АСТРОФИЗИКА

ТОМ 23 ОКТЯБРЬ, 1985 ВЫПУСК 2

УДК: 52:535.346

РАССЕЯНИЕ СВЕТА В МНОГОСЛОЙНЫХ АТМОСФЕРАХ. I. ЗАДАЧА О ДИФФУЗНОМ ОТРАЖЕНИИ

Ж. М. ДЛУГАЧ, Э. Г. ЯНОВИЦКИЙ

Поступила 28 ноября 1984

Принята к печати 12 февраля 1985

Рассматривается плоская атмосфера, освещенная параллельными лучами, которая состоит из произвольного числа однородных слоев. Предлагается метод расчета интенсивности излучения в многослойной среде на произвольных оптических глубинах, основанный на использовании соотношений инвариантности. В частности, рассмотрены случаи, когда один из слоев является полубесконечным, а также, когда многослойная атмосфера прилегает к отражающей свет поверхности. В качестве примера приводятся результаты расчета поля излучения в двухслойной среде, состоящей из слоев, различающихся между собой оптической толщиной, индикатрисой рассеяния и альбедо частиц.

1. *Введение.* К настоящему времени теория переноса монохроматического неполяризованного излучения в однородных плоских атмосферах является практически завершенной областью исследования (см., например, [1—5]. Глубоко развит как аналитический аппарат, так и численные методы, что позволяет решить, вообще говоря, любую задачу в указанной области. Естественно, что следующим этапом должно стать изучение проблемы рассеяния света в плоской неоднородной среде, где оптические свойства изменяются с глубиной.

Простейшим примером такой атмосферы является многослойная среда, состоящая из любого числа однородных плоских слоев. Практическая важность рассмотрения такой модели очевидна: атмосферы звезд и планет, а также многие другие встречающиеся в природе и лабораториях среды, весьма часто можно рассматривать как многослойные. Кроме того, задавая слои достаточно тонкими, можно тем самым аппроксимировать плоскую неоднородную атмосферу, у которой альбедо частиц λ и индикатриса рассеяния $x(\gamma)$ произвольным образом зависят от оптической глубины τ.

Задаче рассеяния света в многослойной атмосфере было посвящено довольно много работ (см., например, далеко неполный список литературы в статье Т. Ф. Вийка [6]). Однако, насколько нам известно, достаточно подробное исследование указанной проблемы так и не было проведено.

Например, в важных, на наш взгляд, в этой области работах [7—9] рассматривались либо слои большой оптической толщины, либо основное внимание было уделено определению поля излучения на границах между слоями.

Цель первой части настоящей работы состоит в том, чтобы построить и численно реализовать эффективный алгоритм решения следующей задачи. Дана плоская атмосфера, освещенная параллельными лучами и состоящая из произвольного числа однородных слоев. Требуется определить поле излучения в такой среде, т. е. решить задачу о диффузном отражении для многослойной атмосферы. Вторая часть работы посвящена задаче Милна. Заметим, что для каждого отдельно взятого однородного слоя соответствующая проблема считается решенной.

2. *Поле излучения в многослойной атмосфере.* Рассмотрим плоскую атмосферу оптической толщины τ_0, состоящую из n слоев оптической толщины $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n \left(\tau_0 = \sum_{j=1}^{n} \tau_j\right)$, освещенную со стороны первого слоя параллельными лучами, падающими под углом $\arccos \mu_0$ при азимуте φ_0 и создающими освещенность π перпендикулярной к ним площадки (рис. 1). Оптические свойства каждого слоя характеризуются индикатрисой рассеяния $x_j(\gamma)$ (γ — угол рассеяния) и альбедо частиц λ_j. Для такой многослойной среды обозначим через $I_{1,n}(\tau, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)$ интенсивность диффузного излучения, которое распространяется на оптической глубине τ в направлении $\arccos \mu$ при азимуте $\varphi (\tau \in [0, \tau_0])$. Пусть $I_j(\tau, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)$ есть решение задачи о диффузном отражении для j-го однородного слоя, взятого в отдельности ($\tau \in [0, \tau_j]$), а $I_{j,n}(\tau, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)$ — та же величина для многослойной среды, у которой сверху отброшено $j-1$ слоев. Обозначим

$$I_j(0, -\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = \rho_j(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)\, \mu_0, \tag{1}$$

$$I_j(\tau_j, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = \sigma_j(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)\, \mu_0, \tag{2}$$

где ρ_j и σ_j — коэффициенты отражения и пропускания j-го слоя ($j = 1, 2, \ldots, n$). Аналогичным образом определяются коэффициенты отражения и пропускания многослойной атмосферы.

Необходимо подчеркнуть, что решение задачи о диффузном отражении для однородного слоя конечной оптической толщины не представляет особых трудностей. Например, эффективным методом расчета коэффициентов отражения и пропускания света таким слоем является метод удвоения слоев ван де Хюлста [10]. В рамках этого метода без итераций, путем простого интегрирования весьма легко найти интенсивность излучения внутри слоя в произвольном числе точек [11]. Поэтому в дальнейшем будем считать, что для каждого отдельного слоя j нам известны коэффициенты отражения и пропускания, а также интенсивность излучения для ряда значений оптической глубины.

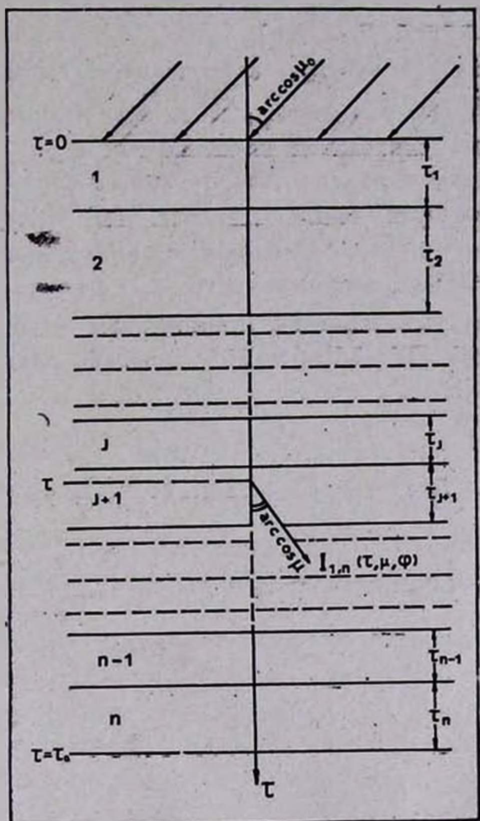

Рис. 1.

Перейдем непосредственно к решению поставленной задачи. Как обычно, предположим, что индикатриса рассеяния в каждом слое может быть представлена разложением в ряд Фурье по азимуту, а именно:

$$\chi_j(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = \chi_j^{(0)}(\mu, \mu_0) + 2\sum_{m=1}^{N_j} \chi_j^m(\mu, \mu_0)\cos m(\varphi - \varphi_0). \tag{3}$$

Тогда

$$I_j(\tau, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = I_j^{(0)}(\tau, \mu, \mu_0) + 2\sum_{m=1}^{N_j} I_j^{(m)}(\tau, \mu, \mu_0)\cos m(\varphi - \varphi_0) \tag{4}$$

и

$$I_{1,n}(\tau,\ \mu,\ \mu_0,\ \varphi-\varphi_0)=I_{1,n}^{(0)}(\tau,\ \mu,\ \mu_0)+2\sum_{m=1}^{N} I_{1,n}(\tau,\ \mu,\ \mu_0)\cos m\,(\varphi-\varphi_0), \quad (5)$$

где $N=\max\{N_j\}$ $(j=1,\ 2,\ \ldots,\ n)$.

Рассмотрим сначала нулевую азимутальную гармонику, т. е. будем искать величину $I_{1,n}^{(0)}(\tau,\ \mu,\ \mu_0)=I_{1,n}(\tau,\ \mu,\ \mu_0)$. Начнем с двухслойной атмосферы, которая состоит из слоев „$n-1$“ и „n“. Верхний $n-1$-ый слой освещен сверху параллельным пучком, а снизу — диффузным излучением интенсивности $I_{n-1,n}(\tau_{n-1},\ -\mu,\ \mu_0)$. Нижний же n-ый слой освещен лишь сверху как ослабленным параллельным пучком, так и диффузным излучением интенсивности $I_{n-1,n}(\tau_{n-1},\ \mu,\ \mu_0)$. Используя стандартный прием, связанный с применением обобщенного принципа инвариантности (см. [12—14]), можно записать следующие соотношения ($\mu\in[-1,\ +1]$):

$$I_{n-1,n}(\tau,\ \mu,\ \mu_0)=I_{n-1}(\tau,\ \mu,\ \mu_0)+I_{n-1,n}(\tau_{n-1},\ \mu,\ \mu_0)\,e^{\frac{\tau_{n-1}-\tau}{\mu}}\,\theta(-\mu)+$$

$$+2\int_0^1 I_{n-1}(\tau_{n-1}-\tau,\ -\mu,\ \mu')\,I_{n-1,n}(\tau_{n-1},\ -\mu',\ \mu_0)\,d\mu', \quad (6)$$

$$(\tau\in[0,\ \tau_{n-1}])$$

$$I_{n-1,n}(\tau_{n-1}+\tau,\ \mu,\ \mu_0)=I_n(\tau,\ \mu,\ \mu_0)\,e^{-\tau_{n-1}/\mu_0}+$$

$$+I_{n-1,n}(\tau_{n-1},\ \mu,\ \mu_0)\,e^{-\tau/\mu}\,\theta(\mu)+$$

$$+2\int_0^1 I_n(\tau,\ \mu,\ \mu')\,I_{n-1,n}(\tau_{n-1},\ \mu',\ \mu_0)\,d\mu'. \quad (\tau\in[0,\ \tau_n]). \quad (7)$$

Здесь $\theta(\mu)$ — единичная функция скачка ($\theta(\mu)=1$ для $\mu\geqslant 0$ и $\theta(\mu)=0$ для $\mu<0$).

Полагая в (6) и (7) соответственно $\tau=\tau_{n-1}$ и $\tau=0$ и учитывая (1) и (2), получаем систему уравнений для определения интенсивности излучения на границе между слоями:

$$I_{n-1,n}(\tau_{n-1},\ \mu,\ \mu_0)=\sigma_{n-1}(\mu,\ \mu_0)\,\mu_0+$$

$$+2\int_0^1 \rho_{n-1}(\mu,\ \mu')\,I_{n-1,n}(\tau_{n-1},\ -\mu',\ \mu_0)\,\mu'\,d\mu', \quad (8)$$

$$I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, -\mu, \mu_0) = \rho_n(\mu, \mu_0)\, e^{-\tau_{n-1}/\mu_0}\mu_0 + $$
$$+ 2\int_0^1 \rho_n(\mu, \mu')\, I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu', \mu_0)\,\mu' d\mu'. \qquad (9)$$

Что же касается коэффициентов отражения и пропускания света двухслойной атмосферой, то, полагая в (6) и (7) соответственно $\tau = 0$ и $\tau = \tau_n$, для их нахождения получим такие выражения:

$$\rho_{n-1,n}(\mu, \mu_0)\,\mu_0 = \rho_{n-1}(\mu, \mu_0)\,\mu_0 + I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, -\mu, \mu_0)\, e^{-\tau_{n-1}/\mu} +$$
$$+ 2\int_0^1 \sigma_{n-1}(\mu, \mu')\, I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, -\mu', \mu_0)\,\mu' d\mu', \qquad (10)$$

$$\sigma_{n-1,n}(\mu, \mu_0)\,\mu_0 = \sigma_n(\mu, \mu_0)\, e^{-\tau_{n-1}/\mu_0}\mu_0 + I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0)\, e^{-\tau_n/\mu} +$$
$$+ 2\int_0^1 \sigma_n(\mu, \mu')\, I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu', \mu_0)\,\mu' d\mu'. \qquad (11)$$

Так как величины ρ_n и σ_{n-1} считаются известными, то $I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \pm\mu, \mu_0)$ можно найти, решив систему уравнений (8) и (9) методом последовательных приближений (доказательство сходимости этого процесса в более сложном случае двух смежных полупространств приведено в работе [7]). После этого полное решение задачи для двухслойной атмосферы легко получить, воспользовавшись уравнениями (6) и (7).

Аналогично, последовательно доращивая двухслойную атмосферу сначала $n-2$-ым слоем, затем $n-3$-им, ..., j-ым, для многослойной среды, состоящей из $n-j+1$ слоев, можно записать ($\mu \in [-1, +1]$, $j = n-1, n-2, \ldots, 1$)

$$I_{j,n}(\tau, \mu, \mu_0) = I_j(\tau, \mu, \mu_0) + I_{j,n}(\tau_j, \mu, \mu_0)\, e^{\frac{\tau_j-\tau}{\mu}}\,\theta(-\mu) +$$
$$+ 2\int_0^1 I_j(\tau_j - \tau, -\mu, \mu')\, I_{j,n}(\tau_j, -\mu', \mu_0)\, d\mu', \qquad (\tau \in [0, \tau_j]) \qquad (12)$$

$$I_{j,n}(\tau_j+\tau,\ \mu,\ \mu_0)=I_{j+1,n}(\tau,\ \mu,\ \mu_0)\,e^{-\tau_j/\mu_0}+I_{j,n}(\tau_j,\ \mu,\ \mu_0)\,e^{-\tau/\mu}\,\theta(\mu)+$$
$$+2\int\limits_0^1 I_{j+1,n}(\tau,\ \mu,\ \mu')\,I_{j,n}(\tau_j,\ \mu',\ \mu_0)\,d\mu' \qquad (13)$$
$$\left(\tau\in\left[0,\ \tau^*_{j+1}=\sum_{i=j+1}^{n}\tau_i\right]\right).$$

Из (12) и (13) легко получить ($\mu\in[0,\ 1]$)

$$I_{j,n}(\tau_j,\ \mu,\ \mu_0)=\sigma_j(\mu,\ \mu_0)\,\mu_0+2\int\limits_0^1\rho_j(\mu,\ \mu')\,I_{j,n}(\tau_j,\ -\mu',\ \mu_0)\,\mu'd\mu', \qquad (14)$$

$$I_{j,n}(\tau_j,\ -\mu,\ \mu_0)=\rho_{j+1,n}(\mu,\ \mu_0)\,e^{-\tau_j/\mu_0}\,\mu_0+$$
$$+2\int\limits_0^1 I_{j,n}(\tau_j,\ \mu',\ \mu_0)\,\rho_{j+1,n}(\mu,\ \mu')\,\mu'd\mu', \qquad (15)$$

$$\rho_{j,n}(\mu,\ \mu_0)\,\mu_0=\rho_j(\mu,\ \mu_0)\,\mu_0+I_{j,n}(\tau_j,\ -\mu,\ \mu_0)\,e^{-\tau_j/\mu}+$$
$$+2\int\limits_0^1 I_{j,n}(\tau_j,\ -\mu',\ \mu_0)\,\sigma_j(\mu,\ \mu')\,\mu'd\mu', \qquad (16)$$

$$\sigma_{j,n}(\mu,\ \mu_0)\,\mu_0=\sigma_{j+1,n}(\mu,\ \mu_0)\,e^{-\tau_j/\mu_0}\,\mu_0+I_{j,n}(\tau_j,\ \mu,\ \mu_0)\,e^{-\tau^*_{j+1}/\mu}+$$
$$+2\int\limits_0^1\sigma_{j+1,n}(\mu,\ \mu')\,I_{j,n}(\tau_j,\ \mu',\ \mu_0)\,\mu'd\mu'. \qquad (17)$$

Соотношения (13), (15) и (17) являются рекуррентными по j при начальном условии $\rho_{n,n}\equiv\rho_n$, $\sigma_{n,n}\equiv\sigma_n$, $I_{n,n}\equiv I_n$. Используя их последовательно для $j=n-1,\ n-2,\ \ldots$ и, наконец, $j=1$, можно полностью решить поставленную задачу для нулевой гармоники, т. е. в многослойной атмосфере определить $I_{1,n}(\tau,\ \mu,\ \mu_0)$ на любой глубине.

Очевидно, что уравнения (12)—(17) справедливы для всех азимутальных гармоник. Единственная особенность, которая возникает при $m\neq 0$, заключается в том, что по мере роста номера m, как видно из формул (3)—(5), гармоники индикатрисы рассеяния в некоторых слоях могут обратиться в нуль и, следовательно, станут равными нулю и соответствующие значения $I_j^{(m)}(\tau, \mu, \mu_0)$. Это приводит к тому, что для этих значений m и j часть слагаемых в соотношениях (12)—(15) просто исчезнет.

Итак, для определения поля диффузного излучения в многослойной среде требуется:

1) для каждого из слоев рассчитать гармоники коэффициентов отражения и пропускания, а также интенсивности излучения для выбранного ряда значений оптических глубин;

2) используя соотношения (12)—(17) последовательно для всех значений j от $j=n-1$ до $j=1$, вычислить все гармоники интенсивности излучения на тех же глубинах, на которых они известны внутри каждого слоя.

Отметим, что в многослойной атмосфере для всех гармоник интенсивности излучения на границах между слоями выполняются следующие интегральные соотношения:

$$\int_{-1}^{1} I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, \mu', \mu_0)\, I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, -\mu', \mu)\, \mu' d\mu' =$$

$$= \mu_0 \int_0^1 \sigma_j^{(m)}(\mu', \mu_0)\, I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, -\mu', \mu)\, \mu' d\mu' -$$

$$- \mu \int_0^1 \sigma_j^{m}(\mu', \mu)\, I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, -\mu', \mu_0)\, \mu' d\mu' =$$

$$= \mu e^{-\tau_j/\mu} \int_0^1 \rho_{j+1,n}^{(m)}(\mu', \mu)\, I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, \mu', \mu_0)\, \mu' d\mu' -$$

$$- \mu_0 e^{-\tau_j/\mu_0} \int_0^1 \rho_{j+1,n}^{(m)}(\mu', \mu_0)\, I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, \mu', \mu)\, \mu' d\mu', \qquad (18)$$

которые можно получить из (14) и (15), используя способ, описанный в [15]. Для $\mu \neq \mu_0$ выражения (18) могут быть, в частности, использованы для контроля точности проведенных расчетов.

Обратим внимание на основные особенности предлагаемого метода расчета поля излучения в многослойной среде.

Уравнения (12)—(17) были получены нами для многослойной атмосферы при наращивании слоев *снизу—вверх*. Этот момент имеет принципиальное значение. Дело заключается в том, что поле излучения в *неоднородной* среде зависит от того, какая из границ слоя (верхняя или нижняя) освещена. В каждом случае оно будет *различным*. При наращивании слоев снизу—вверх и использовании принципа инвариантности для вывода уравнений (12)—(17) оказывается, что среда, для которой необходимо учитывать освещение снизу, состоит из *одного однородного* слоя, а интенсивность излучения в однородном слое не зависит от того, какая из границ этого слоя освещена. Если же наращивать слои сверху—вниз, то при выводе уравнений (12)—(17) для $j > 2$ необходимо учитывать уже освещение снизу среды, состоящей из $j-1$ слоев. Это приводит к необходимости построения еще одной системы уравнений типа (12)—(17) для атмосферы, освещенной снизу, что заметно усложняет весь алгоритм расчета и вдвое увеличивает число вычисляемых функций. На целесообразность введения «обратного» отсчета оптических глубин для неоднородных сред было указано одним из авторов настоящей работы еще в 1963 г. в [16]. В случае рассеяния поляризованного излучения на этот факт обратил внимание также Такашима [17], кроме того, его использовал также Т. Ф. Вийк [9].

Изложенный метод обладает внутренней целостностью, так как фактически основан на одной идее — идее сложения слоев. Это заметным образом упрощает его программное воплощение. Однако он гораздо экономичнее обычного метода сложения, применявшегося, в частности, в [18], по двум причинам: 1) при его использовании итерационный процесс необходим лишь при вычислении интенсивности на границах между слоями; на всех же остальных глубинах весь расчет сводится лишь к простому интегрированию; 2) обычный метод сложения слоев обязательно требует учета освещения многослойной среды снизу, т. е. требует расчета вдвое большего числа функций.

Недостатком метода является то, что при его использовании требуется хранить большую информацию (значения интенсивности излучения на требуемых глубинах во всех слоях).

В заключение этого раздела заметим, что общая схема применявшихся рассуждений близка к той, которая использовалась в работе [7], где изучалось поле излучения на границах между оптически толстыми слоями в многослойной атмосфере. Найденные уравнения могут быть также получены из соотношений инвариантности, приведенных в [6] и [9].

3. *Возможные модификации.*

А) Многослойная среда прилегает к полубесконечной атмосфере.

Очевидно, что предложенная выше схема расчета поля излучения остается прежней. Единственное отличие состоит в том, что для полубесконечного слоя коэффициент отражения $\rho_n^-(\mu, \mu_0)$ целесообразно вычислять, применяя метод, изложенный в [19], а интенсивность внутри полубесконечного слоя — методом, предложенным в [13, 20].

Б) Многослойная среда ограничена отражающей свет поверхностью.

Нетрудно видеть, что и такая модель легко сводится к уже изученному выше случаю. Пусть n-ый слой является поверхностью, для которой известен закон отражения

$$\rho_s(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = \rho_s^{(0)}(\mu, \mu_0) + 2\sum_{m=1}^{L} \rho_s^{(m)}(\mu, \mu_0)\cos m(\varphi - \varphi_0). \qquad (19)$$

Полагая в выражениях (14) и (15) $j = n - 1$ и $\rho_n = \rho_s$, получаем систему уравнений для определения $\overline{I}_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0)$ (черта сверху означает, что рассматривается среда с отражающей поверхностью), справедливую для всех азимутальных гармоник. После определения величин $\overline{I}_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0)$ весь процесс расчета поля излучения в рассматриваемой среде сводится к уже рассмотренному выше последовательному использованию соотношений (12)—(17) для $j = n - 2$, $n - 3, \ldots, 1$.

В простейшем случае изотропно отражающей свет поверхности, когда $\rho_s(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = A = \text{const}$, она оказывает влияние лишь на усредненную по азимуту интенсивность излучения. В этом случае для $\overline{I}_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0)$, воспользовавшись (14) и (15), получаем явные выражения ($\mu \in [0, 1]$)

$$\overline{I}_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0) = \sigma_{n-1}(\mu, \mu_0)\mu_0 + \frac{A \cdot A_p(\mu, \tau_{n-1})\, V(\mu_0, \tau_{n-1})}{1 - AA_s(\tau_{n-1})}\mu_0, \qquad (20)$$

$$\overline{I}_{n-1,n}(\tau_{n-1}, -\mu, \mu_0) = \frac{A \cdot V(\mu_0, \tau_{n-1})}{1 - AA_s(\tau_{n-1})}\mu_0, \qquad (21)$$

где

$$A_s(\tau_{n-1}) = 4\int_0^1 \mu\, d\mu \int_0^1 \rho_{n-1}(\mu, \mu')\mu' d\mu', \qquad (22)$$

$$A_p(\mu, \tau_{n-1}) = 2\int_0^1 \rho_{n-1}(\mu_0, \mu)\mu_0 d\mu_0, \qquad (23)$$

$$V(\mu_0, \tau_{n-1}) = 2\int_0^1 \sigma_{n-1}(\mu, \mu_0)\mu\, d\mu + e^{-\tau_{n-1}/\mu_0}. \qquad (24)$$

В) Многослойная среда состоит из слоев большой оптической толщины.

В этом случае возникают существенные упрощения. Для нулевой гармоники поле излучения на границах между слоями вычисляется с помощью формул, полученных в работах [7, 8]. После этого интенсивность излучения внутри слоев вычисляется по формулам (12) и (13), причем в (13) следует отбросить первое слагаемое в правой части. Старшие же $(m \geqslant 1)$ азимутальные гармоники интенсивности излучения, как правило, можно полагать равными нулю во всех слоях, кроме первого.

4. *Результаты расчетов*. В качестве примера использования предлагаемого метода на рис. 2 и 3 приведены некоторые результаты расчета интенсивности диффузного излучения в двухслойной атмосфере, у которой

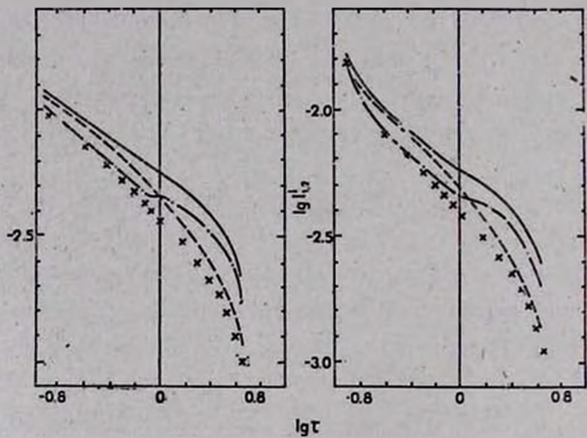

Рис. 2. Изменение с глубиной усредненной по азимуту интенсивности нисходящего $I^{\downarrow}_{1,2}$ и восходящего $I^{\uparrow}_{1,2}$ излучения для $\mu = \mu_0 = 0.198...$ при $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ (сплошная линия), $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 0.95$ (пунктир), $\lambda_1 = 0.95$, $\lambda_2 = 1$ (штрих-пунктир), $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.95$ (крестики).

$\tau_1 = 1$, $\tau_2 = 4$ и рассеяние происходит с индикатрисой рассеяния Хеньи—Гринстейна, причем параметр вытянутости в верхнем слое $g = 0.5$, а в нижнем — $g = 0.75$. На рис. 2 показано поведение с глубиной усредненной по азимуту интенсивности $I_{1,2}(\tau, \mu, \mu_0)$ нисходящего (правая часть рисунка) и восходящего (левая часть рисунка) излучения для $\mu = \mu_0 = 0.0198...$ при $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ (сплошная линия); $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 0.95$ (пунктир); $\lambda_1 = 0.95$, $\lambda_2 = 1$ (штрих-пунктир); $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.95$ (крестики). Рис. 3 относится к случаю $\mu = \mu_0 = 0.980...$. Значения μ и μ_0 есть крайние узлы использовавшейся восьмиточечной гауссовой квадратурной формулы на интервале [0, 1]. Из рисунков видно, что вблизи границы разделов слоев в двухслойной атмосфере зависимость интенсивности излучения от τ становится менее плавной (как показывают расчеты, эта неплавность сохраняется и в том случае, когда рассеяние в обоих слоях изотропное, а слои отличаются друг от друга значениями оптической толщины и альбедо однократного рассеяния). Кроме того, интенсивность нисходящего излучения для $\mu_0 = \mu = 0.198...$ монотонно убывает с глубиной, в то время как при $\mu_0 = \mu = 0.980...$ она сначала возрастает, достигая максимального значения примерно в середине второго слоя, а затем начинает убывать. Это объясняется тем, что во втором случае сказывается влияние оттока фотонов через нижнюю границу среды. В первом же случае ввиду малости μ_0 это влияние пренебрежимо мало.

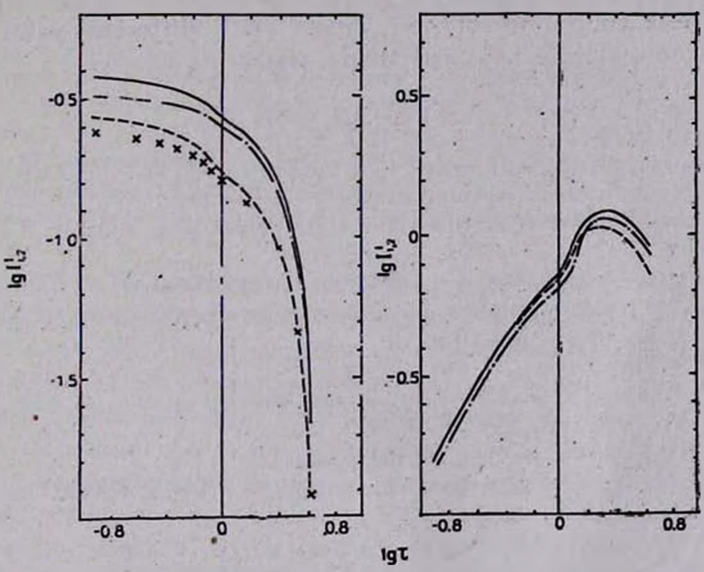

Рис. 3. То же, что на рис. 2, для $\mu = \mu_0 = 0.980...$. Для $I^{\downarrow}_{1,2}$ крестики отсутствуют, так как они практически совпадают с пунктирной кривой.

В заключение заметим, что наши расчеты были проведены для верхнего слоя с шагом $\Delta\tau = 0.125$ и для нижнего слоя $\Delta\tau = 0.5$, т. е. для семнадцати значений оптической глубины. При этом оказалось, что время счета увеличилось лишь примерно на 40% по сравнению с тем, которое требуется для вычисления только коэффициентов отражения и пропускания такой же двухслойной атмосферой методом сложения слоев ван де Хюлста. Это говорит о сравнительно высокой эффективности предлагаемого нами метода расчета внутреннего поля излучения.

Главная астрономическая
обсерватория АН УССР

LIGHT SCATTERING IN MULTI-LAYER ATMOSPHERES
I. THE DIFFUSE REFLECTION PROBLEM

J. M. DLUGACH, E. G. YANOVITSKI

A plane atmosphere illuminated by parallel rays and consisting of an arbitrary number of homogeneous layers is considered. A method is suggested for the computation of the intensity of radiation for any values of the optical depth in a multi-layer atmosphere. This method is based on the use of the invariance principles. In particular, the multi-layer atmosphere with a semi-infinite lower layer as well as the atmosphere overlaying the reflecting surface are considered. As an example, the results are given of the computation of radiation field in the atmosphere consisting of two layers with different values of the anisotropy, optical thickness and single scattering albedo.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Амбарцумян*, Научные труды, т. 1, Ереван, Изд-во АН Арм.ССР, 1960.
2. *С. Чандрасекар*, Перенос лучистой энергии, ИЛ, М., 1953.
3. *В. В. Соболев*, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
4. *В. В. Соболев*, Рассеяние света в атмосферах планет, Наука, М., 1972.
5. *H. C. van de Hulst*, Multiple light scattering. Tables, formulas and applications, vol. I, II, Academic Press, 1980.
6. *Т. Ф. Вийк*, Астрофизика, 17, 735, 1981.
7. *Т. А. Гермогенова, Н. В. Коновалов*, Ж. выч. мат. и мат. физ., 14, 928, 1974.
8. *В. В. Иванов*, Труды АО ЛГУ, 52, 3, 1975.
9. *T. Viik*, Astrophys. Space Sci., 86, 169, 1982.
10. *H. C. van de Hulst*, A New Look at Multiple Scattering, NASA, Institute for Space Studies, N. Y., 1963.
11. *Э. Г. Яновицкий*, Астрон. ж., 56, 833, 1979.
12. *Н. Б. Енгибарян, М. А. Мнацаканян*, ДАН СССР, 217, 533, 1974.
13. *В. В. Иванов*, Астрон. ж., 52, 217, 1975.
14. *Э. Г. Яновицкий*, Астрон. ж., 58, 119, 1981.
15. *Э. Г. Яновицкий*, Астрон. ж., 53, 1063, 1976.
16. *Э. Г. Яновицкий*, Изв. АН СССР, сер. геофизич., № 7, 1140, 1963.
17. *T. Takashima*, J. Quant. Spect. Rad. Transfer, 13, 1229, 1973.
18. *A. A. Lacis, J. E. Hansen*, J. Atmospheric Sci., 31, 118, 1974.
19. *J. M. Dlugach, E. G. Yanovitskij*, Icarus, 22, 66, 1974.
20. *Ж. М. Длугач*, Астрон. ж., 53, 1295, 1976.