переход от суммы (3.39) к интегралу путем следующих подстановок:  $\omega_n \rightarrow \omega$ ,  $2\pi T/\hbar \rightarrow d\omega$ .

$$\sigma^2 = \frac{8\gamma\hbar}{2\pi m^2} \int_0^\infty \frac{\omega d\omega}{(2\gamma/m)^2 \omega^2 - (\tilde{\omega}^2 + \omega^2)^2} = \frac{4\gamma\hbar}{2\pi m^2} \int_0^\infty \frac{dt}{(2\gamma/m)^2 t - (\tilde{\omega}^2 + t)^2} \approx$$

$$\approx -\frac{\hbar}{\pi m \tilde{\omega}} (\pi - 2\gamma/m \tilde{\omega}). \quad (3.40)$$

Последняя цепочка равенства (3.40) получена в предположении  $\gamma/m < \tilde{\omega}$ .

Окончательно, подставив значение дисперсии (3.40) в (3.24), придем к результату

$$W \sim \exp \left[ -\frac{\pi v^*}{\hbar \tilde{\omega} \cdot (\pi - 2\gamma/m \tilde{\omega})} \right], \quad (3.41)$$

Аналогичное выражение можно получить и в случае  $\varepsilon \gg 1$ , совпадающее с (3.41) с точностью до замен  $\tilde{\omega} \rightarrow \omega_0$ ,  $\gamma \rightarrow \nu$  и  $m \rightarrow \mu$ , откуда видно, что также как и в случае бесконечно малого трения вероятность открепления растет с увеличением массы примеси.

Хотелось бы отметить, что одним из главных результатов данной главы является включение массы примеси в число параметров задачи. С этой точки зрения, весьма целесообразными являются дальнейшие эксперименты по внутреннему трению, проведенные на одних и тех же кристаллах с различными типами легирующих примесей.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертации состоят в следующем:

1. Учтена экранировка взаимодействия "резонансных" электронов с упругой волной в задаче об электронном торможении винтовой дислокации.
2. Получено аналитическое выражение зависимости силы торможения винтовой дислокации от скорости ее движения.
3. Показано, что эта зависимость является степенной с показателем  $3/2$  во всем диапазоне скоростей движения дислокации.
4. Наглядно показано, что с увеличением скорости движения степень экранировки уменьшается.
5. Получены асимптотические выражения для силы торможения винтовой дислокации в металле во внешнем магнитном поле.
6. Получено аналитическое выражение для вероятности открепления кинка от примеси в пределе малой обобщенной вязкости среды.
7. Показано, что при выполнении неравенств (3.32) и (3.36) динамика системы определяется стопорным механизмом открепления. В остальных случаях процесс открепления лимитируется динамикой кинка.
8. Показано, что в пределе малой вязкости более "легкие" кинки быстрее открепляются от примеси.
9. Получено выражение для вероятности открепления в случае конечной величины коэффициента трения.
10. Масса примеси включена в число основных параметров

задачи об откреплении кинка.

Автор считает приятным долгом выразить благодарность своему научному руководителю — доктору физ.-мат. наук Варданяну Роберту Агасиевичу за постановку рассмотренных задач и руководство работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mason W.P. - Mechanism for Electron Damping in Pb. - *Appl. Phys. Lett.*, 1965, v.6, no.6, pp.111-112.
2. Кравченко В.Я. - Влияние электронов на торможение дислокаций в металлах. - *ФТТ*, 1966, т.8, в.3, с.927-935.
3. Brailsford A.D. - Electronic component of dislocation drag in metals. - *Phys. Rev.*, 1969, v.186, no.3, pp.959-961.
4. Holstein T. - Appendix to "Amplitude-dependent ultrasonic attenuation in superconductors" (by Tittman B.R. and Bommel H.E.). - *Phys. Rev.*, 1966, v.151, no.1, pp.178-189.
5. Каганов М.И., Кравченко В.Я., Нацик В.Д., - Электронное торможение дислокаций в металлах. - *УФН*, 1973, т.III, в.4, с.655-682.
6. Huffman G.P., Louat N. - Electronic component of dislocation drag in metals. - *Phys. Rev.*, 1968, v.176, no.3, pp.773-783.
7. Петухов Б.В. - О режимах движения дислокаций, контролируемых подвижностью солитонов. - *ФТТ*, 1983, т.25, в.6, с.1822-1829.
8. Казанцев А.П., Покровский В.Л. - Подвижность дислокаций в решетке с большими барьерами Пайерлса. - *ЖЭТФ*, 1970, т.58, в.2, с.677-682.
9. Орлов А.Н., Инденбом В.Л. - Дискуссионные вопросы физики пластичности. - *ФММ*, 1989, т.67, в.3, с.421-431.
10. Рыбин В.В., Орлов А.Н. - Теория подвижности дислокаций в диапазоне малых скоростей. - *ФТТ*, 1969, т.II, в.II, с.3251-3259.

- II. Петухов Б.В. – О стартовых напряжениях при движении дислокаций в потенциальном рельефе кристаллической решетки. – ФТТ, 1982, т.24, в.2, с.439–442.
- I2. Орлов А.Н., Рыбин В.В. – Термодинамика дислокации со ступеньками. – ФТТ, 1969, т.II, в.2, с.454–460.
- I3. Brailsford A.D. – Abrupt-kink model of dislocation motion. I. – Phys. Rev., 1961, v.122, no.3, pp.778–786.
- I4. Brailsford A.D. – Abrupt-kink model of dislocation motion. II. – Phys. Rev., 1962, v.128, no.3, pp.1033–1038.
- I5. Стржемечный М.А. – О возможном механизме пластичности чистых квантовых кристаллов. – ФНТ, 1984, т.IO, в.6, с.663–666.
- I6. Мелик-Шахназаров В.А., Мирзоева И.И., Наскидашвили И.А. – Туннелирование перегибов дислокаций в алюминии. – Письма в ЖЭТФ, 1986, т.43, в.5, с.247–249.
- I7. Никитенко В.И., Фарбер Б.Я., Иунин Ю.Л. – Экспериментальное исследование динамики кинков на дислокационной линии в монокристаллах полупроводников. – ЖЭТФ, 1987, т.93, в.4, с.1304–1318.
- I8. Celli V., Kabler M., Ninomiya T., Thomson R. – Theory of dislocation mobility in semiconductors. – Phys. Rev., 1963, v.131, no.1, pp.58–72.
- I9. Конторович В.М. – Динамические уравнения теории упругости в металлах. – УФН, 1984, т.142, в.2, с.265–307.
20. Ахиезер И.А. – О поглощении звука в твердых телах. – ЖЭТФ, 1938, т.8, в.12, с.1318–1329.
21. Кравченко В.Я. – О влиянии магнитного поля на электронное торможение дислокаций. – Письма в ЖЭТФ, 1970, т.12, в.II,

с.551–554.

22. Ландау А.И., Гофман Ю.И. – Анализ процесса выхода дислокации из параболической потенциальной ямы на основе стохастического метода Ланжевена. – ФТТ, 1974, т.16, в.II, с.3427–3434.
23. Конторова Т.А., Френкель Я.И. – К теории пластической деформации и двойникования. – ЖЭТФ, 1938, т.8, в.1, с.89–95.
24. Нацик В.Д., Потемина Л.Г. – Торможение дислокаций электронами в металлах в сильных магнитных полях. – ЖЭТФ, 1974, т.67, в.1, с.240–249.
25. Конторович В.М. – Уравнения теории упругости и дисперсия звука в металлах. – ЖЭТФ, 1963, т.45, в.5, с.1638–1653.
26. Гуревич В.Л., Ланг И.Г., Павлов С.Т. – Об индукционном и деформационном поглощении звука в проводниках. – ЖЭТФ, 1970, т.59, в.5, с.1679–1693.
27. Гришин А.М., Канер Э.А., Фельдман Э.П. – Электронное торможение дислокаций в магнитном поле. – ЖЭТФ, 1976, т.70, в.4, с.1445–1462.
28. Петухов Б.В. – О влиянии точечных дефектов на подвижность дислокаций в кристаллах с высокими барьерами Пайерлса. – ФТТ, 1971, т.13, в.5, с.1445–1449.
29. Гуревич В.Л. – Поглощение ультразвука в металлах в магнитном поле. 2. – ЖЭТФ, 1959, т.37, в.6, с.1680–1691.
30. Винокур В.М., Иоффе Л.Б., Сагдеев И.Р. – О движении дислокаций в рельефе Пайерлса в кристаллах с дефектами. – Изв. АН СССР (Сер. физическая), 1987, т.51, в.4, с.763–767.
31. Рухадзе А.А., Силин В.П. – Электродинамика сред с пространственной дисперсией. – УФН, 1961, т.74, в.2,

с.223-267.

32. Силин В.П. – К теории поглощения ультразвука в металлах. – ЖЭТФ, 1960, т.38, в.3, с.977-983.
33. Гальперин Ю.М. – О нелинейном электромагнитном поглощении коротковолнового звука в металлах. – ЖЭТФ, 1978, т.74, в.3, с.II26-II36.
34. Судзуки Т., Ёсинага Х., Такеути С. Динамика дислокаций и пластичность. Изд-во Мир, Москва, 1989, 296с.
35. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. Изд-во Мир, Москва, 1972, 307с.
36. Хирт Дж., Лоте И. Теория дислокаций. Изд-во Атомиздат, Москва, 1972, 599с.
38. Blount E.I. – Ultrasonic attenuation by electrons in metals. – Phys. Rev., 1959, v.114, no.2, pp.418-436.
40. Варданян Р.А., Кравченко В.Я. – Флуктуационное открепление дислокации от гармонически колеблющегося препятствия. – ДАН СССР, 1982, т.266, в.1, с.82-85.
41. Ахиезер И.А. – О поглощении звука в металлах. – ЖЭТФ, 1938, т.8, в.12, с.I330-I339.
42. Конторович В.М. – Динамические модули упругости и дисперсия и поглощение поперечного звука в металлах в сильном магнитном поле. – ЖЭТФ, 1971, т.61, в.3(9), с.II81-II98.
43. Eshelby J.D. – The interaction of kinks and elastic waves. – Proc. Roy. Soc. (London), 1962, v.A266, no.1325, pp.222-246.
44. Feltham P. – Internal friction due to the motion of geometric kinks on dislocations. – Phil. Mag., 1987, v.55, no.6, pp.815-821.
45. Hasiguti R.R. – Internal friction due to diffusion of

- dislocation-kinks trapped by point defects. - J. Phys. Soc. Japan, 1963, v.18, Suppl.I, pp.114-118.
46. Holstein T. - Theory of ultrasonic absorption in metals: the collision-drag effect. - Phys. Rev., 1959, v.113, no.2, pp.479-496.
47. Ахиезер И.А., Каганов М.И., Любарский Г.Я. - О поглощении ультразвука в металлах. - ЖЭТФ, 1957, т.32, в.4, с.837-841.
48. Варданян Р.А., Осипьян Ю.А. - Квантовые и диссиpативные эффекты в динамике дислокаций. - ЖЭТФ, 1988, т.94, в.8, с.291-303.
49. Jendrich U., Haasen P. - Internal friction due to kink motion and kink pair formation in intrinsic and n-doped germanium. - Phys. Stat. Sol. A, 1988, v.108, no.2, pp.553-568.
50. Kjeldaaas T. - Theory of ultrasonic cyclotron resonance in metals at low temperatures. - Phys. Rev., 1959, v.113, no.6, pp.1473-1478.
52. Lothe J. - Aspects of the theories of dislocation mobility and internal friction. - Phys. Rev., 1960, v.117, no.3, pp.704-708.
55. Miller B.P., Haering R.R. - Cyclotron resonance in metals with H perpendicular to the surface. - Phys. Rev., 1962, v.128, no.1, pp.126-130.
56. Альшиц В.И., Инденбом В.Л. - Электронное торможение источников упругого поля и электропроводность металла. - ЖЭТФ, 1973, т.64, в.5, с.1808-1815.
57. Pippard A.B. - Ultrasonic attenuation in metals. - Phil. Mag., 1955, v.46, no.381, pp.1104-1114.

58. Pippard A.B. - A proposal for determining the Fermi surface by magneto-acoustic resonance. - Phil. Mag., 1957, v.2, no.21, pp.1147-1148.
59. Rodriguez S. - Magnetic field dependence of ultrasonic attenuation in metals at low temperatures. - Phys. Rev., 1958, v.112, no.1, pp.80-89.
60. Rodriguez S. - Theory of cyclotron resonance in metals. - Phys. Rev., 1958, v.112, no.5, pp.1616-1620.
61. Seeger A., Engelke H. - Theory of kink mobilities at low temperatures, in Dislocation dynamics/ ed. by A.R.Rosenfield, McGraw Hill Book Co., New York, 1968, pp.623-654.
62. Steinberg M.S. - Ultrasonic attenuation and dispersion in metals. - Phys. Rev., 1958, v.111, no.2, pp.425-429.
63. Vardanian R.A., Zakarian T.V. - On electronic damping of screw dislocations. - Phys. Lett. A, 1991, v.160, no.5, pp.465-467.
64. Шриффер Дж. Теория сверхпроводимости. Изд-во Наука, Москва, 1970, 312с.
65. Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. Изд-во Наука, Москва, 1969, 400с.
66. Тихонов В.И. Выбросы случайных процессов. Изд-во Наука, Москва, 1970, 392с.
68. Абрикосов А.А. Основы теории металлов. Изд-во Наука, Москва, 1987, 520с.
69. Киттель Ч. Квантовая теория твердых тел. Изд-во Наука, Москва, 1967, 492с.
70. Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И. Электронная теория металлов. Изд-во Наука, Москва, 1971, 415с.

71. Cohen M.H., Harrison M.J., Harrison W.A. - Magnetic-field dependence of the ultrasonic attenuation in metals. - Phys. Rev., 1960, v.117, no.4, pp.937-952.
72. Варданян Р.А., Закарян Т.В. - Об электронном торможении винтовых дислокаций. - Тезисы докладов 29-го Совещания по физике низких температур, г.Казань, 30 июня - 4 июля 1992г., том II, с.335.
73. Ландау Л.Д., Румер Ю.Б. - О поглощении звука в твердых телах. - Phys. Zs. Sowjet., 1937, v.11, p.18 // в кн. Ландау Л.Д. Собрание трудов, т.1. Изд-во Наука, Москва, 1969, сс.227-233.
74. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Изд-во Наука, Москва, 1989, 768с.
75. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Часть I. Изд-во Наука, Москва, 1976, 584с.
76. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. Изд-во Наука, Москва, 1988, 736с.
77. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. Изд-во Наука, Москва, 1987, 248с.
78. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. Изд-во Наука, Москва, 1979, 528с.
79. Гуревич В.Л. - Поглощение ультразвука в металлах в магнитном поле. I. - ЖЭТФ, 1959, т.37, в.1, с.71-82.
80. Reuter G.E.H., Sondheimer E.H. - The theory of the anomalous skin effect in metals. - Proc. Roy. Soc. (London), 1948, v.A195, no.1042, pp.336-364.
81. Mertsching J. - Theory of electromagnetic waves in metals and their interaction with ultrasonic waves. - Phys. Stat.

Sol., 1970, v.37, no.2, pp.465-522.

82. Vardanian R.A., Zakarian T.V. - Dislocation mobility in crystals with high Peierls barriers. - The 3rd European East-West Conference on Materials and Processes. Strasbourg (France). November 3-6, 1992, p.B-IV.3.

83. Vardanian R.A., Zakarian T.V. - Influence of impurities on kink dynamics in crystals with high Peierls barriers. - Solid State Commun., 1993, v.86, no.7, pp.455-458.

84. Гришин А.М., Гумен Л.Н., Фельдман Э.П. - Электронное торможение дислокаций в ультраквантовом пределе. - ЖЭТФ, 1978, т.75, в.3, с.935-947.

85. Bellessa G. - Field effect on the electron-dislocation interaction in Mercury. - Phys. Rev. Lett., 1972, v.28, no.11, pp.668-671.

86. Bellessa G. - Giant quantum oscillations in the magnetoacoustic attenuation of Mercury. - Phys. Rev. B, 1973, v. 7, no.6, pp.2400-2408.

87. Гришин А.М., Гумен Л.Н., Канер Э.А., Фельдман Э.П. - К теории квантовых эффектов электронного торможения дислокаций в магнитном поле. - ФНТ, 1980, т.6, в.9, с.II85-II94.

88. Rodriguez S. - Oscillations of the velocity of sound in metals in a magnetic field. - Phys. Rev., 1963, v.132, no.2, pp.535-541.

89. Rodriguez S. - Modification of the velocity of sound in metals by an applied magnetic field. - Phys. Rev., 1963, v.130, no.5, pp.1778-1783.

90. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, Москва, 1963, II100с.

91. Зегер А., Шиллер П. – Перегибы на дислокациях и их влияние на внутреннее трение в кристаллах. // в кн. Физическая акустика, под ред. У.Мэзона, т.III, часть А, Изд-во Мир, Москва, 1969, сс.428-573.
92. Канер Э.А. – Теория акустического циклотронного резонанса в металлах. – ЖЭТФ, т.43, в.1(7), с.216-226.
93. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций// под ред. А.А.Свешникова. Изд-во Наука, Москва, 1970, 656с.
94. Давыдов А.С. Теория твердого тела. Изд-во Наука, Москва, 1976, 640с.
95. Mattis D.C., Dresselhaus G. – Anomalous skin effect in a magnetic field. – Phys. Rev., 1958, v.111, no.2, pp.403-411.
96. Варданян Р.А., Закарян Т.В. – Влияние магнитного поля на электронное торможение винтовой дислокации в металле. Препринт ИРФЭ-94-1, Аштарак, 1994, 17с. (послано в журнал Solid State Communications).
97. Kim C.S., Garosshen T.J., Galligan J.M. – Instantaneous dislocation velocity measurements at low temperatures. – Scripta Metallurgica, 1989, v.23, no.9, pp.1591-1594.
98. Kim C.S., Garosshen T.J., Galligan J.M. – Instantaneous dislocation velocity measurements for slowly moving dislocations. – Scripta Metallurgica, 1989, v.23, no.11, pp.1959-1962.