

УДК 523—64

О НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ
В ОДНОМЕРНОЙ СРЕДЕ

А. Х. ХАЧАТРЯН, А. А. АКОПЯН

Поступила 15 января 1985

Принята к печати 20 июля 1985

Рассматривается нелинейная задача переноса внутри спектральной линии в слое конечной толщины в одномерном приближении при общих законах перераспределения по частотам. Выполнены численные расчеты в 4-ом и 8-ом приближениях для доплеровского закона перераспределения. В виде таблиц приводится зависимость реальной оптической толщины от предельной.

1. *Введение.* За последние годы появилось множество работ (см. [1—9]) по нелинейным задачам переноса излучения. Учет нелинейных эффектов необходим при больших плотностях излучения, когда число возбужденных атомов в единичном объеме становится сравнительным с числом атомов, находящихся в основном уровне. При этом параметры, определяющие локальные оптические свойства среды, сильно зависят от состояния поля излучения.

Среди существующих методов решения нелинейных задач переноса особое место занимает метод самосогласованных оптических глубин Амбарцумяна [1] и примыкающий к нему математический метод, предложенный Енгибаряном [2, 3]. С применением метода работ [1—3] были рассмотрены некоторые нелинейные задачи [4—6]. В работе [6] была рассмотрена нелинейная задача некогерентного рассеяния в плоскопараллельном слое при общих законах перераспределения излучения внутри спектральной линии. На основе методов работ [1—3] авторам статьи [6] удалось линеаризовать соответствующие уравнения, впервые полученные Оксениусом [7].

За последние 10—15 лет в работах [10—13] была развита линейная теория переноса некогерентного рассеяния при общих законах перераспределения по частотам.

В работах [14—16] был предложен новый вариант принципа инвариантности для задач переноса в полупространстве и в слое конечной тол-

щины. Этот подход позволяет свести решение задачи переноса в слое конечной толщины к соответствующим задачам для полубесконечной среды. Результаты работы [14] в дальнейшем применялись в ряде других работ [17—19]. В [18] путем сочетания методов работ [13, 14] удается получить эффективный метод решения задачи переноса некогерентного рассеяния в одномерной полубесконечной среде и в слое конечной толщины.

Оказывается, что результаты работ [13, 14] с успехом можно применить и к нелинейным задачам некогерентного рассеяния. Настоящая работа является продолжением работы [6]. В случае одномерной среды решение задачи доведено до численных результатов.

2. Постановка задачи. Рассмотрим нелинейную задачу в одномерной плоскопараллельной среде с геометрической толщиной z_0 в одномерном приближении. Пусть среда равномерно заполнена атомами с двумя энергетическими уровнями и свободными электронами. Обозначим через n_0 концентрацию атомов, а через n_k ($k=1,2$) концентрацию атомов, находящихся на k -ом уровне на глубине z :

$$n_1(z) + n_2(z) = n_0. \quad (1)$$

Пусть среда освещается внешним излучением $I_0^+(x)$, где x — безразмерная частота. Под действием падающего излучения в среде создается определенное поле излучения и распределение атомов по уровням. Будем предполагать, что профили коэффициентов поглощения и вынужденного излучения одинаковы и равны (см. [6]). Не будем учитывать также электронные удары первого рода.

Уравнение переноса в принятых предположениях будет иметь следующий вид:

$$\pm \frac{d\bar{I}^\pm(z, x)}{dz} = -\frac{\hbar\nu_0}{4\pi} B_{12} \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) \alpha(x) \bar{I}^\pm(z, x) + \frac{\hbar\nu_0}{4\pi} n_2 A_{21} \Psi(x), \quad (2)$$

с граничными условиями

$$\bar{I}^+(0, x) = I_0^+(x); \quad \bar{I}^-(z_0, x) = 0. \quad (3)$$

Здесь $\bar{I}^+(z, x)$ и $\bar{I}^-(z, x)$ — интенсивности излучения, идущего соответственно в сторону возрастания и убывания z ; B_{12} , A_{21} — эйнштейновские коэффициенты переходов, g_k — статистический вес k -го уровня, $\alpha(x)$ и $\Psi(x)$ — профили коэффициентов поглощения и спонтанного излучения.

Условие стационарности следующее:

$$n_1 \frac{B_{12}}{2} S = n_2 \left[a_{21} + A_{21} + \frac{B_{21}}{2} S \right]; \quad (4)$$

a_{21} — коэффициент электронных ударов второго рода,

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) [\bar{I}^+(z, x) + \bar{I}^-(z, x)] dx.$$

Профиль коэффициента спонтанного излучения имеет следующий вид:

$$n_2 \psi(x) = \frac{n_1 \frac{B_{12}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') [\bar{I}^+(z, x') + \bar{I}^-(z, x')] dx'}{a_{21} + A_{21} + \frac{B_{21}}{2} S}. \quad (5)$$

Здесь $r(x, x')$ — функция перераспределения по частотам.

В уравнении (2) перейдем к новому аргументу τ соотношением:

$$d\tau = \frac{\hbar \nu_0}{4\pi} B_{12} \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) dz; \quad \tau_0 = \int_0^z \frac{\hbar \nu_0}{4\pi} B_{12} \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) dz, \quad (6)$$

τ_0 — реальная оптическая толщина слоя, величина которого неизвестна и зависит от решения самой задачи.

С учетом (4)–(6), уравнение (2) принимает вид [20, 21]:

$$\begin{aligned} \pm \frac{dI^{\pm}(\tau, x)}{d\tau} = & -\alpha(x) I^{\pm}(\tau, x) + \\ & + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') [I^+(\tau, x') + I^-(\tau, x')] dx', \end{aligned} \quad (7)$$

с условиями

$$I^+(0, x) = I_0^+(x); \quad I^-(\tau_0, x) = 0, \quad (8)$$

где $\lambda = \frac{A_{21}}{A_{21} + a_{21}}$ — вероятность выживания кванта при элементарном акте рассеяния.

Введем также предельную оптическую толщину y_0 посредством [20]:

$$dy = \frac{h\nu_0}{4\pi} (n_1 + n_2) B_{12} dz; \quad y_0 = \frac{h\nu_0}{4\pi} B_{12} n_0 z_0. \quad (9)$$

Из условия стационарности (4), а также из (6) и (9) получим следующую связь между τ_0 и y_0 :

$$y_0 = \tau_0 + \gamma Q(\tau_0), \quad (10)$$

где

$$Q(\tau_0) = \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} \int_{-\infty}^{\infty} a(x) [I^+(\tau, x) + I^-(\tau, x)] dx, \\ \gamma = \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) \frac{B_{21}}{A_{21}}. \quad (11)$$

Таким образом, определение τ_0 сводится к нахождению функции $Q(\tau_0)$, что эквивалентно решению линейного интегро-дифференциального уравнения (7) для всех значений $\tau_0 \leq y_0$. Ниже мы предложим два способа определения функции $Q(\tau_0)$, которые опираются на результаты работ [14—16].

3. *Первый способ.* Из работы [14] следует, что существует интегральный оператор отражения $\hat{R}$, который определяется из следующей задачи Коши для операторного уравнения Рикатти:

$$-\frac{d\hat{R}}{dz} + A\hat{R} + \hat{R}A = (J + \hat{R})L(J + \hat{R}), \\ R(\tau_0) = 0, \quad (12)$$

где J — единичный оператор, A — оператор умножения на функцию a , L — интегральный оператор вида:

$$(Lf)(x) = \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') f(x') dx'. \quad (13)$$

Искомые интенсивности $I^+(\tau, x)$ и $I^-(\tau, x)$ связаны между собой соотношением:

$$I^-(\tau, x) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau, x, x') I^+(\tau, x') dx', \quad (14)$$

где $R(\tau, x, x')$ — ядро оператора $\hat{R}$.

В дальнейшем нам понадобится представление функции перераспределения в следующем виде:

$$r(x, x') = \sum_{k=0}^n A_k a_k(x) a_k(x'), \quad (15)$$

где A_k — неотрицательные постоянные, $\{a_k(x)\}$ — система ортонормированных функций с весом $\frac{1}{a(x)}$ (см. [13]). Представление функции перераспределения в виде билинейного разложения (15) обсуждается в работах [10—13].

Решение уравнения (7) ищем в виде:

$$I^{\pm}(\tau, x) = \sum_{k=0}^n I_k^{\pm}(\tau) \frac{a_k(x)}{a(x)}. \quad (16)$$

Тогда с учетом (15), ортонормированности функции $\{a_k(x)\}$ с весом $\frac{1}{a(x)}$ и соотношения (14), из (7) в n -м приближении получаем:

$$\frac{dI_k^+}{d\tau} = - \sum_{m=0}^n \bar{G}_{km} I_m^+, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n, \quad (17)$$

$$I_m^+(0) = I_{0m}^+,$$

где

$$\bar{G}_{km} = \gamma_{km} - \frac{\lambda}{2} \left[C_{km} + \sum_{i=0}^n C_{ki} R_{im} \right],$$

$$C_{ik} = A_k \gamma_{ik}; \quad \gamma_{ik} = \int_{-\infty}^{\infty} a_i(x) a_k(x) dx,$$

$$R_{ik} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau, x, x') \frac{a_i(x) a_k(x')}{a(x')} dx dx'. \quad (18)$$

После определения I_k^+ из задачи (17) I_k^- находим по формуле

$$I_k^- = \sum_{m=0}^n R_{km} I_m^+. \quad (19)$$

В случае однородной полубесконечной среды ($\tau_0 = \infty$) $\hat{R}$ не зависит от τ ($\hat{\rho} = \hat{R}_\infty$) и определяется из следующего квадратного операторного уравнения:

$$\hat{A}\hat{\rho} + \hat{\rho}\hat{A} = (J + \hat{\rho})L(J + \hat{\rho}). \quad (20)$$

Раскрывая операторное уравнение (20), умножая на $\frac{a_m(x)a_k(x')}{\sigma(x')}$ и интегрируя по x и x' от $-\infty$ до $+\infty$, получаем следующее матричное уравнение, которое является матричным аналогом нелинейного интегрального уравнения Амбарцумяна:

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}\rho + \rho\tilde{\Gamma} &= \tilde{L} + \tilde{L}\rho + \rho\tilde{L} + \rho\tilde{L}\rho, \\ \tilde{\Gamma} &= (\gamma_{ik}); \quad \tilde{L} = \left(\frac{\lambda}{2} C_{ik}\right); \quad \tilde{\rho} = (\rho_{ik}). \end{aligned} \quad (21)$$

Метод решения матричного уравнения (21) подробно обсуждается в работах [6, 18], и поэтому на нем мы здесь не будем останавливаться.

Следуя работе [14], введем функции $Y(\tau, x, x')$. Рассмотрим однородную полубесконечную среду $\Pi(0, \infty)$. Перед средой поместим слой $\Pi(0, \tau)$ толщиной τ . Пусть на границу τ этого слоя справа падает квант частоты x' . Тогда $Y(\tau, x, x') dx$ представляет собой вероятность того, что квант выйдет из среды (после всевозможных рассеяний как в слое $\Pi(0, \tau)$, так и во всей среде $\Pi(0, \infty)$) с частотой, заключенной в интервале $x, x+dx$.

Из принципа инвариантности следует, что $Y(\tau, x, x')$ удовлетворяет следующему функциональному уравнению:

$$\begin{aligned} \frac{dY(\tau, x, x')}{d\tau} &= -a(x)Y(\tau, x, x') + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x'')Y(\tau, x'', x')dx'' + \\ &+ \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, x'')dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x'', x''')Y(\tau, x''', x')dx'''. \end{aligned} \quad (22)$$

Решение уравнения (22) представим в виде

$$Y(\tau, x, x') = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^n Y_{ik}(\tau) \frac{a_i(x)a_k(x')}{a(x)}. \quad (23)$$

Тогда, умножая обе части (22) на $\frac{a_m(x) a_q(x')}{a(x')}$ и интегрируя по x и x' от $-\infty$ до $+\infty$ с учетом представления (15), приходим к следующему уравнению относительно матриц-функции $\tilde{Y} = (Y_{ik})$:

$$\frac{dY_{ik}}{d\tau} = - \sum_{m=0}^n G_{im} Y_{mk}, \quad i, k = 0, 1, 2, \dots, n, \quad (24)$$

$$Y_{ik}(0) = \delta_{ik},$$

$$G_{im} = \gamma_{im} - \frac{\lambda}{2} \left[C_{im} + \sum_{k=0}^n \rho_{ik} C_{km} \right].$$

Знание функций $\rho(x, x')$ и $Y(\tau, x, x')$ позволяет определить коэффициенты отражения $R(\tau, x, x')$ и пропускания $Q(\tau, x, x')$ слоя конечной толщины τ . Последние выражаются через $\rho(x, x')$ и $Y(\tau, x, x')$ следующими соотношениями:

$$\rho(x, x') = R(\tau, x, x') + \int_{-\infty}^{\infty} Y(\tau, x, x'') dx'' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x'', x''') Q(\tau, x''', x') dx''', \quad (25)$$

$$Y(\tau, x, x') = Q(\tau, x, x') + \int_{-\infty}^{\infty} Y(\tau, x, x'') dx'' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x'', x''') R(\tau, x''', x') dx'''. \quad (26)$$

Складывая и вычитая (25) и (26) можно убедиться, что система уравнений разделяется. Путем дискретизаций уравнений (25), (26) для матрицы $\tilde{R} = (R_{ik})$ получим:

$$\tilde{R} = \frac{1}{2} [(J + \tilde{Y}_p)^{-1} (\tilde{\rho} + \tilde{Y}) + (J - \tilde{Y}_p)^{-1} (\tilde{\rho} - \tilde{Y})]. \quad (27)$$

4. Второй способ. Рассмотрим среду толщины $\tau_0 \leq \pm \infty$. Следуя вероятностному методу В. В. Соболева введем функцию $\bar{P}_\tau(\tau, x', x)$, имеющую следующий вероятностный смысл: $\bar{P}_\tau(\tau, x', x) dx$ представляет собой вероятность того, что квант, имеющий при поглощении на глубине τ частоту x' , после ряда рассеяний выйдет из границы $\tau = 0$ среды, причем его частота будет находиться в интервале частот $x, x + dx$. Функция $\bar{P}_\tau(\tau, x', x)$ удовлетворяет следующему интегральному уравнению (см. [11]):

$$\begin{aligned} \bar{P}_\tau(\tau, x', x) &= \frac{\lambda}{2} e^{-\tau\alpha(x)} g(x', x) + \\ &+ \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} g(x', x'') \alpha(x'') \int_0^{\tau_0} e^{-|\tau-\tau'| \alpha(x'')} \bar{P}_{\tau_0}(\tau, x'', x) dx'', \end{aligned} \quad (28)$$

где

$$g(x', x) = \frac{r(x', x)}{\alpha(x')}.$$

Обозначим

$$P_\tau(\tau, x', x) = \alpha(x') \bar{P}_\tau(\tau, x', x).$$

Тогда уравнение (28) переписывается в виде

$$\begin{aligned} P_\tau(\tau, x', x) &= \frac{\lambda}{2} e^{-\tau\alpha(x)} r(x', x) + \\ &+ \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') dx'' \int_0^{\tau_0} e^{-|\tau-\tau'| \alpha(x'')} P_{\tau_0}(\tau, x'', x) dx''. \end{aligned} \quad (29)$$

Применяя подход, развитый в работах [15, 16], можно получить следующее соотношение, связывающее функции $P_\tau(\tau, x', x)$ и $P_{\tau_0}(\tau, x', x)$,

$$\begin{aligned} P_\tau(\tau, x', x) &= P_{\tau_0}(\tau, x', x) + \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} Y(\tau_0, x', x'') dx'' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x'', x''') P_{\tau_0}(\tau_0 - \tau, x''', x) dx'''. \end{aligned} \quad (30)$$

Наряду с уравнением (29) рассмотрим интегральное уравнение относительно функции источника

$$S_\tau(\tau, x) = \frac{n_2 A_{\text{нф}}(x)}{n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2} = \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') [I^+(\tau, x') + I^-(\tau, x')] dx'. \quad (31)$$

Указанное уравнение имеет вид:

$$\begin{aligned} S_{\tau_0}(\tau, x) &= \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') dx' \int_0^{\tau_0} e^{-|\tau-\tau'| \alpha(x')} S_{\tau_0}(\tau', x') d\tau' dx' + \\ &+ \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau\alpha(x')} r(x, x') I_0^+(x') dx'. \end{aligned} \quad (32)$$

Уравнения (28) и (32) имеют одинаковые ядра и отличаются только свободным членом. Их сравнение приводит к соотношению

$$S_{\tau_0}(\tau, x) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\tau_0}(\tau, x, x') I_0^+(x') dx'. \quad (33)$$

Умножая обе части уравнения (29) на $I_0^+(x)$ и интегрируя по x от $-\infty$ до $+\infty$, получаем аналогичную связь для функций $S_{\tau_0}(\tau, x)$ и $S_{\tau_0}(\tau, x)$:

$$S_{\tau_0}(\tau, x) = S_{\tau_0}(\tau, x) + \int_{-\infty}^{\infty} Y(\tau_0, x, x') dx' \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x', x'') S_{\tau_0}(\tau_0 - \tau, x'') dx''. \quad (34)$$

Пользуясь разложением (15), (23), соотношение (34) преобразуем к виду

$$S_{k\tau_0}(\tau) = S_{k\tau_0}(\tau) + \sum_{i=0}^n \sum_{p=0}^n Y_{ki}(\tau_0) \rho_{ip} S_{p\tau_0}(\tau_0 - \tau). \quad (35)$$

Здесь

$$S_{k\tau_0}(\tau) = \frac{\lambda}{2} A_k (I_{k\tau_0}^+(\tau) + I_{k\tau_0}^-(\tau)). \quad (36)$$

Заменяя в (35) τ на $\tau_0 - \tau$, будем иметь

$$S_{k\tau_0}(\tau_0 - \tau) = S_{k\tau_0}(\tau_0 - \tau) + \sum_{i=0}^n \sum_{p=0}^n Y_{ki}(\tau_0) \rho_{ip} S_{p\tau_0}(\tau). \quad (37)$$

Складывая и вычитая (35) и (37), получаем отдельные уравнения:

$$S_{k\tau_0}^{\pm}(\tau, \tau_0) = S_{k\tau_0}^{\pm}(\tau, \tau_0) \pm \sum_{i=0}^n \sum_{p=0}^n Y_{ki} \rho_{ip} S_{p\tau_0}^{\pm}(\tau, \tau_0), \quad (38)$$

где

$$S_{k\tau_0}^{\pm}(\tau, \tau_0) = S_{k\tau_0}(\tau) \pm S_{k\tau_0}(\tau_0 - \tau).$$

Интегрируя уравнение (35) по τ от 0 до τ_0 , получаем:

$$Q_k(\tau_0) = \sum_{p=0}^n (J + \tilde{Y}_p)_{kp}^{-1} \frac{\lambda}{2} A_p \int_0^{\tau_0} (I_{p\tau_0}^+(\tau) + I_{p\tau_0}^-(\tau)) d\tau. \quad (39)$$

С учетом разложения (16) соотношение (10) принимает вид

$$y_0 = \tau_0 + \frac{\lambda}{2} \tau \pi^{1/4} \int_0^{\tau} (I_{\tau_0}^+(\tau) + I_{\tau_0}^-(\tau)) d\tau = \tau_0 + \frac{\lambda}{2} \tau \pi^{1/4} Q_1(\tau_0). \quad (40)$$

5. Численные результаты. Ниже приводятся результаты численных расчетов в 4-ом и 8-ом приближениях для доплеровского закона перераспределения. В этом случае имеем

$$\alpha(x) = e^{-x^2}; \quad r(x, x') = \int_{\max(|x|, |x'|)}^{\infty} e^{-t^2} dt, \quad (41)$$

а разложение (15) имеет вид (см. [23, 24]):

$$r(x, x') = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \frac{e^{-x^2} H_{2k}(x) e^{-x'^2} H_{2k}(x')}{2^{2k} (2k)! \sqrt{\pi}}, \quad (42)$$

где $H_k(x)$ — полином Эрмита k -ой степени.

Все вычисления производились на ЭВМ. Программы написаны на языке РЛ/1. На вычисление уходило примерно 30 минут.

Перепишем задачу (23) в матричной форме

$$\frac{d\tilde{Y}}{d\tau} = -G\tilde{Y}. \quad (43)$$

Решение уравнения (43) представим в виде степенного матричного ряда:

$$\tilde{Y}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k G^k \tau^k}{k!}. \quad (44)$$

Для определения матрицы $\tilde{Y}$ сперва вычислим G^k , после чего матричный ряд (44) для фиксированных значений τ_0 , начиная от $\tau_0 = 0.1$ до $\tau_0 = 10$. Процесс вычисления матричного ряда (44) прекращался, как только элементы последнего члена ряда (44) становились меньше 10^{-6} . Далее, матрицы $(J \pm \tilde{Y} \rho)^{-1}$ определяются по стандартным алгоритмам (см. [25, 26]). После нахождения обратных матриц $(J \pm \tilde{Y} \rho)^{-1}$ определяется матрица-функция $\tilde{R}(\tau)$, $\tau \in [0, \tau_0]$. Знание $\tilde{R}(\tau)$, $\tau \in [0, \tau_0]$ позволяет определить внутренний режим в среде толщины τ_0 путем решения задачи Коши (17) для I_k^* .

Таблица 1

ЗАВИСИМОСТЬ РЕАЛЬНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ТОЛЩИНЫ ОТ
ПРЕДЕЛЬНОЙ $\tau_0 = \tau_0(y_0)$ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ λ И x

	$x=0.3$			$x=0.5$			$x=1$		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
λ	0.9	0.98	0.995	0.9	0.98	0.995	0.9	0.98	0.995
0.1	0.164	0.194	0.209	0.207	0.256	0.281	0.314	0.412	0.462
0.2	0.326	0.385	0.415	0.409	0.509	0.559	0.620	0.818	0.918
0.3	0.485	0.575	0.621	0.609	0.758	0.834	0.918	1.216	1.369
0.4	0.643	0.763	0.824	0.804	1.004	1.107	1.208	1.609	1.814
0.5	0.798	0.949	1.026	0.996	1.247	1.377	1.492	1.995	2.254
0.6	0.951	1.133	1.227	1.185	1.488	1.645	1.769	2.375	2.689
0.7	1.102	1.315	1.426	1.370	1.725	1.910	2.041	2.750	3.121
0.8	1.252	1.496	1.624	1.553	1.959	2.174	2.306	3.119	3.547
0.9	1.399	1.675	1.821	1.733	2.192	2.435	2.566	3.483	3.969
1.	1.546	1.853	2.016	1.910	2.421	2.694	2.820	3.842	4.388
1.2	1.834	2.204	2.404	2.257	2.873	3.206	3.315	4.546	5.212
1.4	2.117	2.550	2.786	2.596	3.316	3.711	3.791	5.232	6.022
1.6	2.396	2.890	3.165	2.926	3.751	4.209	4.252	5.902	6.817
1.8	2.669	3.227	3.540	3.249	4.178	4.700	4.697	6.556	7.600
2.	2.939	3.559	3.911	3.565	4.598	5.186	5.129	7.196	8.371
2.2	3.205	3.887	4.279	3.875	5.011	5.665	5.549	7.822	9.130
2.4	3.467	4.211	4.644	4.179	5.418	6.139	5.958	8.436	9.879
2.6	3.727	4.531	5.005	4.478	5.815	6.609	6.359	9.038	10.618
2.8	3.984	4.849	5.364	4.772	6.214	7.074	6.746	9.629	11.347
3.	4.238	5.163	5.720	5.063	6.605	7.533	7.126	10.209	12.067
3.2	4.489	5.474	6.074	5.349	6.990	7.989	7.499	10.780	12.778
3.4	4.739	5.782	6.425	5.632	7.371	8.441	7.864	11.341	13.482
3.6	4.987	6.088	6.773	5.911	7.747	8.889	8.222	11.893	14.177
3.8	5.232	6.391	7.119	6.187	8.119	9.333	8.574	12.438	14.865
4.	5.476	6.692	7.464	6.460	8.487	9.773	8.920	12.974	15.546
5.	6.673	8.164	9.156	7.788	10.273	11.927	10.576	15.547	18.547
6.	7.839	9.590	10.807	9.066	11.984	14.011	12.131	17.968	22.022
7.	8.984	10.980	12.422	10.307	13.633	16.037	13.614	20.267	25.073
8.	10.112	12.339	14.007	11.519	15.231	18.012	15.039	22.463	28.023
9.	11.226	13.672	15.565	12.711	16.786	19.942	16.421	24.572	30.884
10.	12.329	14.982	17.101	13.883	18.304	21.834	17.766	26.608	30.669

Заметим, что второй способ с вычислительной точки зрения обладает очевидным преимуществом по сравнению с первым. В самом деле, во втором случае, зная только внутренний режим полубесконечной среды, нам удастся найти из простого соотношения (39) сразу интеграл, входящий в (16). Следует отметить, что результаты численных расчетов, выполненных по двум различным способам, весьма хорошо согласованы (в третьем знаке после запятой):

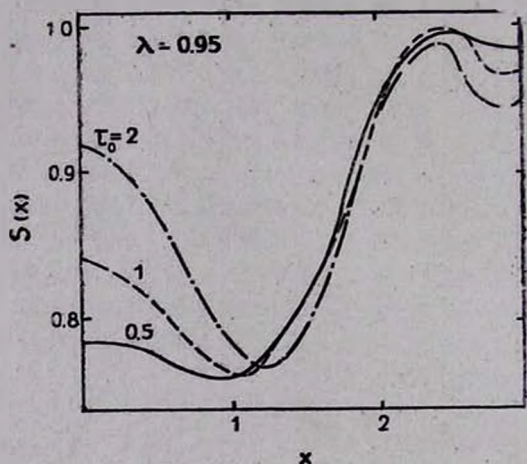


Рис. 1. Зависимость функции источника от частоты при $\tau = 0$, $\lambda = 0.95$ для различных значений τ_0 в 8-м приближении.

На рис. 1 изображена зависимость функции источника $S_*(\tau, x)$ от частоты при $\tau = 0$, $\lambda = 0.95$ для среды $\tau_0 = 0.5; 1; 2$, выполненная вторым способом в 8-ом приближении.

В табл. 1 приведена зависимость реальной оптической толщины от предельной при различных значениях λ и параметра $\kappa = I_0^+ \gamma = 0.3; 0.5; 1$, который характеризует отношение вынужденного излучения к спонтанному. Из приведенной таблицы видно, что при $\kappa \geq 0.5$ происходит заметное просветление среды и нелинейные эффекты становятся существенными.

В заключение авторы выражают искреннюю признательность Н. Б. Енгибаряну, под руководством которого выполнена настоящая работа.

Институт прикладных
проблем физики
АН Арм.ССР
ВЦ Мян. связи Арм.ССР

ON A NONLINEAR PROBLEM OF NONCOHERENT SCATTERING IN A ONE-DIMENSIONAL MEDIUM

A. KH. KHACHATRIAN, A. A. HAKOPIAN

The present paper considers the nonlinear transfer problem within the spectral line in the layer of finite thickness in one-dimensional approximation at general frequency redistribution laws. Numerical calculations in the 4th and 8th approximations are performed for the Doppler law of redistribution. The dependence of the real optical thickness on the finite one are presented in the tables.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. А. Амбарцумян, ДАН Арм.ССР, 39, 159, 1964.
2. Н. Б. Егибарян, Астрофизика, 1, 297, 1965.
3. Н. Б. Егибарян, Астрофизика, 2, 297, 1966.
4. Р. С. Варданян, Н. Б. Егибарян, ДАН Арм.ССР, 49, 3, 1969.
5. Р. С. Варданян, Уч. Зап., ЕрГУ, 3, 36, 1971.
6. Н. Б. Егибарян, А. Х. Хачатрян, Астрофизика, 23, 145, 1985.
7. J. Oxtensius, JQSRT, 5, 771, 1965.
8. Д. Михалас, Звездные атмосферы, Мир, М., 1982.
9. R. Milkey, D. Mihalas, Ap. J., 185, 709, 1973.
10. Н. Б. Егибарян, Астрофизика, 7, 573, 1971.
11. Н. Б. Егибарян, А. Г. Никозосян, Астрофизика, 8, 71, 1972.
12. N. B. Yengibarian, A. G. Nikoghossian, JQSRT, 13, 787, 1973.
13. М. С. Геворкян, Н. Б. Егибарян, А. Г. Никозосян, Астрофизика, 11, 455, 1975.
14. Н. Б. Егибарян, М. А. Мнацаканян, ДАН СССР, 217, 3, 1974.
15. Н. Б. Егибарян, М. А. Мнацаканян, Мат. заметки, 19, 927, 1976.
16. М. А. Мнацаканян, ДАН СССР, 225, 1049, 1975.
17. М. С. Геворкян, Тем. Сб. научных трудов, Ереван, 1979.
18. М. С. Геворкян, А. Х. Хачатрян, Астрофизика, 22, 599, 1985.
19. R. S. Vardanian, A. Kh. Khachatrian, Phys. Stat. Sol. (in press).
20. В. В. Иванов, Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М., 1969.
21. В. В. Соболев, Вестн. ЛГУ, 11, 99, 1955.
22. Н. Б. Егибарян, В. Д. Тумасов, Мат. анализ и его приложения, Ереван, 1980.
23. D. Hummer, M. N. RAS, 125, 21, 1962.
24. W. Unno, Ap. J., 129, 389, 1959.
25. Р. Беллман, Введение в теорию матриц, Наука, М., 1969.
26. Б. П. Демидович, И. А. Марон, Основы вычислительной математики, Наука, М., 1963.