А С Т Р О Ф И З И К А

ТОМ 23 ОКТЯБРЬ, 1985 ВЫПУСК 2

УДК: 530.145.6

ГРАВИТАЦИЯ И ВАКУУМНОЕ ПОЛЕ

Р. В. ТЕВИКЯН

Поступила 23 ноября 1984
Принята к печати 5 мая 1985

Предложены уравнения, описывающие частицы со спинами $s = 0$, $1/2$, 1 полностью, то есть описывающие также $2s+2$ предельные поля при $E \to \infty$. Доказано, что обычное действие Гильберта—Эйнштейна для гравитационного поля необходимо дополнить действием для бозе-вакуумного поля. Это означает, что в уравнениях гравитации необходимо ввести космологический член, пропорциональный квадрату напряженности бозе-вакуумного поля. Показано, что теория гравитации описывает три реальности: вещество, поле и вакуумное поле. В теорию поля введена третья форма материи — вакуумное поле.

1. *Введение.* С частицами со спинами $s = 0$, $1/2$, 1 связаны $2s + 2$ предельных полей [1—3] при $E \to \infty$. Можно сказать, что уравнения описывают поле полностью, если они описывают также все связанные с ним предельные поля. Уравнения Клейна—Гордона, Дирака и Прока описывают частицы не полностью, они описывают только предельные поля с максимальной спиральностью. При полном описании поля частиц $s = 0$, $m^2 > 0$ в теорию необходимо ввести бозе—вакуумное поле класса $p_\mu = 0$, представления группы Пуанкаре.

Показано, что действие Гильберта—Эйнштейна [4] необходимо дополнить действием бозе-вакуумного поля. Только в этом случае совокупность физических состояний будет замкнута относительно предельного перехода $E \to \infty$.

2. *Полное описание частиц.* Поле частиц со спином $s = 1$ описывает приводимое представление группы Лоренца

$$D(1, 0) \oplus D(0, 1) \oplus D(1/2, 1/2).$$

В пределе бесконечной энергии частицы $E \to \infty$ и, следовательно, $m \to 0$, приводимое представление распадается и описывает четыре предельных поля со спиральностями $j = \pm 1, 0, -1, +1$, описывающих соответственно представления $D(1, 0) \oplus D(0, 1)$, $D(1/2, 1/2)$, $D(1, 0)$, $D(0, 1)$. Можно сказать, что лагранжиан описывает поле со спином $s=1$ полностью только в том случае, если он также описывает всевозможные предельные поля при $E\to\infty$. Обычное уравнение Прока описывает поле $s=1$ не полностью, так как описывает только одно предельное поле $j=\pm 1$.

Для описания четырех предельных полей лагранжиан должен содержать четыре произвольных параметра.

Лагранжиан, описывающий поле $s=1$ полностью, имеет следующий вид:

$$L=-\frac{1}{2}(a_1F^-_{\mu\nu}+a_2F^+_{\mu\nu})(\partial^\mu \dot{A}^\nu-\partial^\nu \dot{A}^\mu)-$$

$$-\frac{1}{2}(a_1\dot{F}^-_{\mu\nu}+a_2\dot{F}^+_{\mu\nu})(\partial^\mu A^\nu-\partial^\nu A^\mu)+\frac{1}{2}m_1\dot{F}_{\mu\nu}F^{\mu\nu}+m_2\dot{A}_\mu A^\mu, \quad (1)$$

где

$$F_{\mu\nu}=-F_{\nu\mu}, \qquad F^\pm_{\mu\nu}=\frac{1}{2}(F_{\mu\nu}\pm i\tilde{F}_{\mu\nu}), \qquad \dot{F}^\pm_{\mu\nu}=(F^\pm_{\mu\nu})^*,$$

а тильда означает дуальное сопряжение.

Лагранжиан (1) содержит четыре реальных параметра a_1, a_2, m_1, m_2. С помощью каких-либо преобразований исключить какой-нибудь параметр невозможно, так как они принимают также и нулевые значения. Если все параметры отличны от нуля, тогда лагранжиан (1) описывает поле $s=1$ с квадратом массы $m^2=\frac{m_1m_2}{a_1a_2}$. Если $m_2=0$, тогда (1) описывает поле со спиральностью $j=\pm 1$, а при $m_1=0$ описывает поле $j=0$. Если $m_2=a_2=0$, тогда лагранжиан описывает $j=-1$, а при $m_2=a_1=0$ поле $j=+1$. Полагая $m_2=a_2=0$, из (1) получим уравнение поля

$$\partial^\nu F^-_{\mu\nu}=0 \quad (2)$$

и дополнительное условие

$$F^-_{\mu\nu}=0. \quad (3)$$

Полученный результат означает, что в пространстве — времени Минковского поле со спиральностью $j=-1$, описывающее представление D (1, 0), не существует в свободном состоянии, то есть оно заперто. Аналогичный результат имеем для поля $j=+1$, описывающего представление D (0, 1). Эти результаты не меняются при введении взаимодействия.

Если, формально, ввести ток в правую часть (2), то получим

$$\partial^\nu F^-_{\mu\nu}=J_\mu. \quad (4)$$

Полагая $F^{-}_{\mu\nu} = H_{\mu\nu} - i\tilde{H}_{\mu\nu}$, $J_{\mu} = I_{\mu} - iK_{\mu}$, где $H_{\mu\nu}$, I_{μ}, K_{μ}—действительные функции, из (4) получим уравнения Максвелла с магнитным монополем

$$\partial^{\nu} H_{\mu\nu} = I_{\mu}, \quad \partial^{\nu} \tilde{H}_{\mu\nu} = K_{\mu}. \tag{5}$$

Из факта отсутствия частиц $j = -1, +1$ в свободном состоянии следует, что не существует функции Лагранжа для магнитного монополя.

В евклидовом пространстве лагранжиан, описывающей поле $s = 1$ полностью, имеет вид:

$$L = -\frac{1}{2}[a_1(F_{\mu\nu} - \tilde{F}_{\mu\nu}) + a_2(F_{\mu\nu} + \tilde{F}_{\mu\nu})](\partial^{\mu}A^{\nu} - \partial^{\nu}A^{\mu}) +$$

$$+ \frac{1}{2}m_1 F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + m_2 A_{\mu}A^{\mu}. \tag{6}$$

Полагая $m_2 = a_2 = 0$, для поля $j = -1$ получим уравнение

$$\partial^{\nu}(F_{\mu\nu} - \tilde{F}_{\mu\nu}) = 0 \tag{7}$$

и дополнительное условие

$$F_{\mu\nu} + \tilde{F}_{\mu\nu} = 0. \tag{8}$$

Таким образом, в евклидовом пространстве частицы со спиральностями $j = -1, +1$ не заперты, существуют в свободном состоянии.

Если на основе (6) ввести поле Янга—Миллса [5] и положить $m_2 = a_1 = 0$ ($m_2 = a_2 = 0$), то получим

$$L = \frac{1}{2}tr(F^{\mu\nu} \pm \tilde{F}^{\mu\nu})(\partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu} + [A_{\mu}, A_{\nu}]) - \frac{1}{2g^2}trF_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \tag{9}$$

где неабелевы поля A_{μ}, $F_{\mu\nu}$ — матрицы в изотопическом пространстве. Из (9) следуют обычные дуальные уравнения.

Поле частиц со спином $s = 1/2$ описывает приводимое представление группы Лоренца

$$D(1/2, 0) \oplus D(0, 1/2).$$

В пределе бесконечной энергии частиц $E \to \infty$ и, следовательно $m \to 0$, приводимое представление распадается и мы имеем три предельных поля со спиральностями

$$= \pm 1/2, \ -1/2, \ +1/2,$$

описывающих соответственно представления

$$D(1/2,\ 0) \oplus D(0,\ 1/2), \quad D(1/2,\ 0), \quad D(0,\ 1/2).$$

Можно сказать, что уравнение описывает поле $s = 1/2$ полностью только в том случае, если оно описывает также три предельных поля при $E \to \infty$.

Уравнение Дирака описывает поле $s = 1/2$ не полностью, так как при $E \to \infty$ описывает только поле со спиральностью $j = \pm 1/2$ и не описывает предельные поля $j = -1/2,\ +1/2$.

Функция Лагранжа, описывающая поле со спином $s = 1/2$ полностью, имеет следующий вид:

$$L = \frac{1}{2} i \left[\bar{\psi}\gamma^\mu (a_1\eta_L + a_2\eta_R)\, \partial_\mu\psi - \partial_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu (a_1\eta_L + a_2\eta_R)\, \psi\right] - m_1\bar{\psi}\psi, \tag{10}$$

где γ^μ — матрица Дирака, $\eta_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$, $\eta_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$ — матрицы проектирования, $\gamma_5^2 = 1$. Лагранжиан содержит три произвольных параметра a_1, a_2, m_1. Если все параметры отличны от нуля, тогда лагранжиан описывает поле $s = 1/2$ с квадратом массы $m^2 = \frac{m_1^2}{a_1 a_2}$. При $m_1 = 0$ лагранжиан описывает поле $j = \pm 1/2$. Если $m_1 = a_2 = 0$, то он описывает поле $j = -1/2$, а при $m_1 = a_1 = 0$ — поле $j = +1/2$.

Таким образом, лагранжиан (10) описывает поле со спином $s = 1/2$ полностью.

Исследуя частицы с высшими спинами, мы пришли к убеждению, что не существует функции Лагранжа, удовлетворяющей необходимым физическим требованиям, которая описывала бы полностью частицы $s \geqslant 3/2$.

Только частицы со спинами $s = 0,\ 1/2,\ 1$ можно описать полностью.

Полное описание поля частиц есть физическое требование.

3. *Вакуумное поле.* Согласно Вигнеру [1], представления группы Пуанкаре разбиваются на четыре класса:

$$m^2 > 0, \quad m = 0, \quad p_\mu = 0, \quad m^2 < 0. \tag{11}$$

Это означает, что физическая материя может существовать в четырех формах. Третья форма материи, $p_\mu = 0$, есть вакуумное поле.

Конечномерное представление группы Лоренца, D (A, B), характеризуется двумя числами: A, B = 0, 1/2, 1, ... Физическое поле, описывающее представление D (A, B), есть поле частиц со спиральностью $j = B - A$. В виртуальном состоянии, то есть вне массовой поверхности, указанным частицам необходимо приписать спин $s = A + B$. Эти соотношения справедливы при условии $A+B\neq 0$. Аналогичные соотношения, полученные в работе Вайнберга [6], не вполне корректны. Полученное ограничение $(A+B\neq 0)$ связано с тем фактом, что поле со скалярной напряженностью описывает представление D (0, 0) и относится к классу $p_\mu=0$. Это есть вакуумное поле, поле без частиц, и говорить о спине и о спиральности этого объекта не имеет смысла.

Поле частиц со спином $s=0$ описывает приводимое представление $D(1/2,\ 1/2)\oplus D(0,\ 0)$ и при энергии частиц $E\to\infty$ распадается на два предельных поля, описывающих представления $D(1/2,\ 1/2)$ и $D(0,\ 0)$. Это поле со спиральностью $j=0$ и вакуумное поле.

Уравнение Клейна—Гордона описывает поле $s=0$ не полностью, так как оно не описывает вакуумное поле в пределе $E\to\infty$. Лагранжиан может описать поле $s=0$ полностью только в том случае, если он также описывает два предельных поля и, следовательно, должен содержать два параметра. Всем этим условиям удовлетворяет лагранжиан

$$L=\varphi^\mu\,\partial_\mu\varphi-\frac{1}{2}m_1\varphi^\mu\,\varphi_\mu-\frac{1}{2}m_2\varphi^2, \tag{12}$$

где $m^2=m_1m_2$. При $m_2=0$ лагранжиан описывает поле со спиральностью $j=0$, а при $m_1=0$ описывает вакуумное поле со скалярной напряженностью, удовлетворяющее уравнению $\partial_\mu\varphi=0$, с общим решением $\varphi=\mathrm{const}$.

Введенное вакуумное поле связано с бозе-системой $s=0$, $m^2>0$ и является бозе-вакуумным полем. Таким образом, для полного описания предела $E\to\infty$ поля частиц $s=0$, $m^2>0$, необходимо ввести бозе-вакуумное поле.

Аналогичным образом можно ввести ферми-вакуумное поле, описывающее представление $D(0,\ 0)$, класса $p_\mu=0$ и связанное с ферми-системой тахионов [7] $s=0$, $m^2<0$.

Представления группы Пуанкаре удобно разбить на две части. К первой части относятся поля, связанные с полем $m^2>0$. Они разбиваются на три класса:

$$m^2>0,\quad m'=0,\quad p'_\mu=0, \tag{13}$$

где $m'=0$ соответствуют полям $m^2>0$, $m\to 0$, а $p'_\mu=0$ — бозе-вакуумное поле.

Ко второй части относятся поля, связанные с полем $m^2<0$. Они также разбиваются на три класса:

$$m''=0,\quad p''_\mu=0,\quad m^2<0, \tag{14}$$

где $m''=0$ соответствуют полям $m^2<0$, $m\to 0$, а $p''_\mu=0$ — ферми-вакуумное поле.

Обычно вводимые бозе- и ферми-вакуумы [2] справедливы только при описании двух форм материи, $m^2 > 0$, $m' = 0$, и, следовательно, пуанкаре-нековариантны.

Введенные нами бозе- и ферми-вакуумные поля обобщают обычные бозе- и ферми-вакуумы и справедливы при описании всех четырех форм материи и, следовательно, пуанкаре-ковариантны.

На основе лагранжиана (12) видим, что поле класса $m^2 > 0$ и $s = 0$ тесно связано с бозе-вакуумным полем $p_\mu' = 0$, и их разъединить нельзя.

Таким образом, приходим к выводу: совокупность физических полей, относящихся к классам $m^2 > 0$, $m' = 0$, будет замкнута при $E \to \infty$ только в том случае, если ее дополнить бозе-вакуумным полем класса $p_\mu' = 0$. Следовательно, представления группы Пуанкаре первой части (13)

$$m^2 > 0, \quad m' = 0, \quad p_\mu' = 0$$

замкнуты относительно предельного перехода $E \to \infty$. Аналогично, вторая половина группы Пуанкаре

$$m'' = 0, \quad p_\mu'' = 0, \quad m^2 < 0$$

также замкнута относительно $E \to \infty$.

4. *Гравитация и бозе-вакуумное поле.* Если лоренц-инвариантность выполняется глобально, как это имеет место в пространстве — времени Минковского, тогда физическая теория не зависит от напряженности вакуумного поля.

Но картина резко меняется, если лоренц-инвариантность выполняется локально, как в пространстве — времени Римана; в этом случае физическая теория, как это увидим, существенно зависит от напряженности бозе-вакуумного поля.

В общей теории относительности действие для системы полей необходимо записать в виде

$$S = S_g + S_B + S_m, \tag{15}$$

где S_g — действие для гравитационного поля, S_B — действие для бозе-вакуумного поля класса $p_\mu' = 0$, S_m — действие для остальных полей классов $m^2 > 0$, $m' = 0$. В равенстве (15) мы учли всевозможные состояния классов $m^2 > 0$, $m' = 0$, $p_\mu' = 0$, и следовательно, совокупность полей замкнута относительно предельного перехода $E \to \infty$.

Обычное действие Гильберта—Эйнштейна [4]

$$S_{\text{Г—Э}} = S_g + S_m \tag{16}$$

не содержит бозе-вакуумного поля, и по этой причине совокупность полей не замкнута относительно перехода $E \to \infty$.

Подставляя выражения для действий в (15), получим:

$$S = -\frac{1}{2\varkappa}\int R\sqrt{-g}d^4x + \int\left(\varphi^\nu\partial_\nu\varphi - \frac{1}{2}m_2\varphi^2\right)\sqrt{-g}d^4x + \int L_m\sqrt{-g}d^4x. \tag{17}$$

Отсюда следует

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \frac{1}{2}\varkappa m_2 g_{\mu\nu}\varphi^2 = \varkappa T_{\mu\nu},$$
$$\partial_\mu\varphi = 0, \tag{18}$$

где $m_2 = \pm 1$, φ — напряженность бозе-вакуумного поля. Таким образом, в уравнениях Эйнштейна необходимо ввести космологический член [8] $\Lambda = \frac{1}{2}\varkappa m_2\varphi^2$.

Уравнения Эйнштейна с космологическим членом описывают в пространстве — времени Римана три формы материи, $m^2 > 0$, $m' = 0$, $p'_\mu = 0$. Справедливо и обратное утверждение: только в искривленном пространстве — времени можно описать три формы материи.

Уравнения Максвелла описывают, как это было показано Лоренцем, две формы материи, $m^2 > 0$, $m' = 0$, в пространстве — времени Минковского.

Уравнение Ньютона описывает одну форму материи, $m^2 > 0$, в пространстве — времени Ньютона.

Методом вторичного квантования, то есть методом квантования двух форм материи, $m^2 > 0$, $m' = 0$, невозможно квантование теории гравитации, теории, которая описывает три формы материи, $m^2 > 0$, $m' = 0$,

Теория гравитации не содержит ферми-вакуумного поля, и по этой причине в ней нет естественного места для фермиона [9].

Описание всех четырех форм материи является основой единой теории поля.

Автор выражает признательность Г. С. Саакяну и С. Г. Матиняну за обсуждение работы.

Ереванский физический
институт

GRAVITATION AND VACUUM FIELD

R. V. TEVIKIAN

Equations describing particles with spins $s=0$, 1/2, 1 completely, i. e. describing also $2s+2$ limiting fields at $E \to \infty$, are suggested. It s proved that the usual Hilbert-Einstein action for the gravitational field should be added by the action for the bose-vacuum field. This implies that it is necessary to introduce a cosmological term proportional to the squared bose-vacuum field strength into the gravitation equations. The gravitation theory is shown to describe three realities: substance, field and vacuum field. The third form of matter, i. e. vacuum field is introduced to the field theory.

ЛИТЕРАТУРА

1. *E. Wigner*, Ann. Math., 40, 141, 1939.
2. *Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков*, Введение в теорию квантованных полей, Наука, М., 1973; *Ф. И. Федоров*, Группа Лоренца, Наука, М., 1979.
3. *R. V. Tevikian*, Nucl. Phys., B64, 397, 1973; B93, 74, 1975; Phys. Lett., 83A, 49, 1981.
4. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория поля, Наука, М., 1973.
5. *C. N. Yang, R. L. Mills*, Phys. Rev., 96, 191, 1954.
6. *S. Weinberg*, Phys. Rev., B134, 882, 1964.
7. *G. Feinberg*, Phys. Rev., 159, 1089, 1968.
8. *Я. Б. Зельдович*, УФН, 95, 209, 1968.
9. *J. Wheeler*, Ann. Phys., 2, 604, 1957.