АСТРОФИЗИКА

ТОМ 22 ИЮНЬ, 1985 ВЫПУСК 3

УДК 52:530.145.61

КВАНТОВАЯ КОСМОГОНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

М. Ф. ХОДЯЧИХ

Поступила 11 июня 1984

Принята к печати 20 января 1985

Получено выражение для полной механической энергии сжимающегося однородного шара с учетом давления и вращения (сфероида Маклорена). Найдено точное решение уравнения Шредингера, описывающее стационарные состояния массивной частицы — квантона, в которые может переходить самогравитирующее тело при коллапсе. Рассмотрены реакции деления квантонов. При достаточно малой величине множителя, перенормирующего гравитационную постоянную, массы квантонов, обнаруживаемых по их внешнему гравитационному полю, попадают в диапазон масс космических тел. В процессе распада квантоны могут превращаться в макротела. Полученные формулы позволяют проводить расчет моделей образования конкретных систем объектов, наблюдаемых во Вселенной.

1. *Введение.* Из трех фундаментальных констант: постоянной Планка $\hbar$, скорости света c и гравитационной постоянной G можно образовать величины размерности длины, массы и плотности, которые, вероятно, определяют границы применимости общей теории относительности (ОТО) [1]. Была также выдвинута гипотеза о существовании в природе частиц, имеющих подобные массы и размеры. Свойства таких частиц исследовались в [2], а в [3, 4] рассматривались также частицы с массами 10^{-5}—10^{55} г. Оценим размер массивной частицы r^*, свойства которой при больших сжатиях определяются гравитацией и квантовыми эффектами, то есть будут зависеть от M, G и $\hbar$. Из соображений размерности получим: $r^* \simeq \hbar^2 G^{-1} M^{-3}$. Возможно, что такие массивные частицы могут образовываться в процессе гравитационного коллапса.

Гравитационный коллапс однородного пылевого шара исследовался в [5] в рамках суперпространственного метода квантования ОТО (там же приведены ссылки на более ранние работы). Возможность остановки гравитационного коллапса обсуждалась в [6, 7].

В настоящей работе проведен расчет стационарных состояний, в которые может переходить самогравитирующее тело при коллапсе, и рассмотрены реакции деления этих тел. Размер частиц, образующихся при коллапсе однородного пылевого шара (расчет можно провести по аналогии с рассмотренной ниже задачей), с точностью до числового множителя совпадает с приведенной выше величиной r^*. Гравитационное самозамыкание происходит при $M_a \simeq c^2 G^{-1} r^* \simeq \sqrt{chG^{-1}}$. Представим гравитационную постоянную при больших плотностях (перенормировка G) в виде $G = \delta G_0$ [8—10]. Тогда обнаружение частицы по внешнему гравитационному полю будет возможно при

$$M < M_a \simeq \sqrt{\frac{ch}{\delta G_0}}. \tag{1}$$

2. *Гамильтониан сфероида Маклорена.* Релятивисткое выражение для полной механической энергии сжимающегося однородного пылевого шара имеет вид

$$H = \frac{3}{10} M \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{3}{5} \frac{GM^2}{r}, \tag{2}$$

где r — радиус шара, и совпадает с аналогичным выражением в ньютоновой теории тяготения. При $M \ll M_a$ выполняется условие $r \ll a$, где a — радиус кривизны пространства, и задача сводится к ньютоновскому случаю. Точное решение можно найти для однородного шара — сфероида Маклорена. Динамика вращающегося сжимаемого сфероида Маклорена описана в [11], где давление внутри шара определялось выражением

$$P = P_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma} = P_0 \left(\frac{r_0}{r_0}\right)^{3\gamma}, \tag{3}$$

в котором P_0, ρ_0 — давление и плотность в сфероиде при радиусе r_0, а показатель адиабаты γ считается постоянным по всей массе. В более общем случае представим давление в виде

$$P = P_0 \sum \varphi_i \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma_i} = P_0 \sum \varphi_i \left(\frac{r_0}{r}\right)^{3\gamma_i}. \tag{4}$$

Используя уравнение состояния (4) и проделав последовательно все операции, выполненные при выводе соотношения (23) ([11], разд. 14.2), получим

$$I_0 \frac{d^2 w}{dt^2} = \frac{|W_0|}{w^2} \left(\sum \varphi_i w^{4-3\gamma_i} - 1\right) + 2 \frac{K_0}{w^3} \left(1 - \sum \varphi_i w^{5-3\gamma_i}\right), \tag{5}$$

где $w = \dfrac{r}{r_0}$, а I_0, W_0, K_0, r_0 — центральный момент инерции, гравитационная энергия, энергия вращения и радиус сфероида в состоянии стационарного вращения. Умножив (5) на wdt, проинтегрируем его и после перехода от w к r найдем полную механическую энергию сфероида:

$$H = \frac{1}{2}\frac{I_0}{r_0^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{|W_0| r_0}{r} + \frac{K_0 r_0^2}{r^2} +$$

$$+ (|W_0| - 2K_0)\sum \frac{\varphi_i}{3\gamma_i - 3}\left(\frac{r_0}{r}\right)^{3\gamma_i - 3}. \qquad (6)$$

Для однородного сфероида

$$|W_0| = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{r_0}, \quad K_0 = \frac{5}{4}\frac{L^2}{Mr_0^2}, \quad \frac{I_0}{r_0^2} = \frac{3}{5}M, \qquad (7)$$

где L — момент вращения. Примем, что γ_i принимает значения 4/3, 5/3 и 2, описывающие уравнения состояния релятивистского и нерелятивистского вырожденного ферми-газа и предельно жесткое уравнение состояния. Тогда будет выполняться $3\gamma_i - 3 = i$ при $i = 1, 2, 3$ и вместо (6) с учетом (7) будем иметь

$$H = \frac{3}{10}M\dot{r}^2 - \frac{3}{5}\frac{GM^2}{r}S_1(r) + \frac{5}{4M}\frac{L^2}{r^2}S_2(r), \qquad (8)$$

где введены сокращения

$$S_k(r) = 1 - k\sum \frac{\varphi_i}{i}\left(\frac{r_0}{r}\right)^{i-k}.$$

Полученное выражение для гамильтониана в отсутствие давления ($\varphi_i = 0$) и вращения ($L = 0$) совпадает с (2). Давление в нашей квантовой модели появляется на последних стадиях гравитационного коллапса. Как следует из соотношений неопределенностей, величина импульса хаотических движений элемента массы внутри сжимающегося сфероида возрастает обратно пропорционально радиусу сфероида. Появление хаотических движений вещества внутри шара можно рассматривать как причину появления давления. Примем, что на последних стадиях гравитационного коллапса давление описывается уравнением состояния (4). Тогда в рассматриваемом случае ($M \ll M_*$) полная механическая энергия будет определяться выражением (8).

3. *Квантовая модель гравитационного коллапса.* Используя обозначения

$$m = \frac{3}{5} M, \qquad p_r = m \frac{dr}{dt},$$

перепишем (8) в виде

$$H = \frac{1}{2m} \left[p_r^2 + \frac{3}{2} \frac{L^2}{r^2} S_2(r) \right] - \frac{3}{5} \frac{GM^2}{r} S_1(r). \tag{9}$$

Гамильтониан однородного пылевого шара без вращения будет равен

$$H = \frac{p_r^2}{2m} - \frac{3}{5} \frac{GM^2}{r}. \tag{9a}$$

Уточним постановку рассматриваемой задачи. Сжимающийся пылевой шар является динамической системой, механическая энергия которого определяется канонически сопряженной парой: обобщенной координатой системы r в пространстве конфигураций и соответствующего импульса p_r. При $r \to 0$ произведение $rp_r \to 0$, и согласно соотношениям неопределенности при больших сжатиях параметры шара должны описываться законами квантовой механики. Аналогично можно проанализировать и гамильтониан (9). При расчете стационарных состояний применим метод канонического квантования [12]. Следуя правилам применения принципа соответствия [13], справедливым в самых общих случаях, сопоставим нашу классическую систему с полной механической энергией $E = H(r, p_r, L)$ с квантовой системой, динамическое состояние которой определяется волновой функцией $\psi(r, \theta, \varphi)$. Введя операторы $\hat{p}_r$ и $\hat{L}^2$, представим уравнение Шредингера в виде

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{3}{2} \frac{S_2(r)}{r^2} \Lambda \psi + \left[\lambda + \frac{2\alpha S_1(r)}{r} \right] \psi = 0, \tag{10}$$

где

$$\lambda = \frac{6}{5} \frac{M}{\hbar^2} E, \qquad \alpha = \frac{9}{25} \frac{G}{\hbar^2} M^3.$$

ψ и E — собственные функции и собственные значения оператора $\hat{H}$; Λ — оператор Лежандра. После разделения переменных в (10) получим для радиальной функции $R(\rho)$ уравнение

$$R'' + \frac{2}{\rho} R' + \left[-\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{\sqrt{-\lambda}} \frac{1}{\rho} S_1(\rho) - \frac{3}{2} \frac{l(l+1)}{\rho^2} S_2(\rho) \right] R = 0, \tag{11}$$

где

$$\rho = 2\sqrt{-\lambda}\, r, \quad l = 0, 1, 2, \dots .$$

Представим $R(\rho)$ в виде

$$R = e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{\mu} \sum_{j=0}^{\infty} a_j \rho^j. \tag{12}$$

После подстановки (12) в (11) с учетом (8) найдем

$$\mu(\mu+1) = \beta\varphi_1 + \mu_0,\ \beta = \frac{3}{2} l(l+1),\ \mu_0 = \alpha r_0 \varphi_2, \tag{13}$$

$$\varphi_3(\beta - \alpha r_0)\sqrt{-\lambda}\, r_0 = 0. \tag{13'}$$

Из (13) следует

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{4} + \mu_0 + \beta\varphi_1} - \frac{1}{2}. \tag{13''}$$

Уравнение (13′) в общем случае имеет два решения: $\varphi_3 = 0$ и $\beta = \alpha r_0$. Неясно, реализуется ли второе решение, но при $l = 0$ имеет место только первое. Поэтому в дальнейшем примем $\varphi_3 = 0$. Следует отметить, что из анализа (9) также следует $\varphi_3 = 0$ при $L = 0$, так как в противном случае при $r \to 0$ величина $r \cdot p_r$ не стремится к нулю и не может сравняться с $\hbar$.

Рекуррентная формула для коэффициентов a_j имеет вид

$$a_{j+1} = \frac{\mu + j + 1 - \frac{\alpha}{\sqrt{-\lambda}}\varphi_2 - \frac{\beta\varphi_1}{r_0\sqrt{-\lambda}}}{(\mu+j+1)(\mu+j+2) - \mu(\mu+1)}\, a_j. \tag{14}$$

Из условия ограниченности волновой функции следует, что стационарные состояния возможны только в случае, если ряд (12) конечен. Пусть номер последнего, неравного нулю члена в (12) равен n_r. Введем главное квантовое число

$$n = n_r + 1 + l \quad \text{и} \quad \bar{n} = n_r + 1 + \mu. \tag{15}$$

Тогда полная механическая энергия $E_{n,l}$, гравитационная энергия $U_{n,l}$ и внутренняя энергия $T_{n,l}$ будут равны:

$$\left.\begin{aligned} E_{n,l} &= -\frac{27}{250}\frac{G^2M^5}{\hbar^2\bar{n}^2}\tau^2, \qquad U_{n,l} = -\frac{27}{125}\frac{G^2M^5}{\hbar^2\bar{n}^2}\tau, \\ T_{n,l} &= \frac{27}{250}\frac{G^2M^5}{\hbar^2\bar{n}^2}\tau(2-\tau), \quad \tau = \varphi_2 + \frac{\beta\varphi_1}{\alpha r_0}, \quad \Delta = -\frac{E}{c^2} \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

где Δ — гравитационный дефект массы.

При $\varphi_2 = 1$ выражения (16) согласуются с соответствующими выражениями для модели без давления после замены в них n на $\bar{n}$.

Рассмотрим более подробно состояния с $l = 0$. Как отмечалось выше, в этом случае $\varphi_3 = 0$, т. е. член с $\gamma = 2$ в уравнении состояния вещества (4) равен нулю. Нетрудно убедиться, что условие ограниченности волновой функции может быть выполнено только при условии, что в (4) присутствуют члены с $\gamma_i \leqslant 5/3$, то есть предельно жестким в рассматриваемой квантовой модели является уравнение состояния с $\gamma = 5/3$. При $\varphi_2 = 0$, то есть в случае полностью релятивистски вырожденного ферми-газа, стационарные состояния невозможны, так как ряд в (12) при $\varphi_2 = 1 - \varphi_1 = 0$ бесконечен и расходится при $\xi \to \infty$.

Отметим также, что r_0 есть радиус равновесной конфигурации в классической задаче и фактически является параметром уравнения состояния вещества в (3) или в (4). В качестве независимых параметров уравнения состояния можно также принять величины μ_0 и φ_2, которые, как следует из (13), удовлетворяют условию: $\mu_0 = 0$ при $\varphi_2 = 0$.

Выше было найдено решение уравнения Шредингера для уравнения состояния (4). Если уравнение состояния задано выражением (3), то его можно заменить уравнением (4), наложив на (4) условия: давление P и dP/dr при $r = \bar{r}_n$ должны быть равны соответствующим величинам, найденным по соотношению (3). Аналогичное представление уравнения состояния выражением (4) можно выполнить и для произвольной зависимости $P(r)$.

Для неоднородной конфигурации формула (5) точная в состоянии стационарного вращения и приближенно описывает его динамику вблизи этого состояния [11]. Если $K_0 = 0$, то при гомологических движениях неоднородного сфероида она точная. То же справедливо и для (6). Поэтому найденное решение будет описывать стационарные состояния, в которые может переходить неоднородное самогравитирующее тело, если положить

$$\alpha = |\overline{W}_n| \cdot \overline{I}_n \cdot \bar{r}_n^{-1}. \tag{17}$$

Отсюда следует, что α определяется распределением плотности внутри тела в стационарном состоянии. Ради краткости в дальнейшем тела в стационарном состоянии будем называть квантонами.

Средний радиус квантона в стационарном состоянии равен

$$\bar{r}_n = \frac{25}{6} \frac{\hbar^2 \bar{n}^2}{\gamma_1 G_0 M^3}, \qquad \eta = 8\pi. \tag{18}$$

Так как величины δ и τ неизвестны, оценить численное значение $\overline{r_n}$ не представляется возможным. Это также не позволяет корректно оценить роль эффектов поляризации вакуума.

4. *Распад квантонов.* Квантоны могут образовываться при гравитационном коллапсе самогравитирующих тел. Другая возможность их образования — реакции деления. Рассмотрим процесс деления квантонов более подробно. Определим состояние квантона с массой M набором квантовых чисел (n, l) и параметров (μ, φ_2). Пусть f означает совокупность квантовых чисел и параметров. Тогда реакцию деления символически можно записать в виде

$$q_0^{f_0} \to q_1^{f_1} + q_2^{f_2} + \ldots + q_s^{f_s}, \tag{19}$$

что соответствует распаду квантона q_0 в состоянии f_0 на s квантонов q_i в состояниях f_i. В приложении выведены формулы, определяющие энергию распада (П4, П5) и соотношение масс продуктов реакции при распаде квантона на два (П11). Обобщая (П11) на случай произвольного числа частиц q_i, перепишем (П3) и (П11) в виде

$$\sum x_i = 1, \quad x_i = \frac{M_i}{M_0},$$

$$\sum_{i=1}^{s} \frac{x_i^5 \eta_i}{\tilde{n}_i^2}\left(1 - \frac{\tau_i}{2}\right) = \frac{\eta_0}{\tilde{n}_0}\left[1 - \frac{\tau_0}{2} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{s} x_i(1 - x_i)\right]. \tag{20}$$

Таким образом, массы продуктов реакции распада должны удовлетворять соотношениям (20), а их энергетические характеристики — выражениям (П4, П5). Эти соотношения можно использовать как критерий при поиске групп объектов, образовавшихся в процессе распада квантона. Величины η_i, τ_i в этих соотношениях в явном виде неизвестны. Поэтому имеет смысл рассмотреть некоторые частные случаи. Наиболее простым является случай $\eta_i = \text{const}$ при $\tau_i \ll 1$ и при $\tau_i = 1$.

При $\eta_i = \text{const}$ и $\tau \ll 1$ представим (П5, 20) в виде

$$E_p = \frac{27}{250}\,\frac{\eta_i G_0^2 M_0^5}{\hbar^2 c^2}\left(\sum_{i=1}^{s} \frac{x_i^5 \tau_i}{\tilde{n}_i^2} - \frac{\tau_0}{\tilde{n}_0^2}\right), \tag{21}$$

$$\sum \frac{x_i^5}{\tilde{n}_i^2} = \frac{1}{\tilde{n}_0^2}\left[1 - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{s} x_i(1 - x_i)\right]. \tag{22}$$

Рассмотрим распад квантона q с $n = 1$ на две частицы. Пусть $x_2 = x$. Тогда $x_1 = 1 - x$ и, учитывая (13) и (15), перепишем (22) в виде

$$\frac{(1-x)^5}{(1+\mu_1)^2} + \frac{x^5}{n_2^2} = \frac{1}{(1+\mu)^2}[1 - x(1-x)]. \tag{23}$$

Если $x \ll 1$, можно считать, что происходит испускание квантоном q частицы $\bar{q}_2$ в состоянии с n_2. При этом происходит уменьшение параметра μ, поскольку согласно (23) $\mu_1 < \mu$. При $\mu \neq 0$ квантон находится в возбужденном состоянии и он будет стремиться перейти на нижний уровень, так что $\bar{n} \to 1$, $\mu \to 0$. Такие переходы возможны при испускании частиц. При $\mu = 0$ в соответствии с (13) $\varphi_2 = 0$. Но при $\varphi_2 = 0$, как отмечалось выше, стационарные состояния самогравитирующих тел — квантоны не реализуются. Допустим, что существует предельно малое значение μ, равное μ_p, при котором тело еще может существовать как квантон.

В процессе испускания одной или многих частиц величина μ может стать меньше μ_p. В этом случае существование тела в состоянии квантона прервется и оно должно перейти в какое-то иное состояние. Наиболее вероятными представляются две возможности: сжатие с переходом в сингулярное состояние и расширение с превращением в макротело. Действительно, при $\varphi_2 \to 0$ показатель адиабаты $\gamma \to 4/3$. При $\gamma = 4/3$ тело находится в неустойчивом равновесии и при небольшом возмущении оно начнет расширяться или сжиматься. Таким возмущением может послужить испускание частицы. Поскольку радиус квантона пропорционален M^{-3}, при испускании частицы его радиус увеличивается. Поэтому в процессе испускания частиц квантон расширяется, и в пределе при $\varphi_2 \to 0$ тело должно расширяться. Учитывая вышесказанное примем, что квантон в возбужденном состоянии с $n = 1$ после испускания одной или многих частиц превращается в макротело.

Состояния квантонов с $n > 1$, по-видимому, кратковременны, то есть вследствие распада они в конечном итоге превращаются в частицы с $n_i = 1$, и если квантоны существуют в природе, их, вероятно, можно обнаружить только в основном состоянии, когда $n_i = 1$. Массы продуктов распада должны удовлетворять соотношениям (20). Так, при распаде на две частицы в основном состоянии и при $\mu_i \ll 1$ отношение масс продуктов реакции будет равно 2.618 и 1.454 при $n = 2$ и $n = 3$ соответственно ($l = 0$). При $n \geqslant 4$ распад на две частицы невозможен, то есть продуктов реакции должно быть больше двух. Образовавшиеся при делении квантоны со временем в процессе испускания частиц, в соответствии с вышесказанным, должны превратиться в макротела, массы которых также должны удовлетворять соотношениям (20). В конечном итоге в процессе распада квантона образуется группа объектов.

Величина энергии распада квантона определяется выражением (21). Если считать величины τ_i не зависящими от масс квантонов, то E_p будет возрастать пропорционально M^5, что неприемлемо при интерпретации наблюдаемых систем космических объектов как систем, образовавшихся в процессе распада квантонов. Отсюда можно сделать вывод, что величина τ должна убывать с ростом массы квантона.

Аналогично можно рассмотреть случай $\eta_i = \text{const}$, $\tau_i = 1$. Отметим, что здесь энергия распада, как следует из (П5), будет возрастать пропорционально M^5, и этот случай, по-видимому, не представляет интереса в космогоническом плане.

Обсудим возможность обнаружения групп объектов, образовавшихся в процессе распада. Здесь следует рассмотреть несколько наиболее характерных случаев:

1. Распад свободного квантона.

а) Энергия распада $E_p > 0$. Объекты разлетаются, и для выявления таких групп необходимы благоприятные условия.

б) $E_p < 0$. Объекты, образовавшиеся после распада, образуют гравитационно связанную систему. В зависимости от числа членов она будет наблюдаться как скопление объектов или кратная система. Полный момент вращения системы $\vec{L} = 0$.

2. Распад квантона в гравитационном поле массивного центрального тела. Пусть квантон q движется по кеплеровской орбите и его полная механическая энергия в поле центрального тела и момент вращения равны E и $\vec{L}$ соответственно, эксцентриситет орбиты равен e.

а) $E_p > 0$. После распада в конечном итоге образуются макротела с массами M_i, которые также будут обращаться по кеплеровским орбитам с определенными E_i, $\vec{L}_i$ (предполагается, что M_i существенно меньше массы центрального тела M_c, так что взаимными возмущениями можно пренебречь и энергии распада недостаточно, чтобы тела M_i покинули систему). Очевидно

$$L = \sum \vec{L}_i, \quad E = -\frac{G_0^2 M_c^2 M^3}{2L^2}(1 - e^2) \tag{24}$$

и E_p определится как работа по переводу тел M_i с орбиты, соответствующей $\vec{L}$, E, на орбиты с параметрами $\vec{L}_i$, $\vec{E}_i$. В случае компланарных орбит

$$E_p = \sum | E_i - x_i E . \tag{25}$$

б) $E_p < 0$. При распаде на две частицы образуется двойная система $q_1 - q_2$ (ограничим рассмотрение этим случаем). В отличие от распада на две частицы в случае 1б возможно орбитальное движение одного объекта вокруг другого, так как это не противоречит закону сохранения полного момента вращения всей системы (центральное тело и тела q_1 и q_2).

5. *Заключение.* Рассмотренные случаи распада свободного квантона и квантона в гравитационном поле массивного центрального тела позволяют в общих чертах объяснить образование скоплений объектов и гравитационно связанных систем, наблюдаемых во Вселенной, на основе квантовых представлений. Первоначальные квантоны могли образоваться на начальных стадиях эволюции Вселенной. Нетрудно видеть, что наша теоретическая квантовая космогоническая модель находится в хорошем соответствии с концепцией В. А. Амбарцумяна [17], построенной путем анализа наблюдательных астрофизических данных. Используя приведенные в настоящей статье формулы как рабочие, можно строить квантовые космогонические модели конкретных систем объектов Вселенной. Сравнение таких теоретических моделей с наблюдательными данными позволит решить вопрос о существовании квантонов в природе.

Автор благодарит В. М. Пыжа за полезную дискуссию по работе.

Приложение

Ввиду очевидных трудностей рассчитать процесс превращения квантона $q_0^{f_0}$ в частицы $q_i^{f_i}$ не представляется возможным. Поэтому в соответствии с основными положениями кинематики элементарных частиц [14, 15] рассмотрим начальное и конечное состояния частиц в реакции (19). Наложим на начальное и конечное состояния условие сохранения 4-импульса, которое представим в виде законов сохранения энергии и импульса:

$$E_0 = \sum_{i=1}^{s} E_i + \sum_{i=2}^{s} \sum_{j=1}^{i-1} E_{ij}, \tag{П1}$$

$$\vec{p}_0 = \sum_{i=1}^{s} \vec{p}_i, \quad E_i^2 = p_i^2 c^2 + m_i^2 c^4, \tag{П1'}$$

где E_i — полная энергия частицы q_i, E_{ij} — энергия взаимодействия частиц q_i и q_j, $\vec{p}_i$ — импульс i-ой частицы. В дальнейшем ограничимся рассмотрением реакций, когда скорости частиц малы, $v_i \ll c$. Соотношения (П1, П1′) в этом случае в системе центра масс примут вид

$$m_0 c^2 = c^2 \sum_{i=1}^{s} m_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{s} m_i v_i^2 - G_0 \sum_{i=2}^{s} \sum_{j=1}^{i-1} \frac{m_i m_j}{r_{ij}}, \qquad (\text{П2})$$

$$\sum_{i=1}^{s} m_i \vec{v}_i = 0, \quad m_i = M_i - \Delta_i. \qquad (\text{П2}')$$

Здесь принято, что взаимодействие частиц q_i и q_g — гравитационное, r_{ij} — расстояние между i-ой и j-ой частицами, $i \neq j$. Если в процессе реакции происходят только механические процессы в гравитационном поле, имеет место равенство

$$M_0 = M_1 + M_2 + \ldots + M_s. \qquad (\text{П3})$$

Тогда из соотношений (П2, П2′) следует:

$$E_p = \left(\sum_{i=1}^{s} (\Delta_i - \Delta_0 \right) c^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{s} m_i v_i^2 - G_0 \sum_{i=2}^{s} \sum_{j=1}^{i-1} \frac{m_i m_j}{r_{ij}}, \qquad (\text{П4})$$

где E_p — энергия, выделяющаяся при распаде частицы q_0^f. Учитывая (16), первое равенство перепишем в виде

$$E_p = \frac{27}{250} \frac{G_0^2}{h^2 c^2} \left(\sum_{i=1}^{s} \frac{\delta_i^2 \tau_i^2 M_i^5}{\tilde{n}_i^2} - \frac{\delta_0^2 \tau_0^2 M_0^5}{\tilde{n}_0^2} \right). \qquad (\text{П5})$$

Поскольку величина δ неизвестна, в (П5) учтена возможная зависимость δ от массы и состояния f квантона, и в общем случае величину и знак E_p определяет вид зависимости величины $\delta\tau$ от f и M. При $E_p \geqslant 0$ частицы q_i могут разойтись на произвольно большие расстояния, при $E_p < 0$ они образуют гравитационно связанную систему.

Получим еще одно соотношение для масс частиц, участвующих в реакции. Полная механическая энергия квантона равна

$$E^f = \frac{27}{250} \frac{G^2 M^5}{\tilde{n}^2 h^2} \tau (2 - \tau) - \frac{27}{125} \frac{G^2 M^5}{\tilde{n}^2 h^2} \tau. \qquad (\text{П6})$$

Здесь первый член справа — внутренняя энергия квантона T^f, второй — потенциальная энергия вещества квантона U^f в собственном гравитационном поле или энергия связи вещества в квантоне. Представим ее в виде

$$U^f = -GM^2\left(\widetilde{\frac{1}{r}}\right), \qquad (\Pi 7)$$

где $\widetilde{r^{-1}}$ — среднее гармоническое расстояний между всеми возможными парами элементов массы квантона, которое определим, сравнивая (П7) и второй член справа в (П6),

$$\left(\widetilde{\frac{1}{r}}\right) = \frac{27}{125}\frac{GM^3\tau}{\hbar^2\tilde{n}^2} \qquad (\Pi 8)$$

Рассмотрим вначале реакцию деления квантона $q_0^{f_0}$ на два: $q_1^{f_1}$ и $q_2^{f_2}$. Примем, что выполняется условие малости энергии распада: $|E_p| \ll \ll T^{f_0}$. В процессе деления квантона $q_0^{f_0}$ его внутренняя энергия превращается во внутреннюю энергию частиц $T_1^{f_1}$, $T_2^{f_2}$ и частично затрачивается на преодоление энергии связи вещества q_1 и вещества q_2 в q_0. Поскольку до начала реакции вещество q_1 и вещество q_2 идеально перемешаны в q_0, среднее гармоническое расстояний между элементами массы q_2 будет равно $\widetilde{r^{-1}}$ из (П8) и энергия связи q_1 и q_2 определится так:

$$U_{12} = -\frac{27}{125}\frac{G_0^2 M^3 M_1 M_2}{\hbar^2 \tilde{n}_0^2}\delta_0^2\tau_0. \qquad (\Pi 9)$$

Тогда для внутренней энергии частиц получим соотношение

$$T_0^{f_0} = T_1^{f_1} + T_2^{f_2} - U_{12}. \qquad (\Pi 10)$$

Учитывая (П6), (П9), из (П10) получим

$$\frac{M_1^5\eta_1}{\tilde{n}_1^2}\left(1-\frac{\tau_1}{2}\right) + \frac{M_2^5\eta_2}{\tilde{n}_2^2}\left(1-\frac{\tau_2}{2}\right) = \frac{M_0^5\eta_0}{\tilde{n}_0^2}\left(1-\frac{\tau_0}{2}-\frac{M_1M_2}{M_0^2}\right), \qquad (\Pi 11)$$

где $\eta_i = \delta_i^2\tau_i$. Следовательно, массы частиц, участвующих в реакции деления, должны удовлетворять двум соотношениям: (П2) и (П11).

Как показал Хокинг, черные дыры со временем испаряются. Скорость их испарения быстро убывает при возрастании массы ($\propto M^{-2}$) [16], так что по крайней мере при $M > 10^{15}$ г влияние этого эффекта, как возможного канала распада квантонов, не может играть существенной роли.

Харьковский государственный
университет

THE QUANTUM COSMOGONICAL MODEL

M. F. KHODYACHIKH

An expression for the total mechanical energy of the compressing uniform bell with due regard for pressures and rotations (the Maklauran spheroids) has been obtained. The exact solution of Schrodinger's equation describing stationary states of body-quanton has been found. The division reactions of quantons are considered. The quantons might turn into macrobodies in the process of disintegration. The obtained formulas allow us to realize the calculation of formation models of concrete systems of objects observed in the Universe.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков*, Строение и эволюция Вселенной, Наука, М., 1975.
2. *М. А. Марков*, ЖЭТФ, 51, 878, 1966.
3. *К. П. Станюкович*, Гравитационное поле и элементарные частицы, Атомиздат, М., 1965.
4. *К. П. Станюкович*, ДАН СССР, 168, 781, 1966.
5. *В. Г. Лапчинский, В. А. Рубаков*, Проблемы теории гравитации элементарных частиц, вып. 10, 99, 1979.
6. *M. J. Gotay, J. A. Isenberg*, Phys. Rev. D, 22, 235, 1980.
7. *F. Lund*, Phys. Rev. D, 8, 3253, 1973.
8. *В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, А. А. Любушкин*, ЖЭТФ, 60, 451, 1971.
9. *Я. Б. Зельдович*, в кн. «Космология. Теория и наблюдения», Мир, М., 1978, стр. 417.
10. *Н. Бирелл, П. Девис*, Квантовые поля в искривленном пространстве-времени, Мир, М., 1984.
11. *Ж.-Л. Тассуль*, Теория вращающихся звезд, Мир, М., 1982.
12. *Ю. С. Владимиров*, Эйнштейновский сборник, 1972, Наука, М., 1974.
13. *А. Мессиа*, Квантовая механика, т. I, Наука, М., 1978.
14. *Е. Бюклинг, К. Каянти*, Кинематика элементарных частиц, М., 1975.
15. *А. М. Балдин, В. И. Гольданский, В. М. Максименко, И. Л. Розенталь*, Кинематика ядерных реакций, М., 1968.
16. *B. S. De Witt*, Phys. Rep., 19C, 295, 1975.
17. *В. А. Амбарцумян*, Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, 11, 9, 1958.