

УДК: 52—64—67

О ЗАДАЧЕ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ В ОДНОМЕРНОЙ СРЕДЕ

М. С. ГЕВОРКЯН, А. Х. ХАЧАТРЯН

Поступила 29 июня 1984

Принята к печати 11 января 1985

Предлагается эффективный метод решения задачи переноса излучения некогерентного изотропного рассеяния в одномерном приближении в полубесконечной среде и в слое конечной толщины. Приводятся результаты численных расчетов, выполненных в четвертом и восьмом приближениях в случае доплеровского уширения линии. Сопоставлены результаты некоторых численных расчетов, выполненных двумя различными способами.

1. *Введение.* Задачам переноса излучения при общих законах некогерентного рассеяния посвящен ряд работ [1—10].

Впервые в работе [1] был предложен метод решения задач некогерентного рассеяния, в основе которого лежит представление функции перераспределения $r(x, x')$ в виде билинейного разложения

$$r(x, x') = \sum_{k=0}^n A_k a_k(x) a_k(x'); \quad n \ll \infty, \quad (1)$$

где x — безразмерная частота, выраженная в доплеровских ширинах, A_k — неотрицательные постоянные. Представление (1) является естественным обобщением закона полного перераспределения по частотам, соответствующего $n=0$. Указанный метод нашел дальнейшее развитие в работах [2—6].

В работе [11] развит общий операторный подход к линейным задачам переноса, который с одной стороны обобщает ряд известных результатов, а с другой устанавливает связь между решениями задач переноса в полубесконечной среде и в слое конечной толщины. Этот подход существенным образом опирается на принцип инвариантности Амбарцумяна.

На основании методов работы [1, 6, 11] удастся получить эффективное решение задачи некогерентного рассеяния в одномерном приближении как в полубесконечной среде, так и в слое конечной толщины, чему и посвящена настоящая работа.

2. Уравнения переноса для задачи некогерентного изотропного рассеяния в одномерном приближении при отсутствии внутренних источников энергии имеют вид (см. [12—14]):

$$\pm \frac{dI^{\pm}(\tau, x)}{d\tau} = -\alpha(x)I^{\pm}(\tau, x) + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') [I^{+}(\tau, x') + I^{-}(\tau, x')] dx', \quad (2)$$

где $I^{\pm}(\tau, x)$ — искомые интенсивности излучения, распространяющегося соответственно в сторону возрастания и убывания τ , $\alpha(x)$ — контур коэффициента поглощения, λ — вероятность выживания кванта при элементарном акте рассеяния.

К уравнениям (2) присоединяются граничные условия

$$\begin{aligned} I^{+}(0, x) &= I_0^{+}(x), & \tau_0 &\leq \infty, \\ I^{-}(\tau_0, x) &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

Следуя работе [11], перепишем задачу (2), (3) в операторной форме

$$\pm \frac{d\hat{I}^{\pm}}{d\tau} = -A\hat{I}^{\pm} + L(\hat{I}^{+} + \hat{I}^{-}), \quad \hat{I}^{+}(0) = \hat{I}_0^{+}; \quad \hat{I}^{-}(\tau_0) = 0. \quad (4)$$

Здесь \hat{I}^{\pm} — интенсивности, которые принимают значения из пространства M ограниченных вектор-функций, $I_0^{+} \in M$; A — оператор умножения на функцию α , L — интегральный оператор вида

$$(Lf)(x) = \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') f(x') dx'. \quad (5)$$

Сначала рассмотрим задачу (4) для полубесконечной среды.

Интенсивности \hat{I}^{+} и \hat{I}^{-} связаны соотношением (см. [11])

$$\hat{I}^{-}(\tau) = \rho \hat{I}^{+}(\tau), \quad (6)$$

где ρ — оператор отражения от полубесконечной среды и является каноническим решением следующего операторного квадратного уравнения (обобщенное уравнение Амбарцумяна):

$$A\rho + \rho A = (J + \rho)L(J + \rho), \quad (7)$$

где J — единичный оператор.

Каноническим решением уравнения (7) называется предел итераций ρ_n , определенных посредством

$$A\rho_{n+1} + \rho_{n+1}A = (J + \rho_n)L (J + \rho_n); \quad \rho_0 = 0.$$

Существование канонического решения уравнения (7) и ряд важных свойств этого решения установлены в работе [6]. Эти результаты нами будут использованы в разделе 3.

В [11] показано, что знание оператора ρ не только позволяет решить задачу диффузного отражения, но и определить внутренний режим полубесконечной среды. Действительно, из уравнения (4) с учетом (6) получаем, что \hat{I}^+ определяется из задачи Коши

$$\frac{d\hat{I}^+}{d\tau} = -\bar{G}\hat{I}^+, \quad \hat{I}^+(0) = \hat{I}_0^+, \quad (8)$$

где

$$\bar{G} = A - L(J + \rho).$$

Теперь рассмотрим среду конечной толщины. Следуя методу работы [11], введем оператор $Y(\tau)$. Рассмотрим полубесконечную среду. Поместим перед средой слой толщиной τ . Пусть на границу τ этого слоя справа падает излучение интенсивностью f_0 . Тогда из среды выйдет излучение

$$f = Y(\tau)f_0. \quad (9)$$

Из определения Y , следует, что она обладает полугрупповым свойством

$$Y(\tau_1 + \tau_2) = Y(\tau_1)Y(\tau_2). \quad (10)$$

Y определяется из следующей задачи Коши:

$$\frac{dY}{d\tau} = -GY, \quad (11)$$

$$Y(0) = J,$$

где

$$G = A - (J + \rho)L. \quad (12)$$

Введем также интегральные операторы отражения R и пропускания Q среды конечной толщины

$$\begin{aligned}\widehat{I}^+(\tau_0) &= Q(\tau_0) \widehat{I}_0^+, \\ \widehat{I}^-(0) &= R(\tau_0) \widehat{I}_0^+.\end{aligned}\quad (13)$$

Операторы R и Q связаны с операторами Y и ρ следующими соотношениями:

$$\rho = R + Y\rho Q, \quad (14)$$

$$Y = Q + Y\rho R, \quad (15)$$

Из (14) и (15) будем иметь

$$R = \frac{1}{2} [(J + Y\rho)^{-1}(\rho + Y) + (J - Y\rho)^{-1}(\rho - Y)], \quad (16)$$

$$Q = \frac{1}{2} [(J + Y\rho)^{-1}(\rho + Y) - (J - Y\rho)^{-1}(\rho - Y)]. \quad (17)$$

Таким образом знание операторов Y и ρ позволяет найти R и Q , которые в свою очередь дают возможность определить поле излучения внутри среды конечной толщины.

3. Среди существующих разложений вида (1) функции перераспределения особой важностью обладает разложение по ортонормированным системам с весом $\frac{1}{\alpha(x)}$ (см. [6]).

В случае доплеровского уширения линии имеем

$$\alpha(x) = e^{-x^2}; \quad r(x, x') = \int_{\max(|x|, |x'|)}^{\infty} e^{-t^2} dt, \quad (18)$$

Тогда отмеченным свойством ортонормированности с весом $\frac{1}{\alpha(x)}$ обладает разложение, в котором

$$A_k = \frac{1}{2k+1}; \quad a_k(x) = \frac{(-1)^k e^{-x^2} H_{2k}(x)}{2^k \sqrt{(2k)!} \sqrt{\pi}}. \quad (19)$$

Здесь $H_{2k}(x)$ — полиномы Эрмита порядка $2k$ [8, 9].

Ниже мы будем считать, что система $\{a_k(x)\}$ ортонормирована с весом $\frac{1}{\alpha(x)}$.

Раскрывая операторное уравнение (7) с учетом композиции ядер при умножении интегральных операторов, приходим к следующему уравнению (см. [12]):

$$\begin{aligned}
 [\alpha(x) + \alpha(x')] \rho(x, x') &= \frac{\lambda}{2} r(x, x') + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x'') \rho(x'', x') dx'' + \\
 &+ \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, x'') r(x'', x') dx'' + \\
 &+ \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, x'') dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x'', x''') \rho(x''', x') dx'''. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Решение уравнения (20) можно представить в виде

$$\rho(x, x') = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^n \rho_{ik} \frac{\alpha_i(x) \alpha_k(x')}{\alpha(x)}, \quad (21)$$

где

$$\rho_{ik} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, x') \frac{\alpha_i(x) \alpha_k(x')}{\alpha(x')} dx dx'. \quad (22)$$

Умножая обе части уравнения (20) на $\frac{\alpha_i(x) \alpha_k(x')}{\alpha(x')}$, интегрируя по x и x' от $-\infty$ до ∞ с учетом ортонормированности функций $\{\alpha_k(x)\}$ с весом $\frac{1}{\alpha(x)}$, в n -м приближении, получаем следующую систему нелинейных уравнений относительно ρ_{ij} :

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=0}^n \rho_{ik} \gamma_{kj} + \sum_{k=0}^n \gamma_{ik} \rho_{kj} &= \frac{\lambda}{2} \left[C_{ij} + \sum_{k=0}^n C_{ik} \rho_{kj} + \right. \\
 &+ \left. \sum_{k=0}^n \rho_{ik} C_{kj} + \sum_{k=0}^n \sum_{m=0}^n \rho_{ik} C_{km} \rho_{mj} \right]. \quad (23)
 \end{aligned}$$

Здесь

$$\gamma_{mk} = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_m(x) \alpha_k(x) dx, \quad C_{ij} = A_j \gamma_{ij} \quad (24)$$

В случае доплеровского уширения линии имеем

$$\gamma_{mk} = \frac{[2(k+m)-1]!}{2^{k+m+1/2} \sqrt{(2k)! (2m)!}}$$

Уравнение (23) может быть решено последовательным приближением. Однако для реализации итераций более целесообразно, чтобы вместо $A = (\gamma_{ij})$ иметь диагональную матрицу. Для этого представим симметричную матрицу A в виде

$$A = UDU^{-1}, \quad (25)$$

где $D = (\delta_{ij}d_i)$ — диагональная матрица с положительными элементами, а U — унитарная матрица: $U^* = U^{-1}$. Такое представление матрицы A всегда возможно, поскольку A — очевидно положительно определенная матрица.

Умножая обе части равенства (7) слева на U^{-1} , а справа на U , с учетом (25), будем иметь

$$\begin{aligned} U^{-1}UDU^{-1} \rho U + U^{-1} \rho UDU^{-1} U &= \\ = U(J + UU^{-1} \rho UU^{-1}) L (J + UU^{-1} \rho UU^{-1}) U^{-1}. \end{aligned} \quad (26)$$

Это соотношение можно переписать в виде матричного уравнения

$$\begin{aligned} \bar{D} \bar{\rho} + \bar{\rho} \bar{D} &= (J + \bar{\rho}) \bar{L} (J + \bar{\rho}), \\ \bar{\rho} &= U^{-1} \rho U; \quad \bar{L} = U^{-1} L U. \end{aligned} \quad (27)$$

Рассмотрим итерационный процесс для уравнения (27). Пусть $\bar{\rho}^0 = 0$ и на k -ом шагу итераций в правой части (27) поставлена уже известная матрица $\bar{\rho}^k$ и тем самым правая часть (27) обращается в известную матрицу B^k . Матрица $\bar{\rho}^{k+1}$ определяется из следующего уравнения:

$$\bar{D} \bar{\rho}^{k+1} + \bar{\rho}^{k+1} \bar{D} = B^k. \quad (28)$$

Диагональный вид матрицы D дает возможность весьма элементарно решить уравнение (28). Действительно, из (28) имеем

$$\bar{\rho}_{ij}^{k+1} = \frac{b_{ij}^k}{d_i + d_j}, \quad (29)$$

где

$$b_{ij}^k = \frac{\lambda}{2} \left[\bar{C}_{ij} + \sum_{p=0}^n \bar{\rho}_{ip}^k \bar{C}_{pj} + \sum_{p=0}^n \bar{C}_{ip} \bar{\rho}_{pj}^k + \sum_{p=0}^n \sum_{q=0}^n \bar{\rho}_{ip}^k \bar{C}_{pq} \bar{\rho}_{qj}^k \right]. \quad (30)$$

После определения матрицы $\tilde{\rho}$ (с надлежащей точностью) матрица ρ определяется по формуле

$$\rho = U \tilde{\rho} U^{-1}. \quad (31)$$

Обратимся к решению задачи (11), (12).

Умножая обе части уравнения (11) (записанного в терминах ядер) на $\frac{\alpha_m(x) \alpha_k(x')}{\alpha(x')}$ и интегрируя по x и x' от $-\infty$ до $+\infty$, в n -м приближении получаем

$$\frac{dY_{ik}}{d\tau} = - \sum_{m=0}^n G_{im} Y_{mk}, \quad (32)$$

$$Y_{ik}(0) = \delta_{ik}; \quad i, k = 0, 1, 2, \dots, n,$$

где

$$G_{im} = \gamma_{im} - \frac{\lambda}{2} \left[C_{im} + \sum_{p=0}^n \rho_{ip} C_{pm} \right]. \quad (33)$$

Аналогично ядра оператора R и Q представим в форме

$$R(x, x', \tau_0) = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^n R_{ik}(\tau_0) \frac{\alpha_i(x) \alpha_k(x')}{\alpha(x)}, \quad (34)$$

$$Q(x, x', \tau_0) = \sum_{i=0}^n \sum_{k=0}^n Q_{ik}(\tau_0) \frac{\alpha_i(x) \alpha_k(x')}{\alpha(x)}. \quad (35)$$

Тогда R_{ik} и Q_{ik} определяются из следующей алгебраической системы:

$$R_{ik} \pm Q_{ik} = \sum_{j=0}^n (Z_{ij}^{\pm})^{-1} (\rho_{jk} \pm Y_{jk}), \quad (36)$$

где

$$(Z_{ij}^{\pm})^{-1} = \left(\delta_{ij} \pm \sum_{k=0}^n Y_{ik} \rho_{kj} \right)^{-1}. \quad (37)$$

Отметим, что τ_0 здесь считается фиксированным.

Ниже мы опишем второй способ решения вышеизложенной задачи, который был предложен в работе [6] и был применен в [7, 15].

Подставляя (1) в (20), получаем

$$\rho(x, x') = \frac{\lambda}{2} \sum_{m=0}^n A_m \frac{\varphi_m(x) \varphi_m(x')}{\alpha(x) + \alpha(x')}, \quad (38)$$

где

$$\varphi_m(x) = \alpha_m(x) + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, x') \alpha_m(x') dx'. \quad (39)$$

Подставляя в полученное соотношение выражение для $\rho(x, x')$, можно убедиться, что функции $\varphi_m(x)$ удовлетворяют следующему функциональному уравнению (система уравнений Амбарцумяна):

$$\varphi_m(x) = \alpha_m(x) + \frac{\lambda}{2} \sum_{k=0}^n A_k \varphi_k(x) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi_k(x') \alpha_m(x') dx'}{\alpha(x) + \alpha(x')}. \quad (40)$$

Подставляя (21) в (39), умножая обе части на $\frac{\alpha_m(x)}{\alpha(x)}$ и интегрируя по x , находим

$$\rho_{ki} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi_k(x) \alpha_i(x)}{\alpha(x)} dx - \delta_{ki}. \quad (41)$$

Снова рассмотрим задачу (11).

Поступая таким же образом, получаем, что матрица — функция $Y_{ik}(\tau)$ определяется из задачи (32), где элементы матрицы G_{ik} задаются посредством

$$G_{ik} = \gamma_{ik} - \frac{\lambda}{2} A_i C_{ik}, \quad (42)$$

Здесь

$$C_{ik} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i(x) \alpha_k(x) dx. \quad (43)$$

4. Приводим результаты некоторых численных расчетов. Они относятся как к первому (уравнение (29)), так и ко второму способу (система уравнений Амбарцумяна (40)) определения ρ . При нахождении элементов матрицы $\tilde{\rho} = \rho_{ij}$ из уравнения (29) итерационный процесс продолжается до тех пор пока разности последующего и предыдущего членов итерационного ряда становятся меньше 10^{-6} .

Как известно, наибольшую трудность представляет случай $1 - \lambda \ll 1$. Ниже приведены результаты по вычислению матрицы $\rho = \rho_{ij}$ при значении $\lambda = 0.995$, выполненному в 4-ом приближении первым способом.

$$\rho_{ik} = \begin{bmatrix} 0.8721; & 0.6681; & 0.1914; & 0.0475 \\ 0.0575; & 0.2387; & -0.1597; & 0.0057 \\ -0.0163; & 0.0701; & 0.0687; & -0.0469 \\ -0.0034; & -0.0219; & 0.0493; & 0.0393 \end{bmatrix}.$$

Приведены также матрицы R_{ik} к Q_{ik} при значениях

$$\lambda = 0.995, \tau_0 = 1.$$

$$R_{ik} = \begin{bmatrix} 0.2498; & 0.0047; & -0.0055; & -0.0041 \\ 0.0781; & 0.0237; & 0.0081; & 0.0024 \\ 0.0284; & 0.0186; & 0.0111; & 0.0062 \\ 0.0099; & 0.0117; & 0.0110; & 0.0074 \end{bmatrix}.$$

$$Q_{ik} = \begin{bmatrix} 0.7469; & -0.1511; & -0.0610; & -0.0227 \\ -0.0792; & 0.8266; & -0.1323; & -0.0838 \\ -0.0288; & -0.1220; & 0.8615; & -0.1186 \\ -0.0101; & -0.0744; & -0.1149; & 0.8758 \end{bmatrix}.$$

Заметим, что способ дискретизации (21) сводит вопрос о построении функции $\rho(x, x')$, симметричной по своим аргументам, к построению матрицы ρ_{ik} , которая не является симметричной. После перехода из матриц ρ_{ik} к функции $\rho(x, x')$ построенная функция $\bar{\rho}(x, x')$ тоже может оказаться несимметричной, вследствие приблизительного характера вычисления. Величина отклонения $\bar{\rho}(x, x') - \bar{\rho}(x', x)$ дает дополнительную информацию о точности численных результатов. С этой целью в табл. 1 приведены значения функций $\bar{\rho}(x, x')$ и $\bar{\rho}(x', x)$ в 4-ом приближении.

Из приведенной таблицы видно, что величина отклонения составляет несколько процентов.

На рис. 1 приведены профили спектральных линий ($\lambda = 0.9$)

$$R(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, x') dx'; \quad R(x, \tau_0) = \int_{-\infty}^{\infty} R(x, x', \tau_0) dx' \quad (44)$$

для полубесконечной среды и для слоя конечной толщины ($\tau_0 = 2.5$), вычисленные в 4-ом приближении первым способом.

Для численного решения уравнения (40) сперва интеграл заменяется интегральной суммой согласно квадратурной формуле Гаусса—Эрмита, а затем используется итерационный процесс, определяемый посредством

Таблица 1

ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ $\tilde{\rho}(x, x')$ И $\tilde{\rho}(x', x)$											
$x \backslash x'$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2
0	0.3622	0.3518	0.3225	0.2828	0.2371	0.1909	0.1503	0.1110	0.0768	0.0522	0.0102
0.2	0.3528	0.3432	0.3173	0.2805	0.2388	0.1959	0.1536	0.1136	0.0780	0.0421	0.0094
0.4	0.3248	0.3195	0.3018	0.2752	0.2419	0.2038	0.1626	0.1212	0.0832	0.0506	0.0098
0.6	0.2846	0.2819	0.2770	0.2650	0.2445	0.2141	0.1805	0.1356	0.0916	0.0545	0.0052
0.8	0.2347	0.2376	0.2439	0.2482	0.2426	0.2248	0.1980	0.1463	0.1052	0.0341	0.0924
1	0.1827	0.1899	0.2051	0.2228	0.2321	0.2250	0.1995	0.1709	0.1352	0.1145	0.0963
1.2	0.1428	0.1489	0.1620	0.1871	0.2065	0.2057	0.2028	0.1811	0.1489	0.1501	0.1201
1.4	0.1045	0.1055	0.1177	0.1407	0.1683	0.1806	0.1948	0.1767	0.1613	0.1641	0.1224
1.6	0.0814	0.0782	0.0752	0.0850	0.1124	0.1476	0.1723	0.1733	0.1501	0.1426	0.1168
1.8	0.0412	0.0381	0.0451	0.0592	0.0891	0.1023	0.1423	0.1600	0.1331	0.1311	0.1105
2	0.0381	0.0072	0.0069	0.0082	0.0918	0.0851	0.1001	0.1121	0.1092	0.1059	0.0921

$$\varphi_m^{k+1}(x_p) = \alpha_m(x_p) + \lambda \sum_{q=0}^n A_q \varphi_q^k(x_p) \sum_{p=0}^N D_p \frac{\varphi_q^k(x'_p) \alpha_m(x'_p)}{\sigma(x_p) + \alpha(x_p)}, \quad (45)$$

$$\varphi_m^0(x_p) = 0,$$

где D_p — заданные числа — веса, а x_p — заданные точки — узлы.

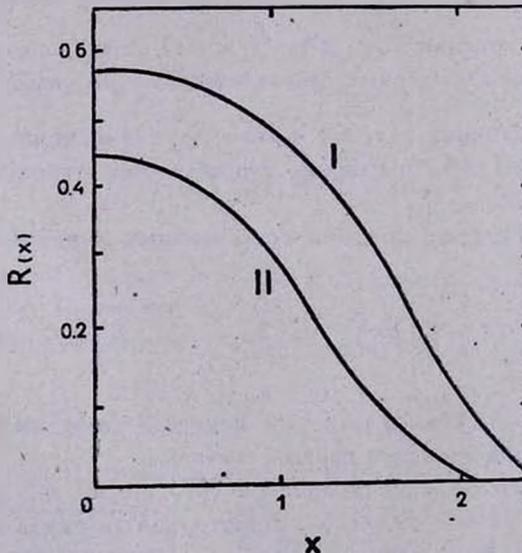


Рис. 1. Профили спектральных линий ($\lambda = 0.9$) в 4-ом приближении: I — полубесконечная среда; II — среда конечной толщины ($\tau_0 = 2, 5$).

После численного решения уравнения (45) ρ_{ik} и C_{ik} из формул (41) и (43) определяются посредством

$$\rho_{ki} = \sum_{\nu=0}^N D_{\nu} \frac{\varphi_{\nu}(x_{\rho}) z_{\nu}(x_{\rho})}{z(x_{\rho})} - \delta_{ki}, \quad (46)$$

$$C_{ik} = \sum_{\nu=0}^N D_{\nu} \varphi_{\nu}(x_{\rho}) z_{\nu}(x_{\rho}). \quad (47)$$

Ниже приводятся элементы матрицы $\rho = \rho_{ik}$, рассчитанные по формуле (46) в 8-ом приближении при значении $\lambda = 0.7$ в $N = 17$ -и точках (корни полиномов Эрмита Γ_{16}, Γ_{17}):

$$\rho_{ik} = \begin{bmatrix} 0.2925; & -0.0803; & -0.0138; & 0.0014; \\ 0.0503; & 0.0676; & -0.0226; & -0.0063; \\ 0.0081; & 0.0217; & 0.0378; & -0.0136; \\ -0.0006; & 0.0357; & 0.0132; & 0.0264; \\ -0.0003; & -0.0374; & 0.0176; & -0.0002; \\ -0.0011; & -0.0010; & 0.0013; & 0.0022; \\ -0.0006; & -0.0001; & -0.0024; & 0.0037; \\ 0.0012; & -0.0098; & 0.0312; & -0.0577; \end{bmatrix}$$

$$\rho_{ik} = \begin{bmatrix} 0.0053; & 0.0020; & 0.0008; & 0.0022 \\ -0.0093; & 0.0006; & 0.0018; & -0.0095 \\ 0.0098; & -0.0005; & -0.0024; & 0.0331 \\ -0.0197; & -0.0032; & 0.0033; & -0.0579 \\ 0.0258; & -0.0081; & -0.0056; & 0.0617 \\ 0.0084; & 0.0163; & -0.0061; & -0.0401 \\ -0.0003; & 0.0085; & 0.0134; & 0.0051 \\ 0.0631; & -0.0367; & 0.0206; & 0.0177 \end{bmatrix}$$

На рис. 2, 3 приведены графики «интегральных коэффициентов» пропускания и отражения

$$R(x, \tau_0) = \int_{-\infty}^{\infty} R(x, x', \tau_0) dx'; \quad Q(x, \tau_0) = \int_{-\infty}^{\infty} Q(x, x', \tau_0) dx', \quad (48)$$

вычисленные в 8-ом приближении для слоя конечной толщины при значениях $\tau_0 = 0.2; 0.4; 0.6; 0.8; 1$.

Следует отметить, что аналогичные расчеты для определения ρ (вторым способом) выполнены в работах [6, 7].

Естественно, представляет большой интерес сравнение друг с другом двух способов решения.

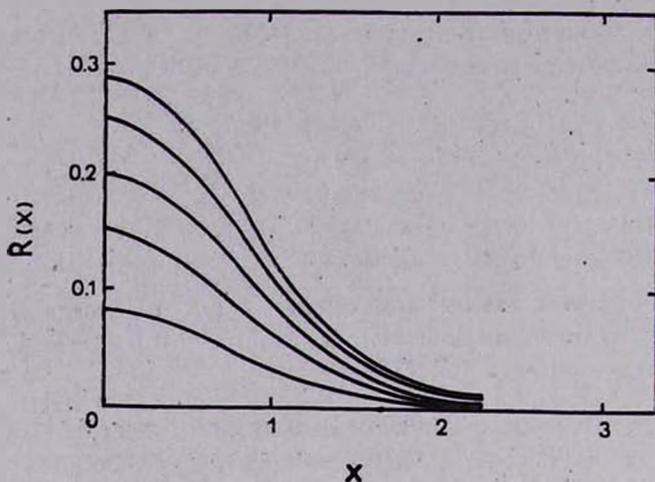


Рис. 2. Интегральный коэффициент отражения среды при $\lambda = 0.9$ для различных значений τ_0 .

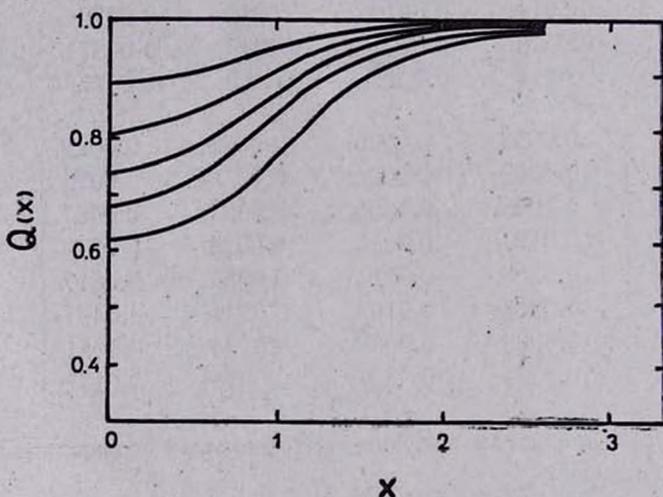


Рис. 3. Интегральный коэффициент пропускания среды при $\lambda = 0.9$ для различных значений τ_0 .

На рис. 4 изображены профили поглощения линии

$$\bar{R}(x) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, x') dx', \quad (49)$$

для полубесконечной среды в 4-ом приближении, вычисленные первым (на графике соответствуют сплошные линии) и вторым (пунктирные линии)

способами. Различие между данными, полученными на основе первого и второго методов, незначительно (в третьем знаке после запятой).

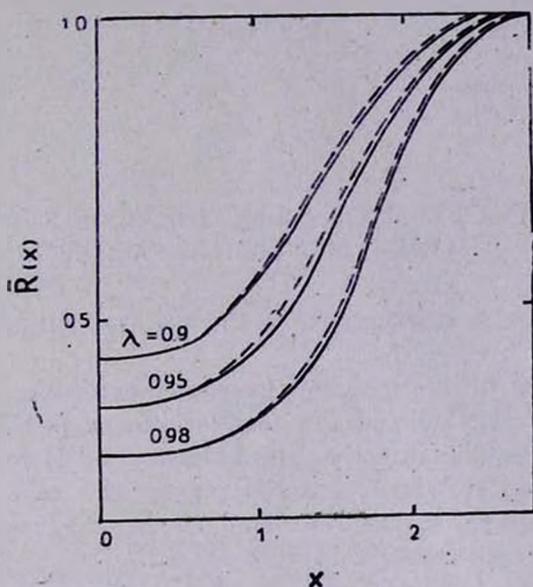


Рис. 4. Профили поглощения линии при некоторых значениях λ для полубесконечной среды.

Ниже приводятся элементы матрицы $\rho = \rho_{ij}$, вычисленные первым и вторым способами соответственно, при значении $\lambda = 0.9$.

$$\rho_{ij} = \begin{bmatrix} 0.5209; & -0.3052; & -0.0149; & 0.0182 \\ 0.0776; & 0.1004; & -0.0389; & -0.0110 \\ 0.0047; & 0.0372; & 0.0500; & -0.0185 \\ -0.0063; & 0.0081; & 0.0176; & 0.0346 \end{bmatrix},$$

$$\rho_{ij} = \begin{bmatrix} 0.5209; & -0.2050; & -0.0158; & 0.0167 \\ 0.0779; & 0.1004; & -0.0404; & -0.0120 \\ 0.0054; & 0.0389; & 0.0498; & -0.0199 \\ -0.0055; & 0.0093; & 0.0189; & 0.0345 \end{bmatrix}.$$

Из знакомства с приведенными числами можно сделать вывод, что первый способ более эффективен по сравнению со вторым с вычислительной точки зрения. Действительно, во втором случае мы заменяем интегралы интегральными суммами и, в отличие от первого метода, не располагаем критерием, обеспечивающим надлежащую точность решения задачи.

Метод, описанный в настоящей работе, предполагается в дальнейшем применить к нелинейным задачам переноса некогерентного рассеяния.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Н. Б. Енгибаряну за постановку задачи и ценные указания.

Армянский государственный
педагогический институт
им. Х. Абовяна
Отдел прикладных проблем
физики АН Арм.ССР

ON THE PROBLEM OF NONCOHERENT SCATTERING IN ONE-DIMENSIONAL MEDIUM

M. S. GEVORKIAN, A. KH. KHACHATRIAN

The problem of noncoherent isotropic scattering radiation in one-dimensional approximation in the semi-infinite medium and in the layer of finite thickness is effectively solved. Results of numerical calculations in the fourth and eighth approximations for the case of Doppler line broadening are given. Results of certain numerical calculations performed by two different methods are compared.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Б. Енгибарян, *Астрофизика*, 7, 573, 1971.
2. Н. Б. Енгибарян, А. Г. Никогосян, *Астрофизика*, 8, 71, 1972.
3. Н. Б. Енгибарян, А. Г. Никогосян, *Астрофизика*, 8, 213, 1972.
4. Н. Б. Енгибарян, А. Г. Никогосян, *Астрофизика*, 9, 79, 1973.
5. N. B. Yengibarian, A. G. Nikoghossian, *J. Q. S. R. T.*, 13, 787, 1973.
6. М. С. Геворкян, Н. Б. Енгибарян, А. Г. Никогосян, *Астрофизика*, 11, 455, 1975.
7. Н. А. Нарутунян А. Г. Никогоссиан, *J. Q. S. R. T.*, 10, 135, 1978.
8. W. Unno, *Ap. J.*, 129, 359, 1959.
9. D. G. Hummer, *M. N. RAS*, 125, 21, 1962.
10. D. G. Hummer, *M. N. RAS*, 145, 95, 1969.
11. Н. Б. Енгибарян, М. А. Мнацаканян, *ДАН СССР*, 217, 533, 1974.
12. В. В. Соболев, *Вестн. ЛГУ*, 11, 99, 1955.
13. В. В. Соболев, *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет*, Гостехиздат, М., 1956.
14. В. В. Иванов, *Перенос излучения и спектры небесных тел*, Наука, М., 1969.
15. М. С. Геворкян, *Тематический сб. научных трудов*, Ереван, 1979.
16. А. Н. Тихонов, А. А. Самарский, *Уравнения математической физики*, Наука, М., 1977.
17. Е. Н. Деконосидзе, *Таблицы корней и весовых множителей обобщенных полиномов Лагерра*, М., 1966.