

УДК: 524.726—327

ОБ УГЛОВЫХ МОМЕНТАХ ГАЛАКТИК

М. Г. АБРАМЯН, Д. М. СЕДРАКЯН

Поступила 19 марта 1984

Принята к печати 3 апреля 1985

Приведены результаты статистического исследования зависимостей углового момента вращения спиральных галактик от различных их интегральных характеристик на основе трех однородных выборок HI наблюдений 687 объектов. Утверждено соотношение $I \sim M^2$ для связи «угловой момент — масса» галактик с $\alpha = 5/3$. Поздние типы SB-галактик характеризуются большим значением степени α . Включением в выборку спиральных галактик других типов астрономических объектов получена связь $I \approx 5 \cdot 10^{-16} \cdot M^{1.99}$, справедливая почти для всего спектра наблюдаемых объектов. Утверждается, что однопараметрические соотношения типа «угловой момент — масса» не полностью описывают состояние вращения космического объекта и приводятся результаты статистического исследования двухпараметрических зависимостей «угловой момент — HI масса — полная масса» и «угловой момент — HI масса — скорректированный полный цвет». Последнее соотношение имеет место как для всего спектра спиральных галактик, так и для галактик отдельных морфологических типов.

1. Введение. Изучение статистических связей между различными интегральными характеристиками наблюдаемых астрономических объектов представляет большой интерес с точки зрения проблемы их образования и эволюции. Так как вращение свойственно в основном всем типам объектов (по-видимому, и Метагалактике [1]), то в последнее время все большее внимание уделяют на статистическую связь «угловой момент — масса». Впервые о такой связи сообщалось в работе [2], где была получена связь $I \sim M^2$ для объектов широкого диапазона масс — начиная от планет и кончая скоплениями галактик — свыше двадцати порядков величин в диапазоне масс.

Дальнейшее изучение этой связи для отдельных классов астрономических объектов показало, что для них с хорошей точностью реализуется связь $I \sim M^\alpha$ с $\alpha = 5/3 + 7/4$ (см. [3] и цитированную в ней литературу). Эти результаты были обобщены и обсуждены в работе [3], где авторы получили хорошее согласие формулы $I \sim M^{5/3}$ для отдельных классов астрономических объектов, состоящих из: 18 астероидов, планет и спут-

ников; 29 тесных и 99 визуально-двойных звезд; 18 скоплений звезд, балджев спиральных галактик и эллиптических галактик; 88 спиральных галактик.

В настоящей работе приводятся результаты статистического исследования зависимостей углового момента вращения спиральных галактик от различных их интегральных характеристик на основе большого числа однородных HI наблюдений Балковского* [4], Боттинелли и др. [5] — соответственно 126 и 407 спиральных галактик всех морфологических типов и данные о 154 спиральных галактик поздних типов ($\tau \geq 4$) Шостака [6].

2. Статистическая связь «угловой псевдомомент — индикативная полная масса». Введем в рассмотрение величину

$$I_x = M_l R v_m, \quad (1)$$

где M_l — индикативная полная масса, R — фотометрический линейный радиус, v_m — максимальная скорость вращения, определенная с помощью ширины линии 21 см водорода. Определенную таким образом величину назовем угловым псевдомоментом галактики, а величину

$$j_x = R v_m \quad (2)$$

— удельным псевдомоментом вращения, чем и будем характеризовать характерные значения угловых моментов галактик.

В работах [5—7] приведены скорректированные значения максимальных скоростей вращения v_m для рассматриваемых выборок галактик, с помощью которых мы получили

$$\lg j_x = \alpha + 0.50 \lg GM_l R, \quad \hat{\rho} = 1.00 (!), \quad (3)$$

где G — постоянная гравитации**, $\hat{\rho}$ — коэффициент корреляции линейной регрессии. В соотношении (3) $\alpha \approx -0.02; 0.03; -0.01$ для выборок Балковского, Шостака и Боттинелли соответственно. Столь высокая корреляция соотношения (3) объясняется тем, что в основе динамического метода определения масс галактик лежит допущение их механического равновесия. Небольшая разница в значениях α для разных выборок обусловлена различием критериев определения фотометрических диаметров (угловые диаметры галактик в выборках Шостака и Боттинелли взяты из каталога [8], а в выборке Балковского — в основном из [9]), методов оценки расстояний до галактик (у Балковского расстояния определены не за-

* Результаты настоящей работы, основанные лишь на исследовании галактик выборки Балковского, были доложены авторами в 1979 г. на общем семинаре Бюраканской астрофизической обсерватории.

** В работе используется система единиц СГС.

висящими от постоянной Хаббла методами, у Шостака принято $H_0 = 75$ км/с Мпс, а у Боттинелли учтена зависимость H_0 от супергалактических координат).

В работе [10] на основе рассмотрения двух десятков галактик был предложен простой метод определения угловых моментов вращения спиральных галактик, который лежал в основе оценок угловых моментов галактик в работе [11], где впервые была получена связь $I_x \sim M^{5/3}$. Правда, в указанных работах авторы исходили из модели несжимаемой жидкости, однако предложенная ими формула с точностью до несущественного коэффициента совпадает с полученной формулой (3). Так как для поздних типов галактик Боттинелли скорректированные значения не были приведены, то угловые моменты этих галактик нами оценены на основе (3).

Статистическое исследование связи «удельный псевдомомент — индикативная масса» для галактик рассматриваемых выборок дало

$$\lg j_x = B + A \lg M_i, \quad (4)$$

где параметры линейной регрессии приведены в табл. 1. В последних двух столбцах этой таблицы приведены средние значения логарифмов M_i , j_x , в скобках — среднеквадратические отклонения.

Таблица 1

Набор галактик	Число галактик	A	B	$\hat{\rho}$	$\overline{\lg M_i}$	$\overline{\lg j_x}$
Балковского	126	0.67	0.00	0.98	44.13 (0.55)	29.71 (0.38)
Шостака	154	0.66	0.60	0.95	44.04 (0.55)	29.65 (0.38)
Боттинелли	407	0.68	-0.32	0.98	44.30 (0.51)	29.79 (0.35)

Как следует из табл. 1 (для галактик выборки Боттинелли см. также рис. 1а), с достаточно высоким значением коэффициента корреляции для трех наборов галактик реализуется классическая зависимость [11, 12]

$$j_x \simeq M_i^{2/3} \quad (5)$$

с коэффициентом пропорциональности порядка единицы.

«Классичность» соотношения (5) заключается в том, что оно легко получается из представлений о механическом равновесии этих объектов, когда вращение обусловлено гравитацией. При этом из соображений размерности получаем

$$j \simeq \frac{G^{1/2}}{\rho^{1/6}} M^{2/3}, \quad (6)$$

где ρ — средняя объемная плотность объекта. Если объект не трех-, а двух- или одномерный, то есть распределение массы в нем можно характеризовать поверхностной (σ) или линейной (τ) плотностями масс, то вместо формулы (6) получим соответственно:

$$j \simeq \frac{G^{1/2}}{3^{1/4}} M^{3/4} \quad (7)$$

и

$$j \simeq \left(\frac{G}{\tau} \right)^{1/2} M. \quad (8)$$

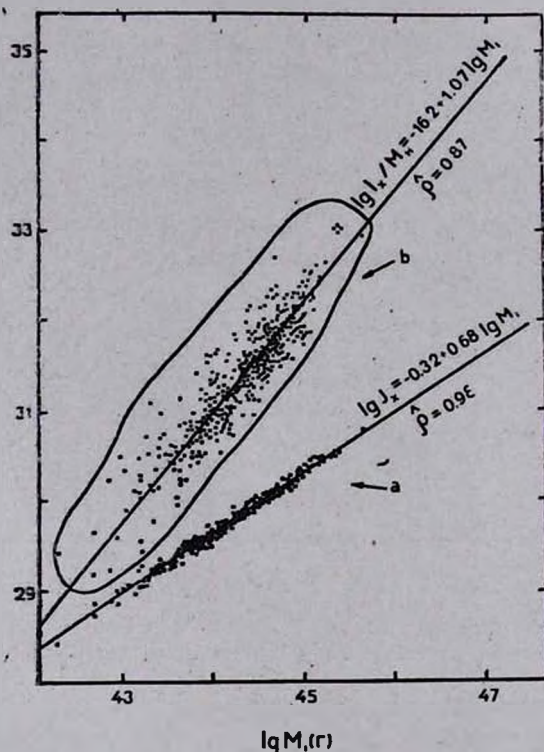


Рис. 1. На плоскости $\lg j - \lg M$ представлены зависимости от индикативных полных масс; а — угловых псевдомоментов, приходящихся на долю единицы НН массы; б — удельных псевдомоментов, на основе данных о 407 спиральных галактиках выборки Боттинелли. Прямые получены методом наименьших квадратов.

Соотношение типа (7) было получено в работах [13] на основе статистического исследования связи «угловой момент—масса» для двадцати спиральных и нерегулярных галактик, используя кривые вращения Бранд-

та и Белтона [14]. Впоследствии этот результат был подробно обсужден Фриманом [15], который путем исключения эффекта сфероидального компонента показал справедливость соотношения (7) для дисков S0 и спиральных галактик.

Аналогичным образом следует ожидать выполнения соотношения (8) для сильно выпянутых баров SB-галактик, если устранить эффект сфероидального компонента и рукавов. Впрочем, для SB-галактик поздних типов и без исключения вышеуказанных эффектов получается сравнительно более быстрый рост углового момента от массы, чем для полной выборки. Так, например, для SB-галактик выборки Шостака (их всего 37) получается

$$\lg j_x = -2.3 + 0.73 \lg M_i, \hat{\rho} = 0.98 \quad (9)$$

вместо

$$\lg j_x = 0.6 + 0.66 \lg M_i, \hat{\rho} = 0.95 \quad (10)$$

для полной выборки галактик Шостака. Исключение эффекта сфероидального компонента, по-видимому, приведет к еще большему увеличению коэффициента при $\lg M_i$.

Что касается формулы (6), то она выражает не только качественную сторону статистического соотношения (5), но и с хорошей точностью дает порядок величины коэффициента пропорциональности. Действительно, для галактик средняя объемная плотность порядка $\rho \simeq 10^{-24}$ г/см³ и поэтому в формуле (6) для галактик коэффициент $G^{1/2} \rho^{-1/6}$ получается порядка единицы, как и в (5). Более того, в работе [3] утверждается, что указанное свойство формулы (6) имеет место и для других однородных групп астрономических объектов.

3. Соотношение «угловой момент—масса» для всего спектра астрономических объектов. Если для однородных групп объектов справедлива связь (6), то, как уже отмечалось вначале, для набора, состоящего из разнородных космических объектов, характеризующегося большим диапазоном изменения масс, размеров и скоростей вращения, имеет место аналогичное соотношение $j \sim M^\alpha$ с близким к единице значением α [3, 16—18]. Мы также рассмотрели эту связь, дополняя полную выборку рассматриваемых нами галактик данными об угловых моментах и массах астероидов, планет, звезд главной последовательности, звездных скоплений и скоплений галактик из [19], а также данными о 128 двойных звездах из [20, 21] — всего 846 различных объектов, массы которых меняются в диапазо-

не $22 \leq \lg M_i \leq 48$. Статистическая связь «удельный момент вращения — масса» для этой выборки получается в виде

$$\lg j = -15.7 + 0.985 \lg M, \quad \hat{r} = 0.98, \quad (11)$$

что приводит к еще большему приближению значения α к единице. Различные вариации числа галактик в выборке не сильно влияли на коэффициенты соотношения (11). Получается, что это соотношение не сильно зависит от эффектов селекции галактик. Соотношение (11), справедливое почти для всего спектра астрономических вращающихся объектов, несомненно, представляет определенный интерес и дальнейшее его изучение может дать важную информацию о космологическом прошлом Вселенной. Впрочем, если в формуле (8) в качестве τ брать характерную «линейную плотность» Метагалактики:

$$\tau_{MG} \simeq \frac{M_{MG}}{R_{MG}} \simeq \frac{c^2}{G}, \quad (12)$$

где $R_{MG} \simeq GM_{MG}/c^2$, c — скорость света, M_{MG} — масса Метагалактики, то получится

$$j \sim \frac{G}{c} M. \quad (13)$$

Эту же формулу можно получить в духе работы [19]. Опираясь на хорошо установленную эмпирическую связь

$$I = \hbar \left(\frac{M}{m_p} \right)^2 \quad (14)$$

между спином I и массой M тяжелых адронов и адронных резонансов и умножая I на постоянную «гравитационной тонкой структуры» $Gm_p^2/\hbar c$, где $\hbar$ — постоянная Планка, m_p — масса протона, опять получим (13). О связи $I \sim M^2$ и о формуле (13) см. также [17, 18].

4. Относительно результатов, приведенных в разделах 2 и 3, возникает вопрос: вместо истинных значений масс (M) и угловых моментов (I) объектов мы пользовались характерными величинами M_i ; I_x . Насколько правильно отражает статистическая зависимость $I_x = f(M_i)$ связь между соответствующими истинными параметрами? Действительно, ведь всегда можно представить

$$M_i = \beta_i M; \quad I_x = \beta_x I, \quad (15)$$

где β_i и β_x , вообще говоря, могут быть функциями от M и I . Повтому, если

статистика дает $I_x \sim M_i^2$, то она будет правильно отражать связь между истинными параметрами лишь при условии $\beta_x \cdot \beta_i^* = \text{const}$. Здесь, по-видимому, важным является вклад нерегистрированных масс и моментов вращения периферийных частей галактик. Для выяснения этого вопроса мы воспользовались результатами работы [12], где в предположении о постоянстве отношения масса/светимость во внешних областях дисков автор путем экстраполяции кривых вращений для 17 спиральных галактик определил их истинные (скорее всего верхние пределы) значения масс и угловых моментов и получил статистическую связь.

$$\lg j = -0.4 + 0.67 \lg M, \quad \hat{\rho} = 0.98. \quad (16)$$

Мы рассмотрели аналогичную связь этих же величин до их экстраполяции и получили

$$\lg j_x = -1.3 + 0.70 \lg M_i, \quad \hat{\rho} = 0.96, \quad (17)$$

что в пределах ошибок неплохо согласуется с соотношением (16). Это дает некоторую надежду предполагать, что полученные статистические соотношения $j_x - M_i$, в общем, правильно отражают реальные свойства объектов.

5. *Количество наблюдаемой массы HI и вращение галактик.* В этом разделе нам хотелось бы обратить внимание на то, что рассмотренные до сих пор статистические связи типа $j_x = f(M_i)$, строго говоря, не полностью отражают состояние вращения галактик и их агрегатов. Ведь существуют классы астрономических объектов, такие, как, например, шаровые скопления звезд, сферические, эллиптические галактики, часть из которых, по-видимому, и не вращается, а вращение других так медленно, что для них связь $j = j(M)$ количественно сильно отличается от полученной выше связи (5) (см., например, [22] и цитированную там литературу). Этот факт показывает, что, действительно, вращение астрономических объектов не может полностью характеризоваться значениями лишь их масс. Следовательно, нужна хотя бы вторая характеристика, которая при прочих равных условиях указывала бы на вращение или не вращение объекта, как, например, параметр сплюснутости в теории жидких фигур равновесия. Однако пример эллиптических галактик показывает, что мера сплюснутости также не может полностью характеризовать вращение объекта (сплюснутость E-галактик обусловлена анизотропией дисперсии скоростей [23]). Между тем, как хорошо известно, у вышеуказанных «аномальных» с точки зрения однопараметрического соотношения $j(M)$, объектов диффузное вещество либо не наблюдается, либо наблюдаются очень малые его

массы, в то время как быстро вращающиеся спиральные галактики содержат большие массы газа. Все это качественно кажется очевидным, так как газовая составляющая галактик и их агрегатов является столкновительной. Поэтому она должна сконцентрироваться в центральных областях невращающихся или медленно вращающихся объектов и в плоскостях симметрии (в дисках) быстро вращающихся объектов. Этот факт наводит на мысль использовать количество наблюдаемых газовых составляющих объектов как индикатор их вращения, что заставляет включить в статистическую связь $I_x - M_i$ и массы наблюдаемых газовых составляющих галактик.

На основе вышеприведенных соображений, а также с целью устранения ошибок при оценках расстояний до галактик Δ (в разных выборках галактик значение Δ оценено разными методами), мы ввели в рассмотрение величину I_x/M_n (M_n — масса нейтрального водорода, $M_n \sim \Delta^2$, $M_i \sim \Delta$, $R \sim \Delta$, поэтому $I_x \sim \Delta^3$), имеющую смысл углового момента галактики, приходящегося на долю единицы массы ее нейтрального водорода (не удельный момент вращения газа!).

Результаты исследования статистической зависимости величины I_x/M_n от индикативной полной массы в виде линейной регрессии

$$\lg \frac{I_x}{M_n} = B + A \lg M_i \quad (18)$$

представлены в табл. 2, (см. также рис. 1b), откуда видно, что с высоким коэффициентом корреляции угловой момент, приходящийся на долю единицы массы газа (отождествленного с нейтральным водородом), оказывается почти пропорциональным полной массе галактики, откуда

$$I \sim M_n M_i. \quad (19)$$

Таблица 2

Набор галактик	A	B	$\hat{\rho}$	$\overline{\lg I_x/M_n}$	$\overline{\lg M_i}$
Балаковского	1.06	-15.5	0.87	31.32 (0.68)	44.15 (0.55)
Шостака	0.92	- 9.6	0.87	80.86 (0.58)	44.04 (0.55)
Боттичелли	1.07	-16.2	0.87	31.18 (0.65)	44.22 (0.53)

Это соотношение, полученное на основе анализа данных о спиральных галактиках, в отличие от соотношений (5), (11), полнее описывает свойства вращения космических объектов, включая вышеуказанные «аномальные» классы.

6. Показатель цвета $(B-V)_T^0$ и вращение галактик. Нами исследована также статистическая зависимость величины I_x/M_n от скорректированного полного цвета галактик. Параметры линейной регрессии (для галактик выборки Боттинелли см. рис. 2а)

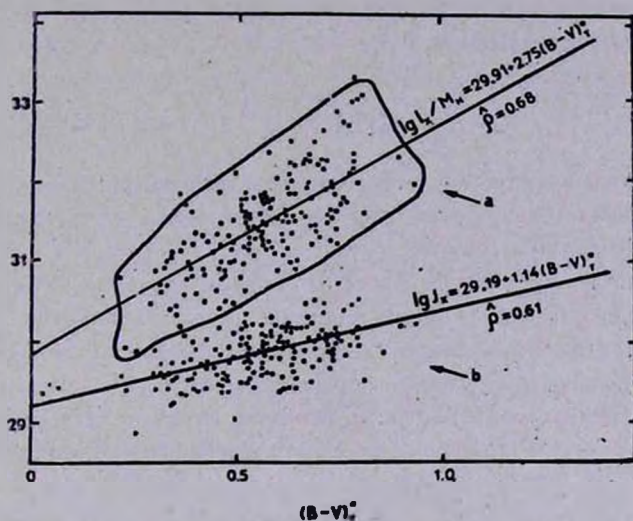


Рис. 2. Зависимости величин $\lg I_x/M_n$ — (а) и $\lg I_x$ — (б) от значений скорректированных интегральных показателей цвета $(B-V)_T^0$ для 160 галактик выборки Боттинелли. Прямые получены методом наименьших квадратов.

$$\lg I_x/M_n = B + A(B-V)_T^0 \quad (20)$$

приведены в таблице 3. Учитывая, что значения I_x/M_n и $(B-V)_T^0$ из наблюдений получаются независимыми методами и то, что обе величины не зависят от методов определения расстояний Δ до галактик, полученные

Таблица 3

Набор галактик	Число галактик	A	B	$\hat{r}^*$	$\overline{\lg(I_x/M_n)}$	$(B-V)_T^0$
Болковского**	97	2.27	29.8	0.52 (0.26)	31.34 (0.68)	0.66 (0.15)
Шостака	100	2.78	29.6	0.51 (0.26)	30.91 (0.60)	0.49 (0.11)
Боттинелли***	160	2.75	29.9	0.68 (0.20)	31.43 (0.59)	0.55 (0.14)

* В скобках приведены доверительные интервалы на уровне достоверности $p = 0.001$.

** Значения интегрального показателя цвета взяты из [7].

*** Значения $(B-V)_T^0$ взяты из каталога [8].

корреляции (достаточно устойчивые для разных однородных выборок) следует считать достаточно надежными. Важно отметить, что в отдельности параметры I_x и M_n не коррелируют с показателем цвета. Корреляция реальна (даже на уровне достоверности $p = 10^{-4}$) лишь для их отношения. Итак, для углового момента галактик получается второе двухпараметрическое соотношение

$$I_x \sim M_n \cdot 10^{A(B-V)_T^0}, \quad (21)$$

на этот раз связывающее его с количеством нейтрального водорода и интегральным показателем цвета, причем зависимость от последнего выражается показательной функцией.

Известно, что показатель цвета в среднем убывает при переходе от ранних морфологических типов к поздним типам галактик. В попытке устранения указанного эффекта нами рассматривалась зависимость (20) для галактик внутри отдельных морфологических классов. Результаты такого рассмотрения, связанного на выборке галактик Боттинелли, представлены в таблице 4, где в пятом столбце в скобках приведены довери-

Таблица 4

Морф. класс	Число галактик	A	B	$\hat{p}$	$\lg(I_x/M_n)$	$(B-V)_T^0$
0—2	15	2.95	29.96	0.42 (0.51)	32.02 (0.62)	0.70 (0.10)
3	36	2.59	30.03	0.54 (0.33)	31.66 (0.56)	0.63 (0.12)
4	41	1.96	30.37	0.50 (0.31)	31.51 (0.47)	0.58 (0.12)
5	43	2.16	30.19	0.57 (0.30)	31.29 (0.36)	0.51 (0.10)
6	13	2.30	30.03	0.63 (0.53)	31.00 (0.33)	0.42 (0.10)
7—10	12	2.66	29.67	0.38 (0.55)	30.59 (0.54)	0.34 (0.08)

тельные интервалы выборочного коэффициента корреляции на уровне достоверности $p = 0.05$ в предположении нулевой гипотезы. Как видно из табл. 4, корреляция не является реальной лишь для галактик морфологических типов 0—2 и 7—10, количество которых в выборках мало. Видно также монотонное убывание средних значений $\lg(I_x/M_n)$ и $(B-V)_T^0$ вдоль морфологических типов (последние два столбца) и что статистическая связь (21) имеет место также для отдельных морфологических классов спиральных галактик (по крайней мере для классов 3—6 она реальна).

Резюмируем полученные в настоящем разделе результаты. Как для всего спектра спиральных галактик, так и внутри их отдельных морфологических типов в среднем:

а) среди галактик данного цвета большим значением углового момента обладают те, у которых больше содержание газа;

б) среди галактик с одинаковым содержанием газа большим угловым моментом обладают те, которые краснее,

Намечается также рост относительного содержания нейтрального водорода (M_n/M_t) в сторону убывания интегрального показателя цвета. Так, например, для 160 спиральных галактик выборки Боттинелли, скорректированные значения $(B-V)_T^0$ которых известны [8], получено:

$$\lg(M_t/M_n) = 0.70 + 1.65 \cdot (B - V)_T^0, \quad \hat{\rho} = 0.58. \quad (22)$$

Исключая из (21) и (22) массу нейтрального водорода, получим связь «удельный псевдомомент — интегральный показатель цвета». Отдельная статистика для этой связи на основе вышеуказанной выборки галактик дает (см. рис. 2b).

$$\lg j_x = 29.19 + 1.14 \cdot (B - V)_T^0, \quad \hat{\rho} = 0.61, \quad (23)$$

что хорошо согласуется с комбинацией соотношений (21) и (22).

Вопрос интерпретации полученных в настоящей работе статистических закономерностей (которые нуждаются в дальнейшем более детальном исследовании) тесно связан с проблемами образования галактик, возникновения их вращения и, наконец, их эволюции. Обсуждению этих вопросов будет посвящена другая работа.

Авторы выражают благодарность В. А. Амбарцумяну, Г. С. Саакяну, Э. Е. Хачикяну, А. В. Засову и участникам семинара БАО АН Арм.ССР за полезное обсуждение работы.

Ереванский государственный
университет

ON THE ANGULAR MOMENTUM OF GALAXIES

M. G. ABRAHAMIAN, D. M. SEDRAKIAN

The results of statistical investigations of the dependence of angular momentum of the rotation of spiral galaxies on their various integral characteristics, based on three homogenous samples of HI observations of 687 objects are presented. The relation for the angular momentum-mass relation $I \sim M^\alpha$ has been established with $\alpha = 5/3$. The later types of SB galaxies are characterized by larger values of α . It is suggested that the elimination of the spheroidal component's effect on

SB galaxies will increase more in α . The relationship $I \approx 5 \cdot 10^{-16} \cdot M^{1.985}$ for the whole spectra of observed objects is obtained by including other types of astronomical objects in the sample of the galaxies. It has been established that one-parametric expressions of "angular momentum — mass" type do not completely describe the rotation of celestial objects. The results of statistical investigations of the two parametric relations "angular momentum — full mass, — neutral hydrogen mass" and "angular momentum — HI mass — corrected full colour" are also obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Birch, Nature, 298, 451, 1982.
2. P. Brosche, Z. Astrophys., 57, 143, 1963.
3. L. Carrasco, M. Roth, A. Serrano, Astron. Astrophys., 106, 89, 1982.
4. C. Balkowski, Astron. Astrophys., 29, 43, 1973.
5. L. Bottinelli, L. Gouguenheim, G. Paturel, Astron. Astrophys., 88, 32, 1980; 113, 61, 1982.
6. G. S. Shostak, Astron. Astrophys., 68, 321, 1978.
7. L. Bottinelli, L. Gouguenheim, Astron. Astrophys., 33, 269, 1974.
8. G. Vauconsours, A. Vauconsours, H. G. Corwin, Second Reference Catalogue of Bright Galaxies, Univ. Texas Press, Austin, 1976.
9. E. B. Holmberg, Medd. Lunds Astron. Obs., 11, No. 136.
10. А. В. Засов, А. М. Озерной, Астрономический циркуляр, № 405, 1967.
11. А. М. Озерной, Астрономический циркуляр, № 407, 1967.
12. K. H. Nordseth, Ap. J., 184, 735, 1973.
13. B. Takase, H. Kinoshita, P.A.S. Japan, 19, 409, 1967.
14. J. C. Brandt, M. I. S. Belton, Ap. J., 136, 352, 1962.
15. K. C. Freeman, Ap. J., 180, 811, 1970.
16. P. S. Wesson, Astron. Astrophys., 80, 296, 1979.
17. P. S. Wesson, Phys. Rev., S28, No. 8, 1730, 1981.
18. P. Brosche, Astrophys. Space. Sci., 29, L7, 1974.
19. R. M. Muradian, Prepr. Joint Inst. Nucl. Res., E2-12467, Dubna, 1979.
20. К. У. Аллен, Астрофизические величины, Мир, М., 1977.
21. W. D. Heintz, Double Stars, D. Reidel Publ. Co., 1978.
22. P. L. Schechter, J. E. Gustn, Ap. J., 229, 472, 1979.
23. J. I. Binney, M. N., 200, 439, 1976; 183, 501, 1978.