АСТРОФИЗИКА

ТОМ 23 ОКТЯБРЬ, 1985 ВЫПУСК 2

УДК: 524.68

ЭНЕРГЕТИКА ГАЛАКТИЧЕСКОГО ФОНТАНА

И. Г. КОВАЛЕНКО, Ю. А. ЩЕКИНОВ

Поступила 13 июля 1984
Принята к печати 3 июля 1985

Рассмотрена задача о распространении ударной волны от вспышки сверхновой в межзвездной среде с экспоненциальным законом распределения плотности. Особое внимание уделено учету влияния объемных потерь энергии на динамику фронта УВ. Показано, что максимальная высота над плоскостью Галактики, которой может достигать ударная волна, составляет $\simeq 800$ пс. При этом на нагрев межзвездного газа идет около 10% энергии взрыва сверхновой.

1. *Введение.* В настоящее время имеются многочисленные данные, свидетельствующие о существовании в нашей Галактике газового гало, простирающегося на расстояния в несколько килопарсек от ее плоскости симметрии (см. [1]). Одним из механизмов, способным обеспечивать поступление вещества и энергии в газовое гало, является «галактический фонтан» — выброс вещества из газовой составляющей плоской подсистемы Галактики на большие высоты под действием динамического давления ударных волн, генерируемых взрывами сверхновых. Идея о галактическом фонтане была высказана Шапиро и Филдом [2] и получила дальнейшее развитие в работах [3, 4].

Действие галактического фонтана связывается с явлением «прорыва атмосферы», описанным впервые в работе Компанейца [5]. Суть этого явления состоит в следующем: в плоской атмосфере с экспоненциальным распределением плотности скорость фронта ударной волны на достаточно больших временах в направлении, противоположном градиенту плотности, изменяется как $u_{\rm SH} \propto \rho^{-1/2} \propto e^{z/2z_0}$ (z увеличивается в сторону уменьшения плотности, z_0 — шкала высот), поэтому за конечное время, равное $\tau = \int\limits_0^\infty \frac{dz}{u_{\rm SH}}$, фронт ударной волны уходит на бесконечность. Если учесть, что плотность межзвездного газа изменяется с высотой экспоненциально, то взрывы сверхновых могут приводить к „прорыву" межзвездной среды и к выбросу горячего газа в гало.

Эффекты, связанные с градиентом плотности межзвездной среды, начинают сказываться на динамике остатка сверхновой на таких стадиях его эволюции, когда размер остатка R становится сравним с масштабом высоты z_0. На малых временах, когда $R < z_0$, фронт ударной волны имеет форму, близкую к сферической, а скорость фронта убывает с течением времени по закону $u_{SH} \propto t^{-a}$, где показатель $a \simeq 0$ на стадии свободного разлета, $a \simeq 3/5$ на стадии Седова и $a \simeq 5/7$ на стадии расширения с высвечиванием. На больших временах, когда $R \gtrsim z_0$, скорость тех участков фронта, которые движутся в направлении уменьшения плотности (назовем их верхними), быстро увеличивается со временем. Это означает, что существует момент времени, при котором скорость верхних участков достигает минимума. Прорыв межзвездной среды будет возможен только в том случае, когда эта минимальная скорость заметно превышает скорость звука в окружающем газе v_s, так что ударная волна остается на всех этапах сильной. Если же в точке минимума скорость фронта оказывается сравнимой со скоростью звука v_s, то ударная волна затухает и прорыв становится невозможным. Неравенство $\min(u_{SH}) > v_s$ определяет минимальную энергию $E_{0\,\min}$, выделяемую при взрыве сверхновой, которая в состоянии обеспечить прорыв межзвездной среды при заданных параметрах $\rho_0 = \rho(z = 0)$ и z_0, характеризующих распределение плотности газа (оценку $E_{0\,\min}$ мы приведем в следующем разделе).

При распространении ударных волн в межзвездной среде существенны потери механической энергии на излучение. Высвечивание приводит к тому, что скорость фронта ударной волны в каждый данный момент при прочих равных условиях оказывается меньше, чем в отсутствие высвечивания. Это в свою очередь повышает требования к энергетике взрыва, способного привести к «прорыву» слоя межзвездного газа. Получению этих требований посвящена настоящая работа.

2. *Динамика остатка сверхновой на стадии высвечивания.* Остановимся вначале коротко на случае однородного распределения межзвездного вещества. В наших оценках влияния объемных потерь энергии за фронтом ударной волны на динамику остатка сверхновой мы будем основываться на приближенном методе, предложенном Компанейцем [5] для адиабатических ударных волн, при распространении которых объемные потери энергии несущественны. Идея метода состоит в следующем: предполагается, что энергия, выделившаяся при взрыве, равномерно распределяется по объему, ограниченному фронтом ударной волны. В этом случае скорость

фронта сильной ударной волны (число Маха $M \gg 1$) будет определяться выражением:

$$u^2 = \frac{\lambda(\gamma - 1) E_0}{\rho V(t)}, \tag{1}$$

где γ — показатель адиабаты, ρ — невозмущенная плотность, E_0 — энергия взрыва, V — объем, заключенный под фронтом УВ, $\lambda \simeq 2 \div 3$ — коэффициент, учитывающий отклонение давления у фронта от среднего давления. Легко видеть, что решением уравнения (1) для точечного взрыва в однородной среде является $R \propto t^{2/5}$ — это совпадает с решением Седова.

Объемные потери уносят энергию из системы, в результате чего давление за фронтом УВ падает быстрее, чем в адиабатическом случае. Будем считать, что скорость фронта ударной волны с высвечиванием определяется выражением (1), в котором вместо энергии взрыва E_0 стоит убывающая функция времени $E(t) = E_0 - \int q\rho\, dV$, где q — потери энергии, отнесенные к единице массы, интегрирование производится по всему объему, охваченному ударной волной. Величину q можно найти, задавая тепловой режим газа за фронтом ударной волны. Пусть T и T_1 — температура перед и за фронтом ударной волны, u и u_1 — скорость газа перед и за фронтом (в системе, связанной с фронтом), тогда для q можно записать:

$$q = \frac{1}{2}\left(u^2 - u_1^2\right) + \frac{R}{\mu}\,\frac{(T - T_1)}{\gamma - 1}. \tag{2}$$

В частном случае изотермической ударной волны $q = \frac{1}{2}(u^2 - u_1^2)$, причем $u_1 \simeq u/M^2$. Таким образом, при $M^2 \gg 1$ можем полагать $q = u^2/2$. Очевидно, что это приближение будет справедливо и для ударных волн с более эффективным высвечиванием, когда $T_1 < T$.

В этих предположениях уравнение для энергии запишется в виде:

$$E = E_0 - 2\pi(\gamma - 1)\lambda \int_{r_1}^{r} \frac{E}{V}\, r^2 dr, \tag{3}$$

где r — радиус остатка в момент времени t, r_1 — радиус остатка в момент времени t_1, соответствующий переходу от адиабатического режима расширения к изотермическому. Из уравнения (3) легко находится решение для $E(r)$:

$$E(r) = E_0\left(\frac{r_1}{r}\right)^{\alpha}, \tag{4}$$

где $\alpha = \frac{3}{2}(\gamma - 1)\lambda$, для $\gamma = \frac{5}{3}$ $\alpha = \lambda \simeq 2 \div 3$. Подставив это решение в уравнение

$$u^2 = \frac{\lambda(\gamma - 1)E}{\rho V},$$

можно найти связь между r и t. Для $t \gg t_1$ это дает

$$r = r_1\left[\frac{3\lambda(\gamma - 1)E_0}{4\pi\rho r_1^5}\right]^{\frac{1}{5+\alpha}} t^{\frac{2}{5+\alpha}}.$$

При $\gamma = 5/3$ $r \propto t^{2/7}$, что согласуется с результатами численных расчетов оболочек сверхновых [6].

Момент времени t_1 формирования оболочки с доминирующей ролью высвечивания равен по порядку величины характерному времени охлаждения газа за фронтом ударной волны на адиабатической стадии:

$$t_1 \sim \frac{kT_1}{4\Lambda(T_1)n}.$$

Здесь k — постоянная Больцмана, $\Lambda(T)$ — скорость охлаждения газа, рассчитанная на одну частицу, n — концентрация невозмущенного газа; фактор 4 соответствует тому, что за фронтом сильной ударной волны на адиабатической стадии плотность газа в 4 раза больше невозмущенной. Взяв для оценки $T_1 \sim 10^6$ K, $\Lambda(T_1) \sim 10^{-22}$ эрг см^3/с (см. [7]), $n \sim 10^{-1}$ см$^{-3}$, получим $t_1 \sim 10^5$ лет. Такому значению t_1 соответствует радиус остатка $r_1 \simeq \left(\frac{E_0}{\rho}\right)^{1/5} t_1^{2/5} \sim 30$ пс; здесь для E_0 принято значение 10^{51} эрг. Эта оценка показывает, что при изучении явления прорыва межзвездной среды вспышками сверхновых необходимо учитывать потери энергии в оболочке остатка, поскольку r_1 оказывается меньше шкалы высот межзвездного газа $z_0 \simeq 200$ пс, (см. [7], § 10).

3. *Динамика остатка сверхновой на стадии высвечивания в экспоненциальной межзвездной среде.* Рассмотрим задачу о распространении ударной волны от взрыва сверхновой в среде с экспоненциальным распределением плотности $\rho = \rho_0 \exp(-z/z_0)$. Участки фронта УВ, которые распространяются в сторону уменьшения z (нижние участки), переходят на стадию высвечивания раньше верхних, поскольку при меньших z плотность

газа больше. Однако эти различия несущественны, так как стадия высвечивания начинается при $r_1 < z_0$, и можно принимать в качестве времени окончания адиабатической стадии время t_1 для всех участков фронта.

При расчете потерь энергии за фронтом ударной волны удобно перейти в цилиндрическую систему координат с осью z, направленной перпендикулярно диску Галактики и проходящей через точку, в которой произошел взрыв (точка $z = 0$, вообще говоря, не совпадает с плоскостью симметрии Галактики). В этом случае скорость фронта в точке с координатами z и r определяется равенством [5]:

$$u^2 = \frac{\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2}{1+\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2} = \frac{\lambda(\gamma-1)\,E(t)}{\rho(z)\,V(t)}, \tag{5}$$

а энергия $E(t)$:

$$E(t) = E_0 - 2\pi\int\limits_0^t dt \int\limits_{z_1}^{z_2} q\,(z,\ t)\,\rho\,(z)\,ru\,(z,\ t)\sqrt{1+\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2}\,dz. \tag{6}$$

Здесь z_1 и z_2 — положение низшей и высшей точек фронта, $q\,(z,\ t)$ для сильной ударной волны определяется, как и ранее, выражением $q = \frac{1}{2}u^2$.

При интегрировании уравнения (6) удобно перейти к новой переменной

$$y = \sqrt{\frac{\lambda(\gamma-1)}{\rho_0}}\int\limits_{t_1}^{t}\sqrt{\frac{E(t)}{V(t)}}\,dt.$$

В результате уравнение (6) перепишется в виде

$$E = E_0 - \pi\int\limits_{y_1}^{y}\int\limits_{z_1}^{z_2}\rho u^2 r\frac{\partial r}{\partial y}\,dy\,dz, \tag{7}$$

где $y_1 = y\,(t_1)$ характеризует начало перехода к стадии расширения с высвечиванием, при $E_0 = 10^{51}$ эрг и $\rho_0 = 10^{-25}$ г/см^3, $y_1 \simeq 30$ пс. Отсюда нетрудно найти решение $E = E\,(y)$:

$$E(y) \simeq E_0\left[\frac{4/3\,(\pi y_1^3)}{V(y)}\right]^{\alpha/3}, \tag{8}$$

здесь $y > y_1$, $V(y)$ — объем, ограниченный ударной волной:

$$V(y) = \pi \int\limits_{z_1(y)}^{z_2(y)} r^2(z, y)\, dz. \tag{9}$$

Как было отмечено выше, в момент времени $y = y_1$, соответствующий окончанию адиабатической стадии расширения, размер остатка сверхновой меньше шкалы высот межзвездного газа, поэтому остаток будет почти сферическим, с объемом $V(y_1) \simeq \frac{4}{3}\pi y_1^3$.

Уравнение (5) при переходе к переменной y записывается в виде:

$$\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 = \frac{\rho_0}{\rho(z)}\left[1 + \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2\right] \tag{10}$$

и совпадает с аналогичным уравнением для адиабатической ударной волны [5]; влияние потерь энергии сказывается только на зависимости $y(t)$. Это означает, что для функции $r(z, y)$ можно воспользоваться известным решением [5], которое задается в параметрическом виде:

$$r = \pm 2z_0 (\arccos \eta - \arccos \eta e^{z/2z_0}), \tag{11}$$

$$y = \pm 2z_0 (\sqrt{1 - \eta^2} - \sqrt{e^{-z/z_0} - \eta^2}), \tag{11a}$$

верхний знак соответствует $z \geqslant z_+ > 0$, нижний — $z \leqslant z_- \leqslant 0$, где $z_\pm(y) = z_0 \ln \frac{4z_0^2}{4z_0^2 \mp y^2}$. В промежуточной области $z_-(y) \leqslant z \leqslant z_+(y)$:

$$r = 2z_0 (\arccos \eta e^{z/2z_0} + \arccos \eta), \tag{12}$$

$$y = 2z_0 (\sqrt{e^{-z/z_0} - \eta^2} + \sqrt{1 - \eta^2}). \tag{12a}$$

При вычислении интеграла (9) удобно перейти к интегрированию по переменной η, разрешая (11a) и (12a) относительно z:

$$z = z_0 \ln \left\{\eta^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{y}{z_0} \mp 2\sqrt{1 - \eta^2}\right)^2\right\}^{-1}, \tag{13}$$

знак «минус» соответствует $z \geqslant z_-(y)$. Учитывая, что радиус остатка r в (9) является сравнительно медленной функцией η и y:

$$r = 2z_0 \arccos [\eta^2 e^{z(y)/2z_0} \pm \sqrt{1 - \eta^2}\sqrt{1 - \eta^2 e^{z(y)/z_0}}],$$

знак „плюс" относится к промежуточной области $z_- \leqslant z \leqslant z_+$, можно оценить $V(y)$, заменяя $r(\eta, y)$ его средним значением $\simeq \frac{2}{3} r_{max} = \frac{4}{3} z_0 \arcsin \frac{y}{2z_0}$. Это дает:

$$V(y) \simeq V_0 \arcsin^2 \frac{y}{2z_0} \ln \frac{2z_0 + y}{2z_0 - y}, \tag{14}$$

где $V_0 = \frac{32}{9} \pi z_0^3$. При $y = 2z_0$ $V(y)$ обращается в бесконечность, что соответствует прорыву межзвездной среды.

Как уже отмечалось, прорыв возможен, если ударная волна на всех стадиях является сильной. Скорость фронта в верхней точке $(z = z_2)$ изменяется как $\left(1 - \frac{y^2}{4z_0^2}\right) V^{-\frac{\alpha+3}{3}}$ и достигает минимума при $y_2 \simeq 1.3\, z_0$, причем

$$u_{min}^2 \simeq \frac{2\alpha}{3} \frac{E_0}{\rho_0 V_0} \left(\frac{4\pi y_1^3}{3V_0}\right)^{\alpha/3}. \tag{15}$$

Заметим, что без учета высвечивания $u_{min}^2 \simeq \frac{2\alpha E_0}{3\rho_0 V_0}$ высвечивание понижает скорость фронта в верхней точке на фактор $\delta = \left(\frac{4\pi y_1^3}{3V_0}\right)^{\alpha/3}$. Подставляя сюда $z_0 = 200$ пс и полученную выше оценку $y_1 \simeq 30$ пс, найдем $\delta \simeq 10^{-3}$.

Потребуем, чтобы на всех стадиях скорость фронта УВ превосходила скорость звука в окружающем газе c_s, по крайней мере, в 3 раза. Учитывая, что

$$y_1 \simeq \left(\frac{2E_0}{\rho_0}\right)^{1/5} t_1^{2/5} \simeq 7 \cdot 10^{-6} \frac{E_0^{1/5}}{\rho_0^{3/5}},$$

найдем условие, эквивалентное условию $u_{min} > 3c_s$:

$$E_0 > 10^{11} c_s^{5/4} z_0^{15/4} \rho_0^{7/4}. \tag{16}$$

Для сверхновой, вспыхнувшей в HI-газе с параметрами $\rho_0 \simeq 10^{-25}$ г/см^3, $c_s = 10$ км/с и $z_0(\text{HI}) = 200$ пс неравенство (16) дает $E_0 > 3 \cdot 10^{52}$ эрг. Это означает, что типичная сверхновая II типа с $E_0 \sim 10^{51}$ эрг не в состоянии привести к прорыву межзвездной среды.

Принятое нами значение $\rho_0 \sim 10^{-25}$ г/см^3 соответствует среднему значению плотности разреженного межоблачного газа в плоскости Галактики. Если же предположить, вслед за [8], что межоблачный компонент представляет собой горячий ($T \sim 10^5 \div 10^6$ K) разреженный газ ($\rho_h \sim 10^{-26}$ г/см^3) — корональный газ, в который вкраплены мелкомасштабные конденсации газа HI с плотностью $\rho_c \sim 10^{-23} \div 10^{-24}$ г/см^3 и с долей занимаемого объема 0.1, то ударная волна от сверхновой будет распространяться преимущественно по горячему компоненту, обтекая плотные вкрапления HI. При этом в неравенство (16) в качестве ρ_0 следует подставлять значение $\rho_h \sim 10^{-26}$ г/см^3 — это ослабляет ограничения на энерговыделение E_0. С другой стороны, скорость звука в таком газе больше, чем в HI: $c_s \sim 10^2$ км/с, соответственно должна быть больше и шкала высот z_0. Принимая для горячего компонента $z_0(h) \sim 1$ кпс, найдем из (16) $E_0 > 6 \cdot 10^{54}$ эрг.

4. *Обсуждение.* Приведенные выше оценки показывают, что вспышки сверхновых могут обеспечивать перенос массы и энергии на сравнительно небольшие расстояния от галактической плоскости: $z_{\max} < 2z_0$. Найдем более точную оценку $z_{\max}$. Очевидно, что максимальная высота, которой достигают верхние участки фронта УВ, определяется равенством скорости фронта в верхней точке $u(z_2, y)$ скорости звука в окружающем газе. Скорость $u(z_2, y)$ равна:

$$u(z_2, y) = \left[\frac{2}{3}\frac{\alpha E(y)}{\rho(z_2, y)\, V(y)}\right]^{1/2}, \tag{17}$$

где $\rho(z_2, y)$ — плотность невозмущенного газа вблизи верхней точки фронта УВ, а положение верхней точки z_2 определяется равенством [5]:

$$z_2 = 2z_0 \ln\left(1 - \frac{y}{2z_0}\right)^{-1}.$$

Отсюда находим:

$$u^2(z_2, y) = \frac{2}{3}\frac{\alpha E_0}{\rho_0 V_0}\delta\left(1 - \frac{y}{2z_0}\right)^{-2}\left[\arcsin^2\frac{y}{2z_0}\ln\frac{2z_0 + y}{2z_0 - y}\right]^{-1-\alpha/3}.$$

Условие $u^2(z_2, y) = c_s^2$ записывается следующим образом:

$$\left(1 - \frac{y}{2z_0}\right)^2\left[\arcsin^2\frac{y}{2z_0}\ln\frac{2z_0 + y}{2z_0 - y}\right]^2 = \frac{2\delta E_0}{\rho_0 V_0 c_s^2}, \tag{18}$$

здесь принято $\alpha = 3$. Решение этого уравнения для вспышки сверхновой, происшедшей в газе HI с принятыми выше параметрами, есть $y_m \simeq z_0$ (H I). Отсюда находим $z_{max} = z_2(y_m) \simeq z_0$ (H I) $\ln 4 \sim 300$ пс. Если сверхновая взрывается в горячем корональном газе, то уравнение (18) дает $y_m \simeq \frac{2}{3} z_0(h)$ и $z_{max} \simeq z_0(h) \ln \frac{9}{4} \simeq 800$ пс.

Для энергетики газа в галактическом гало интерес представляет только второй случай. К моменту времени $t(y_m)$, когда $u(z_2, y) = c_s$, около 90% энергии ударной волны уносится излучением. Действительно, согласно (8),

$$E(y_m) \simeq \frac{E_0 3}{\arcsin^2 \frac{y_m}{2z_0} \ln \frac{2z_0 + y_m}{2z_0 - y_m}}, \tag{19}$$

здесь, как и выше, принято $\alpha = 3$. Подставляя сюда $y_m = \frac{2}{3} z_0(h)$, находим $E(y_m) \sim 10^{-1} E_0$. Эта энергия идет на нагрев межзвездного газа. Считая, что в разреженной межоблачной среде вспыхивает половина всех сверхновых, найдем скорость нагрева межзвездного газа:

$$\Gamma \sim \frac{1}{2} \nu_{SN} E(y_m),$$

где $\nu_{SN} \simeq 3 \cdot 10^{-13}$ (пс$^3 \cdot$ лет)$^{-1}$ — частота вспышек сверхновых в Галактике. Для $E_0 = 10^{51}$ эрг это дает $\Gamma \sim 10^{-26} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3\ \text{с}}$. Чтобы вспышки сверхновых обеспечивали энергообмен в газе с температурой $T \sim 10^5 \div 10^6$ K, нагрев Γ должен компенсировать потери энергии газом Λn^2 (Λ — эрг$\cdot$см^3/с — функция охлаждения, n — концентрация частиц). При $T \sim$ $\sim 10^5 \div 10^6$K $\Lambda \sim 10^{-22}$ эрг$\cdot$см^3/с, поэтому уравнение теплового баланса $\Gamma = \Lambda n^2$ удовлетворяется при $n \sim 10^{-2}$ см$^{-3}$. Это совпадает по порядку величины с принятым нами значением плотности коронального газа.

Таким образом, вспышки сверхновых могут прогревать межзвездный газ до температур $T \sim 10^5 \div 10^6$ K в слое с полутолщиной $z_m \simeq 800$ пс. Вместе с тем, данные, полученные на спутнике *IUE*, показывают наличие в Галактике более протяженного газового гало, простирающегося, по крайней мере, на расстояния $2 \div 3$ кпс от плоскости симметрии Галактики [1, 9]. Температура этого газа может достигать величины $\sim 10^{4.7}$ K [9]. Для поддержания температуры на таком уровне в гало полутолщиной $\sim 2 \div 3$ кпс требуются дополнительные механизмы нагрева, отличные от вспышек сверхновых.

В редких случаях, когда за время жизни каверны ($\sim 10^6$ лет), созданной вспышкой отдельной сверхновой, в объеме каверны успевает вспыхнуть совокупность сверхновых (например, в ОВ-ассоциациях) с полным энерговыделением $\sim 10^{53}$—10^{54} эрг, прорыв межзвездной среды, согласно приведенным выше оценкам, оказывается возможным. При этом часть межзвездного газа может выплескиваться в гало и частично теряться Галактикой. Однако такие процессы редки и их вклад в энергетику газа гало должен быть незначителен. Об этом свидетельствует, например, сравнительная малочисленность структур, связанных с достаточно мощными взрывами,— сверхоболочек нейтрального водорода [10].

Авторы благодарны С. А. Силичу за обсуждение результатов.

Волгоградский государственный
университет

ENERGETICS OF GALACTIC FOUNTAIN

I. G. KOVALENKO, Yu. A. SHCHEKINOV

The question of dynamics of shock wave generated by supernova explosion in interstellar medium with exponential density distribution is investigated. The influence upon the shock dynamics of radiative energy losses is considered in detail. It has been shown that the front rises out of the galactic plane up to distances $z \leqslant 800$ pc, and the efficiency of heating of interstellar gas by supernova explosion is only ten percent.

ЛИТЕРАТУРА

1. *D. G. York*, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 20, 221, 1982.
2. *P. R. Shapiro, G. B. Field*, Ap. J., 205, 762, 1976.
3. *J. N. Bregman*, Ap. J., 236, 577, 1980.
4. *D. Cox*, Ap. J., 245, 534, 1981.
5. *А. С. Компанеец*, ДАН СССР, 130, 1001, 1960.
6. *R. A. Chevalier*, Ap. J., 188, 501, 1974.
7. *С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер*, Физика межзвездной среды, Наука, М., 1979
8. *C. McKee, J. Ostriker*, Ap. J., 218, 148, 1977.
9. *M. Pettini, K. West*, Ap. J., 260, 561, 1982.
10. *C. Heiles*, Ap. J., 229, 533, 1979.