АСТРОФИЗИКА

ТОМ 23 ДЕКАБРЬ, 1985 ВЫПУСК 3

УДК 524. 35

МЕТОД РАСЧЕТА ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ В ЧАСТОТАХ ЛИНИЙ

В. М. СЕРБИН

Поступила 10 июня 1985
Принята к печати 20 июля 1985

Предлагается итеративный метод расчета поля излучения в частотах спектральной линии для плоскопараллельных движущихся атмосфер при предположении о полном перераспределении по частотам. Он является обобщением на атмосферы произвольной оптической толщины метода Шармера [7]. В основе лежит использование для получения функции источников в линии приближенного соотношения между полной функцией источников и интенсивностью. Уже начальное приближение дает функцию источников в линии с погрешностью, не превышающей несколько десятков процентов при любых значениях физических параметров, которые представляют интерес для астрофизики. В ходе дальнейших итераций необходимо находить формальное решение уравнения переноса излучения. Время расчета функции источников в линии предлагаемым методом лишь в 3—5 раз превосходит время, необходимое для получения формального решения уравнения переноса излучения. Это в несколько раз меньше, чем в обычно используемых методах Райбики или Фотрие.

1. *Введение.* Имеется несколько общих гибких методов расчета полей излучения в движущихся плоскопараллельных атмосферах. Это метод Фотрие [1], метод Райбики [2], интегральные методы [3, 4] и методы возмущений [5—7]. Все они требуют проведения вычислений большого объема. Первые два основаны на прямом решении интегродифференциального уравнения переноса излучения с использованием дискретизации по независимым переменным. Эти переменные следующие: τ—оптическая глубина в центре линии для неподвижной атмосферы, μ—косинус угла между направлением распространения излучения и внешней нормалью к верхней ($\tau=0$) границе, x—безразмерная частота, выражаемая в единицах доплеровской ширины $\Delta\nu$. В методе Райбики существенно учитывается тот факт, что в случае полного перераспределения по частотам функция источников в линии не зависит от частоты, за счет чего достигается значительная экономия машинного времени по сравнению с методом Фотрие. Однако метод Фотрие является более общим. Он применим и для случая рассеяния с частичным перераспределением по частотам.

В методах [3, 4] уравнение переноса излучения записывается в интегральной форме—в виде интегрального уравнения для функции источников в линии. Получающаяся в результате дискретизации по независимым переменным система линейных алгебраических уравнений для вектора значений функции источников в точках разбиения по τ легко решается.

В методах [5, 6] предлагается находить приближенную функцию источников методом Фотрие с использованием малого числа узлов по μ (angle quadrature perturbation technique, AQPT [5]), или по x (frequency quadrature perturbation technique, FQPT [6]). Используется не более 1—2 узлов по μ или x, соответственно. В методе Шармера [7] уравнение переноса излучения записывается в интегральной форме. Интеграл по переменной τ вычисляется по одноточечной квадратурной формуле (depth quadrature perturbation technique, DQPT), а приближенный вектор значений функции источников находится, как и в методах [3, 4]. Дальнейшее уточнение решения во всех трех методах ([5—7]) осуществляется итерациями, причем на каждом шаге итерационного процесса необходимо находить формальное решение уравнения переноса излучения. Это делается методами Райбики или Фотрие, но уже по «нормальному» числу узлов по всем переменным.

В [7] метод возмущений по оптической глубине был сформулирован для полубесконечных атмосфер. Он является, насколько нам известно, наиболее экономичным по времени расчета из всех имеющихся методов. В данной работе метод [7] обобщается на атмосферы произвольной оптической толщины. Единственное его существенное ограничение—разность скоростей расширения в атмосфере не должна превышать нескольких тепловых. Такое ограничение является естественным для методов решения уравнения переноса излучения, основанных на записи уравнения переноса в лабораторной системе отсчета [8, §14.1].

2. *Основные уравнения.* Решение уравнения переноса излучения для отдельной спектральной линии представляет в настоящее время ограниченный интерес. При построении моделей реальных астрофизических объектов, как правило, необходимо учитывать тот факт, что рассматриваемая линия образуется при переходах между уровнями атома со многими уровнями.

Известны два альтернативных метода решения многоуровенных задач—метод полной линеаризации [9] и метод эквивалентного двухуровенного атома [10] (см. также [3, 8]). Мы сформулируем метод возмущений по оптической глубине так, чтобы его можно было применить в методе [10].

Для плоскопараллельной атмосферы, вещество которой движется со скоростью $v(z)$, направленной по нормали к слоям, уравнение переноса излучения для интенсивности $I_x = I(z, \mu, x)$ в частотах спектральной линии, записанное в системе отсчета, связанной с неподвижным наблюдателем, при предположении о полном перераспределении по частотам имеет вид [8, §14.1; 10]

$$\mu \frac{dI_x}{dz} = k_x(S - I_x) + k^c(S^c - I_x), \tag{1}$$

где z — геометрическая глубина в атмосфере, $k^c = k^c(z)$ — коэффициент поглощения в континууме, $S = S(z)$ — функция источников в линии, пропорциональная степени возбуждения атомов, $S^c = S^c(z)$ — функция источников в континууме. Коэффициент поглощения в линии равен

$$k_x = k_x(z) = k_{x_0}(z)\varphi_{x'}. \tag{2}$$

В формуле (2) $x' = x - \mu v(z)$ — частота в системе отсчета, связанной с движущимся веществом, x_0 — центральная частота линии, $\varphi_{x'} = \varphi(x', z)$ — нормированный профиль поглощения $\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi(x, z)\,dx = 1\right)$. Например, в случае доплеровского профиля

$$\varphi(x', z) = \pi^{-1/2}\delta^{-1}(z)\exp\{-[x - \mu v(z)]^2/\delta^2(z)\}, \tag{3}$$

где $\delta(z)$ определяет доплеровскую ширину в единицах ее значения в заранее выбранной точке атмосферы z^*, так что $\delta(z) = \Delta\nu(z)/\Delta\nu(z^*)$. Скорость $v(z)$ измеряется в единицах тепловой скорости.

В случае полного перераспределения по частотам функция источников в линии не зависит от частоты и определяется выражением [3, §11.1]

$$S = \frac{\bar{J} + \varepsilon^* B}{1 + \varepsilon^+}, \tag{4}$$

где

$$\bar{J} = \bar{J}(z) = \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1} d\mu \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi_{x'} I_x\,dx, \tag{5}$$

величины $\varepsilon^* = \varepsilon^*(z)$ и $\varepsilon^+ = \varepsilon^+(z)$ определяются скоростью рождения и гибели фотонов в данной линии, соответственно, $B = B(z)$ — функция Планка.

Вводя новую переменную—монохроматическое оптическое расстояние от верхней границы ($z = z_{max}$) вдоль луча зрения

$$\tau_x(z, \mu, x) = \frac{1}{\mu} \int\limits_z^{z_{max}} [k_x + k^c]\, dz', \tag{6}$$

можем записать (1) в виде

$$\frac{dI_x}{d\tau_x} = I_x - S_x, \tag{7}$$

где полная функция источников

$$S_x = \frac{\varphi_{x'}}{\varphi_{x'} + r} S + \frac{r}{\varphi_{x'} + r} S^c, \tag{8}$$

а через $r = r(z)$ обозначено отношение коэффициента поглощения в континууме к коэффициенту поглощения в центре линии.

На каждом шаге глобального итерационного процесса в методе эквивалентного двухуровенного атома функции $\varepsilon^*(z)$, $\varepsilon^+(z)$, $v(z)$, $\delta(z)$, $S^c(z)$, $B(z)$, k_x, k^c считаются известными, а величина $v(z)$ — заданной.

Не ограничивая общности, предположим, что отсутствует излучение, освещающее атмосферу извне:

$$I(0, \mu, x) = 0, \quad I(z_{max}, -\mu, x) = 0; \ \mu > 0. \tag{9}$$

Тогда формальное решение уравнения переноса излучения запишется в виде

$$I_x = \Lambda_{\mu x} S_x \equiv \begin{cases} \displaystyle\int\limits_{\tau_x}^{\tau_x^0} e^{-(\tau_x' - \tau_x)} S_x\, d\tau_x', & \mu > 0, \\ \displaystyle\int\limits_0^{\tau_x} e^{-(\tau_x' - \tau_x)} S_x\, d\tau_x', & \mu < 0, \end{cases} \tag{10}$$

где $\tau_x^0 = \tau_x(0, \mu, x)$ — монохроматическая оптическая толщина атмосферы вдоль наклонного луча зрения, $\Lambda_{\mu x}$ — монохроматический Λ-оператор.

Подставляя это выражение для интенсивности в (5) и пользуясь (4) и (8), получим интегральное уравнение для функции источников в линии

$$(1+\varepsilon^{+})S=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}d\mu\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_{x'}\,\Lambda_{\mu x}\left[\frac{\varphi_{x''}}{\varphi_{x''}+r}S+\frac{r}{\varphi_{x''}+r}S^{c}\right]dx+\varepsilon^{*}B. \quad (11)$$

В (11) независимая переменная — геометрическая глубина z, величина $x''=x-\mu v(z')$, все функции в квадратных скобках в (11) зависят от z', поскольку оператор $\Lambda_{\mu x}$ — интегральный.

3. *Одноточечная квадратурная формула.* В [7] для полубесконечной атмосферы получено приближенное соотношение между полной функцией источников S_x, и интенсивностью I_x, которое у поверхности переходит в известное соотношение Эддингтона—Барбье [3, §V.1], а в глубоких слоях атмосферы отражает явление насыщения в ядре линии [11]. На основе этой формулы в [7] был построен эффективный алгоритм расчета функции источников в линии (В [12] приводится программа на языке FORTRAN, реализующая этот алгоритм). Аналогичное приближенное соотношение между S_x и I_x можно получить для атмосфер произвольной оптической толщины.

Предположим, что полная функция источников есть линейная функция от τ_x

$$S_x=a+b\tau_x.$$

Подставляя это выражение для S_x в (10), получим соотношение, связывающее I_x и S_x, которое можно записать в виде одноточечной квадратурной формулы

$$I_x^{\pm}=\Lambda^{+}_{\pm\mu x}S_x=w^{\pm}(\tau_x)\,S_x(\tau_x^{\pm}), \quad (12)$$

где веса $w^{\pm}$ и узлы $\tau_x^{\pm}$ даются выражениями

$$w^{+}=1-e^{-(\tau_x^0-\tau_x)},\quad w^{-}=1-e^{-\tau_x},$$
$$\tau_x^{+}=[\tau_x-\tau_x^0e^{-(\tau_x^0-\tau_x)}]/w^{+}+1,\quad \tau_x^{-}=\tau_x/w^{-}-1. \quad (13)$$

[Знак «+» относится к излучению, идущему вверх ($\mu>0$), знак «—»—к излучению, идущему вниз ($\mu<0$)]. Через $\Lambda^{+}_{\mu x}$ мы обозначили приближенный $\Lambda_{\mu x}$ —оператор, дающий точное значение для интенсивности в случае линейной зависимости функции источников от τ_x. Выражение для него можно записать в виде

$$\Lambda^{+}_{\pm\mu x} = w^{\pm}\int\limits_{0}^{\tau_x^0} \delta(t_x - \tau_x^{\pm})\,dt_x, \tag{14}$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция. При $\tau_x^0 = \infty$ (12) переходит в формулу (46) из [7].

Нетрудно показать, что при $\tau_x = 0$, $\tau_x^0 \gg 1$, т. е. на верхней границе оптически толстой атмосферы (12) переходит в обычное соотношение Эддингтона — Барбье

$$I_x(\tau_x = 0) = \begin{cases} S_x(\tau_x = 1), & \mu > 0, \\ 0 & , \ \mu < 0. \end{cases} \tag{15}$$

Второе соотношение в (15) выражает отсутствие излучения, падающего на атмосферу сверху. Для тех частот, на которых атмосфера не является оптически толстой ($\tau_x^0 \lesssim 1$), соотношение Эддингтона — Барбье неприменимо. Формула (12) при $\tau_x^0 \lesssim 1$ и $\tau_x = 0$ дает обобщение соотношения Эддингтона — Барбье на атмосферу конечной оптической толщины.

На противоположной границе ($\tau_x = \tau_x^0$) из (12) имеем

$$I_x(\tau_x^0) = \begin{cases} 0 & , \ \mu > 0, \\ S_x(\tau_x = \tau_x^0 - 1), & \mu < 0, \end{cases} \quad \tau_x^0 \gg 1,$$

—«обращенное» (верх-низ) соотношение Эддингтона—Барбье и условие, которое выражает отсутствие излучения, падающего на атмосферу снизу.

Вдали от обеих границ атмосферы формула (12) дает ($\tau_x \gg 1$, $\tau_x^0 - \tau_x \gg 1$)

$$I_x(\tau_x) = S_x(\tau_x), \quad \mu \in [-1, 1]. \tag{16}$$

Это соотношение выражает так называемое насыщение ядра—излучение в ядре линии заперто и интенсивность равна функции источников [11, 7].

Отметим, что соотношение (12) идейно очень близко к так называемому вероятностному методу приближенного решения интегральных уравнений для функций источников, предложенному В. В. Соболевым [13] для задач о переносе излучения в линии. В самом деле, в соответствии с духом этого метода (другое его название—метод вынесения), функцию источников S_x надо вынести из-под знака интеграла в (10) в точке $\tau'_x = \tau_x$, что в глубоких слоях атмосферы приводит к соотношению (16), которое является предельным случаем (12). Таким образом, применение метода вынесения эквивалентно применению одноточечной квадратурной формулы с узлами $\tau_x^{\pm} = \tau_x$ и весами $w^{+} = 1 - e^{-(\tau_x^0 - \tau_x)}$, $w^{-} = 1 - e^{-\tau_x}$.

Согласно же нашей аппроксимации в промежуточных областях ($0 < \tau_x \lesssim 1$, $\tau_x^0 - 1 \lesssim \tau_x < \tau_x^0$) интенсивность на данной глубине пропорциональна (с весом ϖ^+) значению функции источников на некоторой другой глубине — τ_x.

4. *Алгоритм решения уравнения переноса излучения.* Идея предлагаемого ниже метода решения уравнения переноса излучения принадлежит Г. Шармеру [7], который применил приближенное соотношение между функцией источников и интенсивностью (соотношение (12) при $\tau_x^0 = \infty$) для нахождения функции источников в линии в полубесконечных атмосферах. Использование одноточечной квадратурной формулы (12) позволит нам построить простой алгоритм расчета функции источников в атмосферах произвольной оптической толщины.

Воспользуемся очевидным равенством

$$I_x = \Lambda_{\mu x} S_x = \Lambda_{\mu x}^+ S_x + (\Lambda_{\mu x} - \Lambda_{\mu x}^+) S_x. \tag{17}$$

Подставляя (17) в (11), имеем

$$(1+\varepsilon^+) S - \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} d\mu \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{x'} \Lambda_{\mu x}^+ \left[\frac{\varphi_{x''}}{\varphi_{x''} + r} S\right] dx =$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} d\mu \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{x'} \left\{(\Lambda_{\mu x} - \Lambda_{\mu x}^+)\left[\frac{\varphi_{x''}}{\varphi_{x''} + r} S\right] + \Lambda_{\mu x}\left[\frac{r}{\varphi_{x''} + r} S^c\right]\right\} dx + \varepsilon^* B. \tag{18}$$

Уравнение (18) решается итерациями. На первом шаге полагаем $\Lambda_{\mu x} - \Lambda_{\mu x}^+ \equiv 0$, откуда находится первое приближение для функции источников. Обозначив

$$LS = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} d\mu \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{x'} \Lambda_{\mu x}\left[\frac{\varphi_{x''}}{\varphi_{x''} + r} S\right] dx, \tag{19}$$

$$L^c S^c = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} d\mu \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{x'} \Lambda_{\mu x}\left[\frac{r}{\varphi_{x''} + r} S^c\right] dx, \tag{19a}$$

$$L^+ S = \frac{1}{2}\int_{-0}^{1} d\mu \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{x'} \Lambda_{\mu x}^+\left[\frac{\varphi_{x''}}{\varphi_{x''} + r} S\right] dx, \tag{19б}$$

можем записать итерационную схему расчета S в виде

$$S^{i+1} = \mathrm{A}^{-1}\{LS^i - L^+S^i + L^cS^c + \varepsilon^* B\}, \tag{20}$$

где $\mathrm{A} = 1 + \varepsilon^+ - L^+$, A^{-1} — оператор, обратный А. Вычисление LS или L^cS^c есть нахождение усредненной по профилю средней интенсивности $\bar{J}$ по заданной функции источников, что требует формального решения уравнения переноса излучения. Находить это формальное решение можно разными способами. В настоящей работе $\bar{J}$ рассчитывалось по заданной S_x методом Райбики (см. [8, §6.3]).

Покажем теперь, что после выполнения дискретизации по глубине уравнение (18) становится матричным относительно вектора значений функции источников $\{S(z_i)\} = \{S_i\}$, а действие оператора L^+ на S сводится просто к умножению матрицы на вектор.

Учитывая, что $\varphi(x', z) = \varphi(-x', z)$, $\tau_x(z, \mu, x) = -\tau_x(z, -\mu, -x)$ [8, § 14.1] и используя (14), перепишем (19б) в виде

$$L^+S = \frac{1}{2}\int_0^1 d\mu \int_{-\infty}^{\infty} dx\varphi_{x'}\left\{w^+\int_0^{\tau_x^0} \delta(\tau_x - \tau_x^+)\frac{\varphi_{x''}}{\varphi_{x''} + r} S\, d\tau_x + \right.$$

$$\left. + w^- \int_0^{\tau_x^0} \delta(\tau_x - \tau_x^-)\frac{\varphi_{x''}}{\varphi_{x''} + r} S\, d\tau_x\right\}. \tag{21}$$

Выполним теперь дискретизацию по переменным z, μ, x. Введем набор точек — узлов по глубине $\{z_i\}$, $i=1, \ldots$ ND, частоте $\{x_j\}$, $j=1, \ldots$ NF и угловой переменной $\{\mu_k\}$, $k = 1, \ldots$ NA. Интегралы в (21) по частоте и угловой переменной заменим квадратурными суммами с весами WF_j и WA_k, соответственно. (О выборе $\{x_j\}$, $\{\mu_k\}$, WF_j, WA_k см., например, [8]). Для любой величины $f(z_i, \mu_k, x_j)$ будем писать f_{ikj}. Тогда L^+S есть вектор, i-й компонент которого равен

$$\{L^+S\}_i \equiv [\mathrm{L}^+S]_i = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{\mathrm{NA}} \mathrm{WA}_k \sum_{j=1}^{\mathrm{NF}} \mathrm{WF}_j\varphi_i\left\{w_i^+\left[\frac{\varphi_l}{\varphi_l + r_l} S_l + \right.\right.$$

$$\left. + \frac{\tau_i^+ - \tau_l}{\tau_{l+1} - \tau_l}\left(\frac{\varphi_{l+1}}{\varphi_{l+1} + r_{l+1}} S_{l+1} - \frac{\varphi_l}{\varphi_l + r_l} S_l\right)\right] +$$

$$\left. + w_i^-\left[\frac{\varphi_m}{\varphi_m + r_m} S_m + \frac{\tau_i^- - \tau_m}{\tau_{m+1} - \tau_m}\left(\frac{\varphi_{m+1}}{\varphi_{m+1} + r_{m+1}} S_{m+1} - \frac{\varphi_m}{\varphi_m + r_m} S_m\right)\right]\right\}, \tag{22}$$

где индексы l и m таковы, что $\tau_l \leqslant \tau_i^+ < \tau_{l+1}$, $\tau_m \leqslant \tau_i^- < \tau_{m+1}$. Для нахождения функции $f(z)$ при $z_l \leqslant z \leqslant z_{l+1}$ использована линейная интерполяция. В нашем случае $f(z) = \dfrac{\varphi_{x\nu} S}{\varphi_{x\nu} + r}$. В (22) для упрощения записи индексы k, j у величин φ, τ, w опущены.

Процедура расчета матрицы L^+ следующая. Для каждого значения глубины, частоты и угловой переменной находятся веса $W_{ikj}^{\pm}$ и узлы $\tau_{ikj}^{\pm}$. Затем находятся индексы l и m и из (22) — соответствующие этим индексам элементы матрицы L_{il}^+, L_{il+1}^+ и L_{im}^+, L_{im+1}^+. Подчеркнем, что матрица L^+ находится только один раз. Матрица $A_{ij} = (1 + \varepsilon_i^+)\delta_{ij} - L_{ij}^+$ обобщается также только один раз.

5. *Численные эксперименты*. Изложенный только что метод был реализован нами в виде программы на языке PLI в версии ОС ЕС ЭВМ. Время расчета этим методом функции источников пропорционально $ND^3 \cdot NF \cdot NA$ и для ЕС 1033 при $ND = 50$, $NF = 40$, $NA = 1$ составляет 30—40 с процессорного времени. Программа широко использовалась нами для расчета функций источников как в полубесконечных атмосферах, так и в атмосферах конечной оптической толщины. Ни в одном случае численных неустойчивостей не встретилось, хотя рассматривались и такие ситуации, когда функции $v(z)$, $\delta(z)$, $\varepsilon^+(z)$, $B(z)$ сильно изменяются с глубиной. Итерационная процедура (20) всегда сходилась очень быстро. После 3—4 итераций изменения в функции источников в линии, как правило, не превосходят 1%. В том, что итерации сходятся к верному решению, мы убедились, сравнивая значения функции источников для неподвижных атмосфер, найденные описанным методом, со значениями, рассчитанными нами другими методами (методом аппроксимации ядра суммой экспонент [14] и методом Эврета-Лезера [15]; эти методы применимы для неподвижных атмосфер, $v(z) = 0$, атом—двухуровенный).

Отметим, что в описываемом методе уже начальное приближение дает функцию источников с погрешностью, не превышающей нескольких десятков процентов для любых значений физических параметров, которые представляют интерес для астрофизики. Такой точности вполне достаточно для большинства астрофизических приложений. Напомним, что начальное приближение находится путем решения уравнения (11) с $\Lambda_{\mu x}$, замененным на $\Lambda_{\mu x}^+$, т. е. используется матрица L^+.

В качестве иллюстрации приведем результаты расчетов описанным методом функций источников для атмосферы конечной оптической толщины, состоящей из двухуровенных атомов. Считается, что атмосфера расширяется со скоростью $v(\tau) = 4\,(e^{-c(\tau_0-\tau)} - e^{-c\tau})$, $\tau_0 = 10^3$ (рис. 1). Здесь τ — оптическая глубина в центре линии по нормали к слоям, τ_0 — оптическая толщина атмосферы. Профиль — доплеровский, $\varepsilon^+ = \varepsilon^* = 10^{-4}$, $r = 10^{-8}$, $B = S^c = 1$. Скорость в атмосфере изменяется от $+4$ тепловых на нижней границе до -4 тепловых на верхней. Середина атмосферы неподвижна относительно наблюдателя. Функция источников в линии симметрична относительно середины слоя. Для всех c для достижения сходимости в 1 % оказалось достаточно 3—5 итераций.

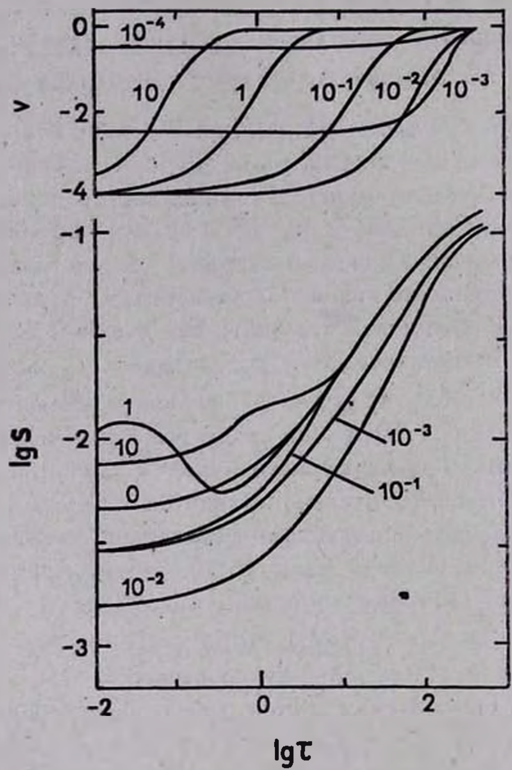

Рис. 1. Функция источников в однородной атмосфере конечной оптической толщины, расширяющейся со скоростью $v(\tau) = 4\,(e^{-c(\tau_0-\tau)} - e^{-c\tau})$. Числа у кривых—значения c. На верхнем рисунке приведены профили скорости.

Отметим, что функция источников в движущейся атмосфере может сильно отличаться от функции источников в неподвижной атмосфере, даже если атмосфера эффективно тонкая (т. е. если ее оптическая толщина меньше длины термализации—см. [8, §11.2]). Для полубесконечных атмосфер этот факт был отмечен в [7].

Характер зависимости функции источников от параметра c легко понять. При $c \lesssim 10^{-4}$ функция источников в движущейся атмосфере не отличается от функции источников в неподвижной атмосфере, так как при таких c скорость $v(\tau) \ll 1$ при всех τ. При $c \sim 0.01—0.1$ профиль скорости таков, что достаточно протяженные внешние части атмосферы (их оптическая толщина $\tau_1 \gg 1$) практически не взаимодействуют между собой, поэтому значение функции источников на поверхности атмосферы меньше соответствующего значения для неподвижной атмосферы оптической толщины τ_0. С увеличением c $(c \sim 1)$ все более протяженная внутренняя часть атмосферы покоится, а отлетают самые внешние части. Они перехватывают излучение, идущее в крыльях линии от внутренней части, где степень возбуждения высока, что приводит к увеличению степени возбуждения на границах. (Функция источников пропорциональна степени возбуждения). При еще больших c $(c \sim 10—100)$ движение происходит только в самых внешних частях атмосферы $(\tau \ll 1,\ \tau_0 - \tau \ll 1)$, оптическая толщина которых слишком мала, чтобы это привело к заметному увеличению степени возбуждения на границах.

6. *Заключение.* Предложенный метод расчета функций источников в линии является, по-видимому, самым экономичным по времени расчета из известных такого же класса общности. Временные затраты при решении этим методом уравнения переноса излучения в 3—5 раз меньше, чем методом Райбики. Метод можно обобщить на задачи с частичным перераспределением по частотам аналогично тому, как это было сделано в [16] для полубесконечных атмосфер. Метод допускает также обобщение на задачи со сферической геометрией. Описание этого обобщения, реализованного нами в виде устойчиво работающей эффективной программы, предполагается опубликовать отдельно.

Ленинградский государственный
университет

THE METHOD OF CALCULATION OF RADIATION FIELDS IN SPECTRAL LINES

V. M. SERBIN

The iterative method of calculation of radiation field in a spectral line in plane-parallel moving atmospheres with the complete frequency redistribution is proposed. The method is a generalization of the method of Scharmer [7], enabling one to treat atmospheres of arbitrary optical thickness. The method is based on using the approximate relation between the total source function and the intensity. The initial approximation gives the line source function with errors $\lesssim 20-30\%$, for arbitrary values of the physical parameters encountered in astrophysical problems. In iterations of higher order the calculation of the formal solution of radiative transfer equation is needed. The computer time necessity is only $3-5$ times greater than the time needed for the formal solution of radiative transfer equation. It is several times less than in the commonly used methods of Rybicki and Feautrier.

ЛИТЕРАТУРА

1. *P. Feautrier*, Comp. R. Seanc. Acad. Sci., 258, 3189, 1964.
2. *G. B. Rybicki*, JQSRT, 11, 589, 1971.
3. *R. G. Athay*, Radiation Transport in Spectral Lines, Reidel, Dordreht, 1972.
4. *W. Kalkofen*, in: "Spectrum Formation in Stars with Steady-State Extended Atmospheres", NBS Spec. Publ. N 332, U. S. Government Printing Office, Washington, 1970.
5. *C. J. Cannon*, Ap. J., 185, 621, 1973.
6. *C. J. Cannon*, JQSRT, 13, 627, 1973.
7. *G. B. Scharmer*, Ap. J., 249, 730, 1981.
8. *Д. Михалас*, Звездные атмосферы, Мир, М., 1982.
9. *L. H. Auer, J. N. Heasley*, Ap. J., 205, 165, 1976.
10. *J. E. Vernazza, E. H. Avrett, R. Loeser*, Ap. J., 184, 605, 1973.
11. *G. B. Rybicki*, in: "Line Formation in Magnetic Fields", Boulder, NCAR, 1971.
12. *G. Б. Scharmer, A. Nordlund*, Stockholm Astron. Obs. Rept., N 19, 1982.
13. *В. В. Соболев*, Астрон. ж., 34, 694, 1957.
14. E. H. *Avrett, D. G. Hummer*, M. N. RAS, 130, 295, 1965.
15. *E. H. Avrett, R. Loeser*, Smithsonian Instn. Astrophys. Obs. Special Rept., N 303, 1969.
16. *G. B. Scharmer*, Astron. Astrophys., 117, 83, 1983.