

УДК: 524.8+530.145

ЭВОЛЮЦИЯ ОЧЕНЬ РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМ ВАКУУМОМ*

В. Г. ГУРЗАДЯН, А. А. КОЧАРЯН, С. Г. МАТИНЯН

Поступила 16 мая 1984

Принята к печати 3 ноября 1984

Рассмотрены уравнения Эйнштейна с однопетлевыми квантовыми поправками, описывающие поляризацию вакуума физических полей. Показано, что в интервале времен, где существенны только однопетлевые поправки для сильного классического гравитационного поля, эти уравнения дают для космологической задачи единственное устойчивое решение фридмановского типа.

1. *Введение. Постановка задачи.* Квантовые эффекты, несомненно, играли значительную роль в эволюции очень ранней Вселенной, определяя, по крайней мере, характер и темп ее расширения. Они, в частности, могли бы устранить сингулярности, присущие классической общей теории относительности.

При отсутствии последовательной квантовой теории гравитации возможным путем исследования эволюции ранней Вселенной является учет квантовых поправок в правой части уравнений Эйнштейна. Такой подход к учету квантовых эффектов в уравнениях Эйнштейна был развит в работах [1, 2] (см. также [3]). Эти уравнения можно представить в виде ($\hbar = c = 1$)

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R = l^2 (T^{\mu\nu} + \langle T^{\mu\nu} \rangle), \quad (1)$$

$$l^2 \equiv 8\pi G,$$

где $T^{\mu\nu}$ — тензор энергии импульса реальной материи, а $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ учитывает вклад квантовых поправок, связанных с поляризацией вакуума физических полей в сильном гравитационном поле. Иными словами, гравитационное поле рассматривается классически, а в однопетлевом приближении ($\langle T^{\mu\nu} \rangle = 0$ (\hbar)) в $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ учитываются вклады в поляриза-

* Доложено на XXII Международной конференции по физике высоких энергий (Лейпциг, июль 1984).

цию вакуума от всех полей материи, за исключением вклада от гравитонов. Это пренебрежение гравитационными петлями обосновано в главном приближении по $1/N$ [4], где N — число физических полей материи, и крайне важно, ибо вклад в $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ от гравитонов неопределен из-за зависимости его от выбора калибровки.

Квантовые поправки связаны не только с поляризацией вакуума, но и с эффектами рождения реальных частиц. В расширяющейся Вселенной число частиц не есть интеграл движения, а лишь адиабатический инвариант (даже если гравитация не квантуется). Однако известно, что для изотропных моделей (которые нас будут интересовать ниже), благодаря конформной инвариантности, рождение безмассовых частиц не происходит [5].

Можно считать, что для масштабов энергий, характеризующих очень раннюю Вселенную, образование массивных частиц также подавлено существенно. Что касается гравитонов (не конформно-инвариантный объект), то они могут, вообще говоря, рождаться в изотропных моделях, но при расширении Вселенной по закону \sqrt{t} , $R=0$, это запрещено.

Итак, для того, чтобы изучить роль квантовых поправок в эволюции ранней Вселенной, мы ограничимся вкладом в $\langle T^{\mu\nu} \rangle$ поляризации вакуума в интенсивном гравитационном поле от конформно-инвариантных (т. е. безмассовых) свободных физических полей (для которых, кстати, нет высших по \hbar вкладов в $\langle T^{\mu\nu} \rangle$) и пренебрежем вкладом от реальных полей (и гравитонов) в правую часть (1).

Можно думать, в соответствии со сказанным выше, что наше приближение разумно, несмотря на то, что массивные поля и гравитоны могут присутствовать в очень ранней Вселенной.

$\langle T^{\mu\nu} \rangle$ из (1) в однопетлевом приближении вычислялось рядом авторов (см. [6]). Это выражение формально расходится и требует регуляризации. Окончательное выражение (квадратичное, конечно, по $R^{\mu\nu}$ и R или содержащие их производные второго порядка) имеет вид:

$$\begin{aligned} \langle T^{\mu\lambda} \rangle = & \alpha \left(R^{\mu\nu} R_{\lambda}^{\nu} - \frac{2}{3} R R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g^{\mu\nu} R_{;\rho} R^{\lambda\rho} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4} g^{\mu\nu} R^2 \right) + \beta/3 \left(R^{;\mu\nu} - g^{\mu\nu} R_{;\lambda}^{\lambda} - R R^{\mu\nu} + \frac{1}{4} g^{\mu\nu} R^2 \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Безразмерные постоянные α и β фиксируются схемой регуляризации (например, размерной) и зависят от числа N полей материи, дающих вклад в поляризацию вакуума.

Для существенности однопетлевых поправок необходимо, чтобы $|\alpha|, |\beta| \gg 1$, что может иметь место при достаточно большом N . Необ-

ходимо также, чтобы двухпетлевые и более высокие поправки были несущественны, т. е.

$$|R_{\mu\nu\rho} R^{\mu\nu\rho}| \ll \Gamma^4.$$

Это условие позволяет еще использовать классические концепции гравитационного поля и пространственно-временной метрики, но квантовые поправки уже существенны.

В работах [7, 8] и других решались уравнения (1), (2) с тензором энергии импульса материи $T^{\mu\nu}$, соответствующим классическому излучению, при разных значениях α и β , причем в качестве граничного условия требовался выход на фридмановское решение при $t \rightarrow \infty$.

Важным шагом на этом пути была работа [9], где изучались уравнения (1), (2) с $T^{\mu\nu} = 0$ и было получено несингулярное решение де-ситтеровского типа, которое, однако, как оказалось [10], неустойчиво относительно малых флуктуаций метрики.

В данной работе мы исследуем уравнения (1), (2) для «пустой» Вселенной ($T^{\mu\nu} = 0$), (см. также [11]). В отличие от предыдущих работ [7, 8] мы не ставим граничного условия выхода решения на фридмановское при больших временах, учитывая, что у расширяющейся Вселенной, эволюционирующей от сингулярности («начала») и прошедшей короткую, но важную стадию с определяющей ролью квантовых эффектов и, в частности, этап, описываемый уравнениями (1), (2), до выхода на современный фридмановский режим ($t \rightarrow \infty$) была интереснейшая судьба, обуславлившая ее основные современные свойства: однородность и изотропность, проблема горизонта; проблема энтропии, плоскостность, проблема первичных флуктуаций и др. («раздувающаяся» — де-ситтеровская [12, 13] или квази-де-ситтеровская [14] Вселенная).

Мы исходим из того, что существует конечный интервал времени расширения Вселенной, верхняя граница которого определяется преобладанием вклада однопетлевых квантовых поправок (2) над левой частью уравнений (1), линейной по $R^{\mu\nu}$ и R ; нижняя, как уже отмечалось, — условием пренебрежения многопетлевыми поправками.

Протяженность этого интервала, даваемого неравенствами

$$l \ll t \ll |\alpha|^{1/2} l, |\beta|^{1/2} l, \quad (3)$$

определяется числом N квантованных полей, дающих вклад в поляризованный сильной классической гравитацией вакуум. Он тем шире, чем больше N .

Мы рассматриваем уравнения (1), (2) для нулевой космологической постоянной и показываем, что уравнение (1) имеет для интервала (3)

единственное устойчивое решение фридмановского типа ($a \sim \sqrt{t}$) для радиационно-доминированной Вселенной.

2. *Расширение фридмановского типа.* Рассмотрим исходные уравнения (1), (2) с $T^{\mu\nu} = 0$ для метрики Фридмана—Робертсона—Уокера

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) [d\chi^2 + f^2(\chi) (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)], \quad (4)$$

где

$$f(\chi) = \begin{cases} \chi, & k = 0, \\ \sin \chi, & k = 1, \\ \text{sh } \chi, & k = -1. \end{cases}$$

Прежде всего заметим важное обстоятельство, связанное со структурой $\langle T^{\mu\nu} \rangle$. Легко проверить, что решения уравнения

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{4} g^{\mu\nu} R = 0 \quad (5)$$

при $R = -12/a^4$ и $R = 0$ удовлетворяют исходным уравнениям (1), (2). При этом первое из условий $R = -12/a^4$ соответствует упомянутому решению де-ситтеровского типа [9].

В наиболее интересном случае $|\beta| \gg |a|$ и для указанного интервала t (3) уравнения (1), (2) перейдут в уравнения

$$\begin{aligned} R_i^i &= 0 \\ R^{\mu\nu} - R \left(R^{\mu\nu} - \frac{1}{4} g^{\mu\nu} R \right) &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

которые для метрики (4) переписутся в виде

$$\begin{aligned} (\dot{a}^2 + k)^2 - a^2 \ddot{a}^2 + C\dot{a} &= 0, \\ a^3 \frac{d}{dt} \left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{k + \dot{a}^2}{a^2} \right) &= C/2, \end{aligned} \quad (7)$$

где C постоянная.

Если $C = 0$, то уравнения (7) имеют только два типа решений: — де-ситтеровское ($R = \text{const} \neq 0$) и фридмановское ($R = 0$, $k = 0$, $k = 1$, $k = -1$), совпадающее с решением эйнштейновских уравнений совместно с уравнением состояния фотонного газа ($P = \epsilon/3$).

Для $C \neq 0$ уравнения (7) переходят в одно уравнение

$$C\sqrt{u} + (u + k)^2 = a^2 \frac{u'^2}{4}; \quad \dot{a} = \sqrt{u(a)}, \quad (8)$$

которое интегрируемо при $k = 0$:

$$\int_{t_0}^t dt = (4A)^{1/3} \int_{a_0}^{a(t)} \frac{a^2 da}{(a^3 - AC)^{2/3}}, \quad \begin{matrix} \sigma = \pm 1, \\ A > 0. \end{matrix} \quad (9)$$

При $a \ll 1$ из (9) получаем единственное решение в виде

$$a(t) = \text{const} \sqrt{t}, \quad (10)$$

что соответствует случаю $R = 0$.

Как видно из (7), условия $a \ll 1$, $\dot{a} > 0$ и $k = 0$ являются граничными для этих уравнений, т. е. решение (10) имеет место при любом C .

Таким образом, для случая ранней плоской и расширяющейся Вселенной (10) является единственным решением уравнений (7).

Нетрудно убедиться, что решение (10) устойчиво по отношению к малым возмущениям метрики: в интересующем нас случае они спадают со временем как $t^{-1/2}$.

Можно также показать, что частное решение исходных уравнений (1), (2) представимо в виде разложения по α/β ($\alpha \ll 1$):

$$a(t) = \sqrt{Mt} + \frac{\alpha}{\beta} \sqrt{Nt} \ln(St) + O\left(\frac{\alpha^2}{\beta^2}\right); \quad (k = 0), \quad (11)$$

$$M, N, S = \text{const},$$

что указывает на корректность сделанных допущений при получении решения (10) и означает эффективную перенормировку степени в (10) при малых t : $t^{1/2 + O(\alpha/\beta)}$.

Легко проверить, что решения (10), (11) удовлетворяют уравнениям (1), (2) при t из интервала (3) ($\alpha \ll \beta$).

Отметим, что эти выводы относятся не только к случаю с $k = 0$, но и правильны при $k = \pm 1$, ибо в рамках исследуемой задачи об эволюции ранней Вселенной эти случаи не отличимы.

3. Заключение. В заключение еще раз подчеркнем, что в основе полученного единственного (устойчивого) решения фридмановского типа (10) лежит предположение о существовании конечного интервала времени (3).

Не исключено, что такого интервала не существует, т. е. уравнения (1), (2) не имеют области применимости (это вопрос теории элементарных частиц, в частности, мультиплетного содержания и структуры единой теории типа суперсимметричного великого объединения).

С другой стороны, если такой интервал все же существует, то можно думать, что ввиду устойчивости решения (10), Вселенная, выйдя на этот

режим, будет расширяться по закону \sqrt{t} и в более поздние времена, до тех пор, пока не произойдут фазовые переходы [15] и (или) Вселенная не войдет в инфляционную (де-ситтеровскую) фазу [13]. Затем, после окончания этой фазы, с увеличением роли реальной (радиационной доминирующей) материи, закон расширения опять станет фридмановским ($a \sim t^{1/2}$).

Следует отметить, что описанный сценарий эволюции ранней Вселенной согласуется с равенством нулю космологической постоянной ($\Lambda = R - l^2(3\rho - \epsilon)$). Иными словами, $\Lambda = 0$ возможно не только для плоской радиационно-доминированной Вселенной [15], но и для «пустой» Вселенной с поляризованным вакуумом.

Мы благодарны Г. М. Асатрян, А. Д. Линде, Р. Л. Мкртчян, Г. К. Саввиди и А. А. Старобинскому за полезные обсуждения.

Ереванский физический
институт

EVOLUTION OF VERY EARLY UNIVERSE WITH POLARIZED VACUUM

V. G. GURZADIAN, A. A. KOCHARIAN, S. G. MATINIAN

The Einstein equations with one-loop quantum corrections describing the polarization of vacuum of physical fields are investigated. It is shown that within a time interval when only one-loop corrections for strong gravitational field are sufficient, the equations have the only stable solution of the Friedmann type.

ЛИТЕРАТУРА

1. Т. В. Рузмайкина, А. А. Рузмайкин, ЖЭТФ, 57, 680, 1969.
2. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, А. А. Любушин, ЖЭТФ, 60, 451, 1971.
3. Я. Б. Зельдович, УФН, 133, 479, 1981.
4. E. Tomboulis, Phys. Lett., 70B, 361, 1977.
5. L. Parker, Phys. Lett., 21, 562, 1968.
6. T. S. Bunch, P. C. W. Davies, Proc. Roy. Soc. London, A356, 569, 1977.
7. M. V. Fischetti, J. B. Hartle, B. L. Hu, Phys. Rev., D20, 1757, 1979.
8. P. Anderson, Phys. Rev., D23, 271, 1983.
9. A. A. Starobinsky, Phys. Lett., 91B, 99, 1980.
10. В. Ф. Муханов, Г. В. Чибисов, Письма ЖЭТФ, 33, 549, 1981.
11. V. G. Gurzadyan, A. A. Kocharyan, S. G. Matinyan, EPI-700(15)-84.
12. A. Guth, Phys. Rev., D23, 347, 1981.
13. A. D. Linde, Phys. Lett., 108B, 389, 1982.
14. А. А. Старобинский, Письма АЖ, 9, 579, 1983.
15. D. A. Kirzhnits, A. D. Linde, Phys. Lett., 42B, 471, 1972.
16. L. Parker, Phys. Rev. Lett., 50, 1009, 1983.