Известия НАН Армении, Физика, т.55, №4, с.443–454 (2020)

УДК 539.142.2

ИЗОВЕКТОРНЫЕ ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ НУКЛОНОВ В АТОМНЫХ ЯДРАХ

Г.Г. НИКОГОСЯН*

Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

*e-mail: gor.nikoghosyan@ysumail.am

(Поступила в редакцию 24 июня 2020 г.)

Получено конечное бозонное представление фермионных операторов. Построен коллективный гамильтониан для описания парных возбуждений и проанализирована коллективная потенциальная энергия. Коллективные моды, связанные с добавлением и удалением пар частиц, отделены от множества ядерных степеней свободы.

1. Введение

Парные корреляции играют особую роль в понимании ряда свойств атомных ядер (спектр возбуждения ядер с четными массовыми числами A, моменты инерции деформированных ядер, плотность одночастичных уровней нечетных деформированных ядер и т.д.) [1–4]. На сегодняшний день изучение парных корреляций в ядрах продолжает оставаться предметом активных исследований. Наиболее интересно понять относительную роль изовекторных ($T=1$) и изоскалярных ($T=0$) парных корреляций для ядер с $N \approx Z$ [5,6]. Важным понятием в теории парных корреляций является поле спаривания [7]. Парные корреляции формируют средний потенциал, действующий на нуклоны $U_{\text{pair}} = \Delta \times\sum_{\upsilon>0} a^+\left(\bar{\upsilon}\right) a^+\left(\upsilon\right)$, где $a^+\left(\upsilon\right)-$ оператор рождения нуклона в состоянии υ, который создает две нуклоны в состояниях, связанных операцией отражения времени. $\Delta -$ параметр деформации и дается выражением $\Delta = G < \sum_{\nu>0} a(\nu) a(\bar{\nu}) >$, где $G-$ константа парного взаимодействия. Парный потенциал не сохраняет число частиц. Оператор парного потенциала неэрмитов, следовательно, параметр деформации Δ является комплексной величиной. Фаза параметра деформации есть фазовый угол φ, который связан с оператором числа частиц следующим образом $\hat{N} =< \hat{N} > +2i\,\partial/\partial\varphi$.

Например, для основного состояния ядра ^{208}Pb деформация Δ флуктуирует около значения 0 и возбуждения носят вибрационный характер. Когда в незаполненной оболочке находятся много частиц, тогда среднее значение параметра деформации превышает флуктуации и система находится под воздействием статического парного поля. В этом случае коллективные движения соответствуют вращению в фазовом пространстве (парное вращение) и движению, которое описывает флуктуации в величине параметра деформации.

Известно, что в реакциях двихнуклонной передачи матричные элементы для переходов в основные состояния ядер значительно превышают матричные элементы переходов в чистые $(j^2)J=0$ конфигурации. Например, в реакциях $^{208}\mathrm{Pb}(t,p)^{210}\mathrm{Pb}$ и $^{208}\mathrm{Pb}(p,t)^{206}\mathrm{Pb}$ основные состояния возбуждаются намного сильнее, чем любые другие 0^+ – состояния. Следовательно, можно рассматривать основные состояния ядер $^{206}\mathrm{Pb}$ и $^{210}\mathrm{Pb}$ как коллективные возбуждения ядра $^{208}\mathrm{Pb}$ Эти возбуждения получили название «парных» [8,9,10].

Целью настоящей работы является построение коллективного гамильтониана для изучения парных возбуждений. Наиболее удобным для этой цели является метод бозонных разложений [11,12,13,14].

Коллективные возбуждения, наблюдаемые в сложных фермионных системах, например, в тяжелых ядрах, имеют сходство с видами возбуждений, которые демонстрируют простые бозонные системы. Это означает, что коллективные возбуждения фермионных систем, которые имеют сложную структуру и относятся к многомерному фермионному базису, могут быть описаны с помощью бозонных базисов малой размерности. Проблема, которая возникает при микроскопическом подходе, заключается в следующем: нужно перейти от фермионного базиса к бозонному базису таким образом, чтобы интересующие нас коллективные состояния лежали в определенном подпространстве бозонного пространства.

При микроскопическом изучении коллективного подпространства необходимо установить однозначное соответсвие между фермионными операторами $a_1^+a_2^+$ и операторами идеальных бозонов $b_{12}^+\left(b_{12}^+=-b_{21}^+\right)$. Пусть $|n>$ образуют ортонормированный базис в фермионном пространстве. Полное число бозонных состояний, которые можно построить с помощью операторов b_{12}^+, значительно превышает число фермионных состояний. В бозонном пространстве можно выделить подпространство, образуемое ортонормированными состояниями $|n)$, число которых совпадает с числом фермионных состояний $|n>$. Это подпространство называется физическим. Остальная часть бозонного пространства называется нефизическим, поскольку состояния $|u)$ (состояния нефизического бозонного пространства) не имеют ничего общего с фермионной системой. Условие полноты бозонного пространства записывается в виде

$$|0)(0|+\sum_{n\neq 0}|n)(n|+\sum_{u}|u)(u|=1\,.$$

2. Бозонные представления фермионных операторов

Представим гамильтониан системы в виде

$$H = H_0 + H_{\text{int}}, \tag{1}$$

где

$$\begin{aligned} H_0 &= \sum_{j,m,\tau} (E_j - \lambda) a^+_{jm\tau} a_{jm\tau}, \\ H_{\text{int}} &= -\sum_{JMT\tau} G^J_T (A^{JM}_{T\tau})^+ A^{JM}_{T\tau}, \end{aligned} \tag{2}$$

H_0 – гамильтониан оболочечной модели в представлении вторичного квантования, H_{int} – гамильтониан парного взаимодействия. Оператор $(A^{JM}_{T\tau})^+$ имеет вид

$$(A^{JM}_{T\tau})^+ = \sum_j \sqrt{j+1/2}\,(A^{JM}_{T\tau}(j))^+, \tag{3}$$

где

$$(A^{JM}_{T\tau}(j))^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m,m',t,t'} C^{JM}_{jmjm'} C^{T\tau}_{1/2t1/2t'} a^+_{jmt} a^+_{jm't'}.$$

Здесь J, M – угловой момент и его проекция, T, τ – изоспин и проекция изоспина. Гамильтониан (1) включает остаточные парные взаимодействия нуклонов, которые находятся в одинаковых одночастичных состояниях. Такие состояния характеризуются квантовыми числами углового момента j и его проекцией m. Остальные квантовые числа опущены для краткости. Поскольку мы будем рассматривать состояния ядер, получающихся в результате добавления или удаления пар частиц от исходного ядра, то в качестве исходного удобно выбрать ядро с замкнутыми подоболочками. Разобьем совокупность одночастичных состояний на две группы: состояния, которые расположены выше поверхности Ферми (частичные состояния j_+) и состояния – расположенные ниже поверхности Ферми (дырочные состояния j_-). После введения операторов рождения и уничтожения частиц и дырок

$$a^+_{jmt} = \begin{cases} c^+_{jmt}, \; j \in j+ \\ (-1)^{j-m+1/2-t} c_{j-m-t} = \tilde{c}_{jmt}, \; j \in j- \end{cases} \tag{4}$$

получим

$$(A^{JM}_{T\tau})^+ = \sum_{j_+} \sqrt{j_+ + 1/2}\,(A^{JM}_{T\tau}(j_+))^+ - \sum_{j_-} \sqrt{j_- + 1/2}\,\tilde{A}^{JM}_{T\tau}(j_-), \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{A}^{JM}_{T\tau}(j_-) &= (-1)^{J-M-T-\tau} A^{J-M}_{T-\tau}(j_-), \\ (A^{JM}_{T\tau}(j_\pm))^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum C^{JM}_{j_\pm m j_\pm m'} C^{T\tau}_{1/2t1/2t'} c^+_{j_\pm mt} c^+_{j_\pm m't'}. \end{aligned} \tag{6}$$

Окончательно, гамильтониан (1) принимает форму

$$H=\sum_{j_+m\tau}(E_{j_+}-\lambda)c^+_{j_+mt}c_{j_+mt}+\sum_{j_-m\tau}(\lambda-E_{j_-})c^+_{j_-mt}c_{j_-mt}$$
$$-\sum_{JMT\tau}G^J_T\left(\sum_{j_+}\sqrt{j_++1/2}(A^{JM}_{T\tau}(j_+))^+-\sum_{j_-}\sqrt{j_-+1/2}\tilde{A}^{JM}_{T\tau}(j_-)\right) \tag{7}$$
$$\times\left(\sum_{j'_+}\sqrt{j'_++1/2}A^{JM}_{T\tau}(j'_+)-\sum_{j'_-}\sqrt{j'_-+1/2}(\tilde{A}^{JM}_{T\tau}(j'_-))^+\right).$$

Ниже мы используем бозонные представления Дайсона. Эти разложения конечные, следовательно, не возникают проблемы, связанные со сходимостью рядов. Однако бозонные разложения Дайсона не сохраняют свойство эрмитовости в стандартной бозонной метрике. Но на практике не возникают сложности, поскольку собственные значения бозонного образа фермионного гамильтониана остаются действительными, если гамильтониан диагонализируется в физическом бозонном подпространстве.

Бозонные представления Дайсона имеют вид [15,16,17]

$$c^+_{j_+mt}c^+_{j_+m't'}\to b^+_{mt,m't'}(j_+)-\sum_{m_1m_2t_1t_2}b^+_{mt,m_1t_1}(j_+)b^+_{m't'm_2t_2}(j_+)b_{m_1t_1m_2t_2}(j_+)\,, \tag{8}$$

$$c_{j_+m't'}c_{j_+mt}\to b_{mtm't'}(j_+)\,, \tag{9}$$

$$c^+_{j_-mt}c^+_{j_-m't'}\to b^+_{mtm't'}(j\_)\,, \tag{10}$$

$$c_{j_-m't'}c_{j_-mt}\to b_{mtm't'}(j_-)-\sum_{m_1m_2t_1t_2}b^+_{m_1t_1,m_2t_2}(j_-)b_{m't'm_2t_2}(j_-)b_{mtm_1t_1}(j_-)\,, \tag{11}$$

$$c^+_{j_\pm mt}c_{j_\pm mt}\to 2\sum_{m_1t_1}b^+_{mtm_1t_1}(j_\pm)b_{mtm_1t_1}(j_\pm)\,. \tag{12}$$

Здесь операторы бозонов $b^+_{mtm't'}(j)$ и $b_{mtm't'}(j)$ удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$[b_{mtm't'}(j),b^+_{m_1t_1m_2t_2}(j)]=\delta_{mm_1}\delta_{tt_1}\delta_{m'm_2}\delta_{t't_2}-\delta_{mm_2}\delta_{tt_2}\delta_{m'm_1}\delta_{t't_1}\,. \tag{13}$$

Сравнивая соотношения (8) и (9) или (10) и (11), легко заметить, что в стандартной бозонной метрике, в котором скалярное произведение бозонных операторов определяется формулой

$$(b_\alpha,b^+_\beta)=\delta_{\alpha\beta}\,, \tag{14}$$

бозонные образы операторов в (8) и (9) или в (10) и (11) не связаны операцией эрмитовой сопряженности. Можно перейти к новому бозонному представлению, которое сохраняет соотношение эрмитовости в стандартной бозонной метрике с помощью неунитарной матрицы $\hat{U}$, которая сохраняет бозонные коммутационные соотношения. Новое бозонное представление имеет вид

$$(\hat{U})^{-1}\hat{O}_D\hat{U}\,, \tag{15}$$

где оператор $\hat{U}$ связано с метрическим оператором $\hat{F}$ соотношением

$$\hat{U} = (\hat{F})^{1/2}. \tag{16}$$

Оператор $\hat{F}$ определяет новую бозонную метрику

$$\left\langle \Phi_\beta, \Phi_\alpha \right\rangle = \left(\Phi_\beta, \hat{F}\Phi_\alpha \right). \tag{17}$$

Следовательно, соотношение эрмитовости сохраняется

$$\left\langle \Phi_\beta, (\hat{O})_D^+ \Phi_\alpha \right\rangle = \left\langle \hat{O}_D \Phi_\beta, \Phi_\alpha \right\rangle. \tag{18}$$

Здесь оператор $\hat{O}_D$ есть бозонный образ дайсоновского типа бифермионного оператора.

Введем оператор бозона с определенным угловым моментом и изоспином

$$(b_{T\tau}^{JM}(j_\pm))^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{m,m',t,t'} C_{jmjm'}^{JM} C_{1/2t1/2t'}^{T\tau} b_{m,t,m',t'}^+ (j_\pm). \tag{19}$$

В терминах операторов $(b_{T\tau}^{JM}(j_\pm))^+$ и $b_{T\tau}^{JM}(j_\pm)$ гамильтониан (7) принимает форму

$$\begin{aligned} H = {} & \sum_{j_+} 2(E_{j_+} - \lambda) \sum_{JMT\tau} b_{T\tau}^{+JM}(j_+) b_{T\tau}^{JM}(j_+) + \sum_{j_-} 2(\lambda - E_{j_-}) \sum_{JMT\tau} b_{T\tau}^{+JM}(j_-) b_{T\tau}^{JM}(j_-) - \\ & - \sum_{JMT\tau} G_T^J \left(\sum_{j_+} b_{T\tau}^{+JM}(j_+) \sqrt{j_+ + 1/2} + \sum_{j_-} \tilde{b}_{T\tau}^{JM}(j_-) \sqrt{j_- + 1/2} \right) \\ & \times \left(\sum_{j'_+} b_{T\tau}^{JM}(j'_+) \sqrt{j'_+ + 1/2} + \sum_{j'_-} \tilde{b}_{T\tau}^{+JM}(j'_-) \sqrt{j'_- + 1/2} \right) \\ & + 2 \sum_{JMT\tau} G_T^J \left(F_{T\tau}^{JM}(+) + F_{T\tau}^{JM}(-) \right) \\ & \times \left(\sum_{j_+} b_{T\tau}^{JM}(j_+) \sqrt{j_+ + 1/2} + \sum_{j_-} \tilde{b}_{T\tau}^{+JM}(j_-) \sqrt{j_- + 1/2} \right), \end{aligned} \tag{20}$$

где

$$\begin{aligned} F_{T\tau}^{JM}(+) = {} & \sum P_{T_1T_2T_3T'}^{J_1J_2J_3J'} \sqrt{j_+ + 1/2} \begin{Bmatrix} j_+ & j_+ & J \\ j_+ & j_+ & J_3 \\ J_1 & J_2 & J' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1/2 & 1/2 & T \\ 1/2 & 1/2 & T_3 \\ 1/2 & 1/2 & T' \end{Bmatrix} \\ & \times \left(\left(b_{T_1}^{+J_1}(j_+) b_{T_2}^{+J_2}(j_+) \right)_{T'}^{J'} \tilde{b}_{T_3}^{J_3}(j_+) \right)_{T\tau}^{JM}, \\ F_{T\tau}^{JM}(-) = {} & \sum P_{T_1T_2T_3T'}^{J_1J_2J_3J'} \sqrt{j_- + 1/2} \begin{Bmatrix} j_- & j_- & J \\ j_- & j_- & J_3 \\ J_1 & J_2 & J' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 1/2 & 1/2 & T \\ 1/2 & 1/2 & T_3 \\ 1/2 & 1/2 & T' \end{Bmatrix} \\ & \times \left(b_{T_3}^{+J_3}(j_-) \left(\tilde{b}_{T_1}^{J_1}(j_-) \tilde{b}_{T_2}^{J_2}(j_-) \right)_{T'}^{J'} \right)_{T\tau}^{JM}. \end{aligned} \tag{21}$$

Здесь

$$P_{T_1T_2T_3T'}^{J_1J_2J_3J'} = \sqrt{(2J_1+1)(2J_2+1)(2J_3+1)(2J'+1)(2T_1+1)(2T_2+1)(2T_3+1)(2T'+1)}\,,$$

а, $\{....\} \to 9j$ символ.

Гамильтониан (20) содержит квадратичный по бозонным операторам член и слагаемое, которое пропорционально четвертой степени бозонных операторов.

3. Построение коллективного гамильтониана

При рассмотрении изовекторных парных корреляций в гамильтониане (20) оставим только операторы бозонов с квантовыми числами (T = 1) и (J = 0). Для определения коллективной изовекторной моды диагонализируем квадратичную по бозонам часть гамильтониана. В случае отсутствия статических парных корреляций можно использовать операторы фононов или операторы коллективной координаты и импульса. Но когда константа парного взаимодействия достаточно велика (случай статических парных корреляций), используются только операторы коллективной координаты и импульса для диагонализации квадратичного гамильтониана.

Введем операторы коллективной координаты и импульса

$$z_{1\tau}^{+} = \sum_{j_+} w_{j_+} b_{1\tau}^{+00}\left(j_+\right) + \sum_{j_-} w_{j_-} \tilde{b}_{1\tau}^{00}\left(j_-\right), \tag{22}$$

$$p_{1\tau}^{+} = -i\left(\sum_{j_+} v_{j_+} b_{1\tau}^{00}\left(j_+\right) - \sum_{j_-} v_{j_-} \tilde{b}_{1\tau}^{+00}\left(j_-\right)\right). \tag{23}$$

Квадратичный коллективный гамильтониан представим в виде

$$H_{coll}^{2} = \frac{1}{2B}\sum_{\tau} p_{1\tau}^{+} p_{1\tau} - \frac{C}{2}\sum_{\tau} z_{1\tau}^{+} z_{1\tau}\,. \tag{24}$$

Операторы координаты и импульса удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$\begin{aligned} &\left[p_{1\tau}, z_{1\tau'}\right] = -i\delta_{\tau\tau'}, \\ &\left[p_{1\tau}, p_{1\tau'}\right] = \left[z_{1\tau}, z_{1\tau'}\right] = 0. \end{aligned} \tag{25}$$

Из (25) получаем следующие соотношения ортонормированности

$$\begin{aligned} &\sum_{j_+} w_{j_+} v_{j_+} + \sum_{j_-} w_{j_-} v_{j_-} = 1, \\ &\sum_{j_+} w_{j_+}^2 + \sum_{j_-} w_{j_-}^2 = 0, \\ &\sum_{j_+} v_{j_+}^2 + \sum_{j_-} v_{j_-}^2 = 0. \end{aligned} \tag{26}$$

Коэффициенты $w_{j_\pm}$ и $v_{j_\pm}$ находятся с помощью процедуры диагонализации квадратичного гамильтониана

$$\begin{aligned} \left[H_2, z_{1\tau}^+\right] &= \frac{-i}{2B} p_{1\tau}, \\ \left[H_2, p_{1\tau}\right] &= \frac{-iC}{2} z_{1\tau}^+. \end{aligned} \tag{27}$$

Коэффициенты $w_{j_\pm}$ и $v_{j_\pm}$ даются выражениями

$$\begin{aligned} w_{j_+} &= G\sqrt{j_+ + 1/2}\, \frac{W2\left(E_{j_+} - \lambda\right) + V/2B}{\left[2\left(E_{j_+} - \lambda\right)\right]^2 + \gamma}, \\ w_{j_-} &= G\sqrt{j_- + 1/2}\, \frac{-W2\left(\lambda - E_{j_-}\right) + V/2B}{\left[2\left(\lambda - E_{j_-}\right)\right]^2 + \gamma}, \\ v_{j_+} &= G\sqrt{j_+ + 1/2}\, \frac{-WC/2 + V2\left(E_{j_+} - \lambda\right)}{\left[2\left(E_{j_+} - \lambda\right)\right]^2 + \gamma}, \\ v_{j_-} &= G\sqrt{j_- + 1/2}\, \frac{WC/2 + V2\left(\lambda - E_{j_-}\right)}{\left[2\left(\lambda - E_{j_-}\right)\right]^2 + \gamma}, \end{aligned} \tag{28}$$

где

$$\begin{aligned} W &= \sum_{j'_+} \sqrt{j'_+ + 1/2}\, w_{j'_+} - \sum_{j'_-} \sqrt{j'_- + 1/2}\, w_{j'_-}, \\ V &= \sum_{j'_+} \sqrt{j'_+ + 1/2}\, v_{j'_+} + \sum_{j'_-} \sqrt{j'_- + 1/2}\, v_{j'_-}. \end{aligned} \tag{29}$$

Выше $G = G_1^0$, константа изовекторного взаимодействия.

Подставляя выражения (28) в соотношения (29) получается система уравнений

$$W\left(1 - \Sigma_+\right) - V\frac{G}{2B}\Sigma_- = 0, \quad W\frac{GC}{2}\Sigma_- + V\left(1 + \Sigma_+\right) = 0, \tag{30}$$

где

$$\begin{aligned} \Sigma_+ &= G\left\{\sum_{j_+}\left(j_+ + 1/2\right)\frac{2\left(E_{j_+} - \lambda\right)}{\left[2\left(E_{j_+} - \lambda\right)\right]^2 + \gamma} + \sum_{j_-}\left(j_- + 1/2\right)\frac{2\left(\lambda - E_{j-}\right)}{\left[2\left(\lambda - E_{j-}\right)\right]^2 + \gamma}\right\}, \\ \Sigma_- &= \left\{\sum_{j_+}\left(j_+ + 1/2\right)\frac{1}{\left[2\left(E_{j_+} - \lambda\right)\right]^2 + \gamma} - \sum_{j_-}\left(j_- + 1/2\right)\frac{1}{\left[2\left(\lambda - E_{j-}\right)\right]^2 + \gamma}\right\}. \end{aligned} \tag{31}$$

Система уравнений (30) имеет нетривиальное решение, при $\Sigma_+ = 1$ и $\Sigma_- = 0$, которые приводят к уравнениям для $C/(4B) = \gamma$ и λ

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{G} &= \sum_{j_+}\left(j_+ + 1/2\right)\frac{2\left(E_{j_+}-\lambda\right)}{\left[2\left(E_{j_+}-\lambda\right)\right]^2+\gamma} + \sum_{j_-}\left(j_- + 1/2\right)\frac{2\left(\lambda - E_{j-}\right)}{\left[2\left(\lambda - E_{j-}\right)\right]^2+\gamma}, \\
0 &= \sum_{j_+}\left(j_+ + 1/2\right)\frac{1}{\left[2\left(E_{j_+}-\lambda\right)\right]^2+\gamma} - \sum_{j_-}\left(j_- + 1/2\right)\frac{1}{\left[2\left(\lambda - E_{j-}\right)\right]^2+\gamma}.
\end{aligned}
\tag{32}
$$

Подставляя выражения (28) в соотношения ортонормированности (26), получаем соотношения для V и W

$$
V = \frac{1}{G}\sqrt{\frac{B}{S_+^2 + S_-^2\gamma}\left(\sqrt{S_+^2 + S_-^2\gamma} + S_+\right)},
$$

$$
W == \frac{1}{G}\sqrt{\frac{1}{C}\frac{1}{S_+^2 + S_-^2\gamma}\left(\sqrt{S_+^2 + S_-^2\gamma} - S_+\right)},
$$

$$
\begin{aligned}
S_+ &= \sum_{j_+}\left(j_+ + \frac{1}{2}\right)\frac{2\left(E_{j_+}-\lambda\right)}{\left(\left[2\left(E_{j_+}-\lambda\right)\right]^2+\gamma\right)^2} + \sum_{j_-}\left(j_- + \frac{1}{2}\right)\frac{2\left(\lambda - E_{j-}\right)}{\left(\left[2\left(\lambda - E_{j-}\right)\right]^2+\gamma\right)^2}, \\
S_- &= \sum_{j_+}\left(j_+ + \frac{1}{2}\right)\frac{1}{\left(\left[2\left(E_{j_+}-\lambda\right)\right]^2+\gamma\right)^2} - \sum_{j_-}\left(j_- + \frac{1}{2}\right)\frac{1}{\left(\left[2\left(\lambda - E_{j-}\right)\right]^2+\gamma\right)^2}.
\end{aligned}
\tag{33}
$$

Как было отмечено, гамильтониан содержит квадратичный по бозонным операторам член и слагаемое, которое пропорционально четвертой степени бозонных операторов. Квадратичный (гармонический) коллективный гамильтониан дается выражением (24). Для построения ангармонической части гамильтониана сделаем дополнительное предположение. Поскольку, как следует из (33), S_- дается разностью сумм по j_+ и j_-, то S_- намного меньше чем S_+. В дальнейшем мы предполагаем, что $S_- = 0$. Следовательно, как видно из (33), $W = 0$. Используя это приближение, для последнего слагаемого в скобках в (24), получим

$$
\left(\sum_{j_+} b_{1\tau}^{00}(j_+)\sqrt{j_+ + 1/2} + \sum_{j_-}\tilde{b}_{1\tau}^{+00}(j_-)\sqrt{j_- + 1/2}\right) = V z_{1\tau}\,. \tag{34}
$$

По аналогии с предположением $S_- = 0$ ($W = 0$) мы пренебрегаем коэффициентами, которые даются разностью сумм по j_+ и j_-, т.е.

$$
\begin{aligned}
&\sum_{j_+}\frac{v_{j_+} w_{j_+}^2}{\sqrt{j_+ + 1/2}} - \sum_{j_-}\frac{v_{j_-} w_{j_-}^2}{\sqrt{j_- + 1/2}} \approx 0, \\
&\sum_{j_+}\frac{v_{j_+}^2 w_{j_+}}{\sqrt{j_+ + 1/2}} - \sum_{j_-}\frac{v_{j_-}^2 w_{j_-}}{\sqrt{j_- + 1/2}} \approx 0, \\
&\sum_{j_+}\frac{w_{j_+}^3}{\sqrt{j_+ + 1/2}} - \sum_{j_-}\frac{w_{j_-}^3}{\sqrt{j_- + 1/2}} \approx 0.
\end{aligned}
\tag{35}
$$

Окончательно, для ангармонической части коллективного гамильтониана получим

$$H_{coll}^{4}=3\sqrt{3}G\frac{Q_{+}}{S_{+}^{2}}\sum_{T=0,2}\sqrt{2T+1}\begin{Bmatrix}1/2 & 1/2 & 1\\ 1/2 & 1/2 & 1\\ 1 & 1 & T\end{Bmatrix}\Big[\alpha\sum_{\tau}\left(\left(z^{+}z^{+}\right)_{T}\tilde{z}\right)_{1\tau}z_{1\tau}$$
$$+2\sum_{\tau}\left(\left(z^{+}p\right)_{T}\tilde{p}^{+}\right)_{1\tau}z_{1\tau}-\sum_{\tau}\left(\left(pp\right)_{T}\tilde{z}\right)_{1\tau}z_{1\tau}\Big],\tag{36}$$

где

$$\alpha=\frac{1}{\gamma_{0}}\left(\frac{S_{+}}{Q_{+}}+\gamma\right),\gamma_{0}=\frac{C_{0}}{4B},C_{0}\succ 0,\gamma=\frac{C}{4B},$$
$$Q_{+}=\sum_{j_{+}}\left(j_{+}+\frac{1}{2}\right)\frac{2\left(E_{j_{+}}-\lambda\right)}{\left(\left[2\left(E_{j_{+}}-\lambda\right)\right]^{2}+\gamma\right)^{3}}+\sum_{j_{-}}\left(j_{-}+\frac{1}{2}\right)\frac{2\left(\lambda-E_{j-}\right)}{\left(\left[2\left(\lambda-E_{j-}\right)\right]^{2}+\gamma\right)^{3}}.\tag{37}$$

Обозначения (37) введены так, чтобы обезразмерить $z_{1\mu}$ и $p_{1\mu}$.

Учитывая обозначения (37), для квадратичного коллективного гамильтониана (24) получим

$$H_{coll}^{2}=\sqrt{\gamma_{0}}\left(\sum_{\mu}p_{\mu}^{+}p_{\mu}-\frac{\gamma}{\gamma_{0}}\sum_{\mu}z_{\mu}^{+}z_{\mu}\right).\tag{38}$$

Для анализа коллективной потенциальной энергии удобно перейти во внутреннюю систему координат

$$z_{1\tau}=\sum_{K=0,\pm1}D_{\tau K}^{1*}\left(\psi_{1},\psi_{2},\psi_{3}\right)a_{K},\tag{39}$$

где

$$a_{1}=a_{-1}=\frac{\Delta e^{i\varphi}}{\sqrt{2}}\sin\vartheta,\quad a_{0}=\Delta e^{i\varphi}\cos\vartheta,\tag{40}$$

$D_{\tau K}^{1*}\left(\psi_{1},\psi_{2},\psi_{3}\right)$ – функции Вигнера, $\psi_{1},\psi_{2},\psi_{3}$ – углы Эйлера, описывающие вращение в изотопическом пространстве. Во внутренней системе координат спаривание характеризуется двумя параметрами Δ и ϑ. Используя условие унитарности функций Вигнера

$$\sum_{M=-J}^{J}D_{MM'}^{J}\left(\alpha,\beta,\gamma\right)D_{M\tilde{M}'}^{J*}\left(\alpha,\beta,\gamma\right)=\delta_{M'\tilde{M}'},$$
$$\sum_{M'=-J}^{J}D_{MM'}^{J*}\left(\alpha,\beta,\gamma\right)D_{\tilde{M}M'}^{J}\left(\alpha,\beta,\gamma\right)=\delta_{M\tilde{M}},\tag{41}$$

и ряд Клебша-Гордана

$$D_{M_{1}N_{1}}^{J_{1}}\left(\alpha,\beta,\gamma\right)D_{M_{2}N_{2}}^{J_{2}}\left(\alpha,\beta,\gamma\right)=\sum_{J=|J_{1}-J_{2}|}^{J_{1}+J_{2}}\sum_{MN}C_{J_{1}M_{1}J_{2}M_{2}}^{JM}D_{MN}^{J}\left(\alpha,\beta,\gamma\right)C_{J_{1}N_{1}J_{2}N_{2}}^{JN},\tag{42}$$

для коллективной потенциальной энергии получим

$$V = V_2 + V_4 = -\frac{\gamma}{\gamma_0}\Delta^2 + G\alpha\frac{Q_+}{S_+^2}\Delta^4\left[1-\frac{1}{2}\cos^2\left(2\vartheta\right)\right]. \tag{43}$$

Коллективная потенциальная энергия имеет минимум при $\vartheta = 0$ в интервале $0 \le \vartheta \le \pi/4$.

Для спектроскопических факторов реакций двухнуклонной передачи получается следующее выражение

$$B_\tau\left(s;1,2\right) = \left\langle 2\,|\,A_{s1\tau}^+\,|1\right\rangle = \mathrm{sign}\left(\left\langle 2\,|\,A_{s1\tau}^+\,|1\right\rangle_b\right)\sqrt{\left\langle 2\,|\,A_{s1\tau}^+\,|1\right\rangle_b \left\langle 2\,|\,A_{s1\tau}\,|1\right\rangle_b}\ , \tag{44}$$

где $\left\langle 2\,|\,A_{s1\tau}^+\,|1\right\rangle_b$ означает усреднение коллективной части бозонного образа оператора $A_{s1\tau}^+$ по коллективным состояниям $|1\rangle_b$, $|2\rangle_b$.

В табл.1 приведены энергии различных мод возбуждения, рассчитанные для ядра Ni^{56} при $G = 0.5$ МэВ и соответствующие спектроскопические факторы реакций двухнуклонной передачи.

Среди всех мод возбуждения моды, соответствующие нижайшим энергиям, являются коллективными. Как видно из таблицы, спектроскопические факторы имеют одинаковые знаки в случаях коллективных мод 1_- и 1_+.

Табл.1. Энергии фононов, соответствующие различным модам возбуждения и соответствующие спектроскопические факторы

$k\pm$	$w_{k\pm}$, MeV	$2s_{1/2}$	$1d_{3/2}$	$1f_{7/2}$	$2p_{3/2}$	$1f_{5/2}$	$2p_{1/2}$	$1g_{9/2}$
4_-	13.8	–0.769	–0.081	–0.029	0.006	0.007	0.004	0.007
3_-	13.06	0.56	–0.556	–0.124	0.023	0.026	0.015	0.027
2_-	10.87	0.258	0.775	–0.435	0.055	0.059	0.034	0.061
1_-	3.07	0.224	0.367	0.992	0.32	0.31	0.176	0.282
1_+	3.07	0.141	0.217	0.422	0.83	0.582	0.324	0.413
2_+	8.30	0.03	0.046	0.08	–0.632	0.678	0.337	0.196
3_+	10.17	0.002	0.004	0.006	–0.023	–0.467	0.884	0.022
4_+	14.19	0.026	0.038	0.063	–0.133	–0.29	–0.179	0.935

4. Заключение

В настоящей работе получено конечное бозонное разложение для гамильтониана с изовекторными остаточными взаимодействиями. Эти разложения конечные, следовательно, не возникают проблемы, связанные со сходимостью рядов разложения. Дано краткое обсуждение вопроса о том, как можно перейти к новому представлению, которое в отличии от представлении Дайсона, сохраняет соотношение эрмитовости. Получено выражение для коллективного гамильтониана и отделены коллективные степени свободы. Построено выражение для коллективной потенциальной энергии путем перехода во внутреннюю систему координат. Были рассчитаны энергии различных мод возбуждения и соответствующие спектроскопические факторы реакций двухнуклонных передач.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A. Bohr, B.R. Mottelson, D.Pines.** Phys. Rev., **110**, 936 (1958).
2. **V.G. Soloviev.** Nucl. Phys., **9**, 655 (1958/59).
3. **V.G. Zelevinsky, R.A. Broglia** (Eds.). Fifty years of Nuclear BCS, Singapore, World Scientific, 2013.
4. **D.M. Brink, R.A. Broglia.** Nuclear Superfluidity: Pairing in finite System, Cambridge University Press, 2005.
5. **S. Frauendorf, A.O. Macchiavelli.** Prog. Part. Nucl. Phys., **78**, 24 (2014).
6. **X.-H. Fan, X. Shang, J.-M. Dong, W. Zuo.** Phys. Rev. C, **99**, 065804 (2019).
7. **A. Bohr.** Nuclear structure, Dubna. Symposium (1968), Vienna, International Atomic Energy Adency, 1968.
8. **R.V. Jolos.** Phys. Lett. B, **30,** 390 (1969).
9. **D.R. Bes, R.A. Broglia.** Nucl. Phys., **80**, 289 (1966).
10. **B. Sorensen.** Nucl. Phys. A, **134**, 1 (1969).
11. **Р.В. Джолос, В. Рыбарска.** Физ. Элем.Част. и Атом. Ядра, **3**, 739 (1972).
12. **A. Klein, E.R. Marshalek.** Rev. Mod.Phys., **63**, 375 (1991).
13. **B. Sorensen.** Nucl. Phys. A, **97**, 1 (1967).
14. **В.Г. Соловьев.** Теория атомного ядра: квазичастицы и фононы, М., Энергоатомиздат, 1989.
15. **G. Nikoghosyan, E.A. Kolganova, R.V. Jolos.** Bulg. J. Phys., **44**, 443 (2017).
16. **G. Nikoghosyan, E.A. Kolganova, D.A. Sazonov, R.V. Jolos.** Eur. Phys. J. A, **55**, 189 (2019).
17. **Р.В. Джолос, В.Г. Картавенко, Е.А. Колганова.** Физ. элем. част. и атом. ядра, **49**, 229 (2018).

ՆՈՒԿԼՈՆՆԵՐԻ ԻԶՈՎԵԿՏՈՐԱԿԱՆ ԶՈՒՅԳԱՅԻՆ ԿՈՐԵԼԱՑԻԱՆԵՐԸ ԱՏՈՄԱՅԻՆ ՄԻՋՈՒԿՆԵՐՈՒՄ

Գ. Հ. ՆԻԿՈՂՈՍՅԱՆ

Ստացված են ֆերմիոնային օպերատորների վերջավոր բոզոնային ներկայացումները: Կառուցված է զույգային գրգռումների դինամիկան նկարագրող կոլեկտիվ համիլտոնիանը և ուսումնասիրված է կոլեկտիվ պոտենցիալ էներգիան: Զույգերի ավելացմամբ և վերացմամբ պայմանավորված կոլեկտիվ մոդերը անջատված են միջուկի ազատության աստիճանների բազմությունից:

ISOVECTOR PAIR CORRELATIONS OF NUCLEONS IN NUCLEI

G. NIKOGHOSYAN

A finite boson representation of fermion operators is obtained. The collective Hamiltonian for description of dynamics of the pairing modes is constructed and the collective potential energy is considered. The collective pair addition and pair removal modes are separated from the variety of nuclear degrees of freedom.