АСТРОФИЗИКА

ТОМ 21 ДЕКАБРЬ, 1984 ВЫПУСК 3

УДК: 52—6—7:536.758

ПРОЦЕССЫ ОБМЕНА ЭНЕРГИЯМИ МЕЖДУ ЭЛЕКТРОНАМИ И ФОТОНАМИ ПРИ ИНТЕНСИВНЫХ ПОЛЯХ ИЗЛУЧЕНИЯ, ВСТРЕЧАЮЩИХСЯ В НЕКОТОРЫХ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ. I.

Г. Т. ТЕР-КАЗАРЯН

Поступила 26 августа 1983
Принята к печати 15 апреля 1984

На основе анализа работ, посвященных исследованию механизма однофотонного комптоновского взаимодействия между электронами и фотонами и его значения при интерпретации наблюдательных данных ряда астрофизических объектов (ядра сейфертовских галактик, квазары, межзвездные мазеры, пульсар NP 0532, радиопульсары), выделено три класса основных задач — «А», «Б», «В». Показано, что при существующих в указанных астрофизических объектах физических условий необходимо учитывать также процессы многофотонной комптонизации, поскольку по своей эффективности последние могут существенно преобладать над однофотонными (например, для пульсара NP 0532 и радиопульсаров — на один, два порядка). В настоящей работе рассмотрена частная задача «А» — релаксация неравновесного изотропного поля излучения при взаимодействии с нерелятивистским невырожденным равновесным электронным газом посредством многофотонных комптоновских рассеяний. Введение и использование нового понятия — «эффективного фотона» позволяет получить кинетическое уравнение, описывающее изменение во времени функции распределения фотонов. С помощью прямого вычисления изменения полной энтропии электрон-фотонной системы показано, что кинетическое уравнение удовлетворяет H-теореме Больцмана. Получены также уравнения, описывающие изменение во времени полной энергии обмена, нагрев и охлаждение электронного газа.

1. *Введение и постановка задачи.* При интерпретации наблюдательных данных, связанных с нестационарными явлениями, протекающими в ряде астрофизических объектов (взрывы сверхновых, вспышки в рентгеновских источниках и т. д.), часто приходится встречаться с процессами взаимодействия электронов с интенсивными полями излучения. В связи с этим возникает необходимость детального анализа тех нелинейных процессов, которые могут оказаться определяющими при формировании наблюдательных физических характеристик этих явлений. Теоретическое исследование задач взаимодействия электронного и фотонного газов, с уче-

том однофотонного индуцированного комптоновского рассеяния, было начато работой Компанейца [1], в которой получено и анализировано соответствующее кинетическое уравнение. Потребности прикладных задач физики плазмы с одной стороны [2—5], интерпретации недавно открытых новых астрономических объектов [6—12] с другой, привели к огромному возрастанию интереса к нестационарным задачам переноса неравновесного излучения, с учетом указанного нелинейного процесса. Действительно, яркостные температуры T_b компактных радиоисточников в ядрах активных галактик и квазаров порядка 10^{11-12} К [11], у межзвездных мазеров $\sim 10^{15}$ К [12], при вспышке H_2O мазера в Орионе А для компонентов $\sim 5\cdot 10^{16}$ К и $3\cdot 10^{14}$ К соответственно [13], для пульсара Крабовидной туманности $\sim 10^{26}$ К [8] (у линии 400 Мгц). Если при этом учесть, что для яркостных температур $T_b > 5\cdot 10^9$ К однофотонное индуцированное комптоновское рассеяние уже преобладает над томсоновским, то будет очевидной важность учета процессов нелинейной комптонизации при интерпретации наблюдательных данных этих объектов. Однако реальная физическая картина в указанных астрофизических объектах очень сложная, а с эмпирической точки зрения — еще далеко не полная. Более того, по мере развития возможностей наблюдательной техники и накопления более детальной информации могут выявляться новые существенные особенности протекающих в них нестационарных, нелинейных процессов, а многие из тех, которые сегодня считаются определяющими, отодвинутся в класс второстепенных, побочных явлений. Но тем не менее, силами многих исследователей при помощи весьма грубых, но простых абстрактных схем делались и делаются попытки, уже сегодня хоть как-нибудь представить и моделировать эти явления для осмысления (с физической точки зрения) их наблюдательных проявлений и для выявления характерных черт тех процессов и условий, которые могли бы быть ответственными за них. При этом, в зависимости от общности сделанных предположений, теоретические вопросы в области указанных абстрактных схем условно можно разделить на три случая.

Задача А. Энергообмен между неравновесным изотропным полем излучения и нерелятивистским невырожденным равновесным электронным газом.

Задача Б. Релаксация нерелятивистского электронного газа, взаимодействующего со стационарным равновесным изотропным полем излучения.

Задача В. Энергообмен между релятивистским электронным газом и полем излучения при «двухстороннем» отсутствии термодинамического равновесного состояния.

Коль скоро эти задачи тщательно анализированы в случае однофотонного индуцированного комптоновского рассеяния (более того, они имели определенный успех при объяснении некоторых наблюденных особенностей исследуемых явлений), то независимо от того, насколько в действительности эти идеализированные схемы близки к реально существующим астрофизическим объектам, возникают два вопроса.

а) Действительно ли рассматриваемый в них процесс (однофотонной комптонизации) является доминирующим над всеми остальными процессами многократного фотон-электронного взаимодействия, нет ли других процессов, которые при объяснении тех же значений (доступных прямым наблюдениям) характеристик исследуемых астрофизических явлений в рамках тех же задач «А», «Б», «В» могли быть сравнимыми или, вообще, превзойти его по своей эффективности?

б) Можно ли все же уменьшить количество априорных предположений, смягчить «суровость» физических допущений: например, требования большого релятивизма электронов, большого числа рассеяний (т. е. большой оптической плотности среды и т. п.) и вытекающую из них искусственность (в известном смысле) конкретных «рабочих» моделей (например, «черная дыра», окруженная «аккреционным диском», и т. п.), т. е. попытаться объяснить исследуемые явления без прибегания к крайним допущениям. Для выяснения вопроса а) следует учесть, что в области малых частот даже небольшая абсолютная интенсивность излучения соответствует высокой яркостной температуре, а значит, и большой плотности низкочастотных фотонов. При таких физических условиях можно ожидать внушительного вклада со стороны «многофотонной комптонизации», когда при каждом элементарном акте рассеяния электрон поглощает несколько начальных фотонов с последующим переизлучением одного, но более жесткого фотона.

Попытаемся оценить, какой из двух указанных процессов (однофотонный и многофотонный) будет доминирующим в зависимости от имеющихся физических условий. Как известно, эффективность указанных процессов зависит от характерного параметра интенсивности волны $\xi^2 = 4\pi e^2 \hbar N_V / m^2 c^2 \omega$ (ω — частота, N_V — число фотонов в единице объема), а относительная эффективность однофотонного и $s\,(>1)$ — фотонного процессов очевидно определяется отношением $Q_s = W_s/W_1 \gtrsim$ $\gtrsim W_s / c\sigma_T N_1$ (где $N_1 = \xi_1^2 m^2 c^2 \omega / 4\pi e^2 \hbar$, $\xi_1^2 \simeq 10^{-1}$ значение параметра интенсивности, при которой вклад однофотонного рассеяния превышает вклад многофотонного рассеяния, W_s — вероятность процесса). Поскольку $N_1^{-1} = N_V^{-1}(N_V/N_1) = N_V^{-1}(\xi/\xi_1)^2$, то $Q_s \geqslant (W_s/c\sigma_T N_V)\cdot(\xi/\xi_1)^2$. Если учесть, что для пульсара NP 0532 радиус излучательной области $R \sim 10^8$ см, а светимость $L \sim 10^{31}$ эрг/с в интервале частот $2\pi \cdot 40$ МГц $\leqslant \omega \leqslant 2\pi \cdot 100$ МГц [14], то $\xi^2 \simeq (0.66 \div 1.63) \cdot 10^4$. В дальнейшем, как будет показано, для этого объекта будем иметь следующие оценки: $Q_{10^3} \gtrsim 4.8$, $Q_{10^3} \gtrsim 10.2$, $Q_{10^4} \gtrsim 32.5$, $Q_{10^5} \gtrsim 47.7$, $Q_{10^6} \gtrsim 102.5$. Аналогичные оценки получаются и для радиопульсаров ($R \sim 10^6$ см, $2\pi \cdot 40$ МГц $\leqslant \omega \leqslant 2\pi \cdot 100$ МГц, $L \sim 10^{29}$ эрг/с, $\xi^2 \simeq (0.66 \div 1.63) \cdot 10^2$ [14]).

Таким образом оказывается, что, начиная с некоторого $\xi^2 (\gtrsim 1)$, многофотонные процессы происходят значительно чаще, чем однофотонные, т. е. доминируют над ними.

Роль многофотонных процессов будет особенно велика в процессах перекачки низкочастотных фотонов в коротковолновую часть спектра. Действительно, каждый элементарный акт рассеяния в однофотонном случае менее эффективен в смысле этой перекачки (приводит к малому изменению частоты), чем в многофотонном, поскольку частота фотонов после акта рассеяния, в зависимости от исходной частоты, оценивается посредством $\omega' \sim \omega$ и $\omega' \sim s\omega$ соответственно. Вследствие этого очевидно, что при одинаковых начальных условиях той же степени перекачки в многофотонном случае можно достичь при существенно меньшем числе актов рассеяния, чем при однофотонном.

Если учитывать также факт, что однофотонная перекачка осуществляется в основном за счет отвода энергии электронов к фотонам, в то время как в многофотонном случае энергия электронов не играет существенной роли, вследствие того, что здесь складываются именно энергии исходных фотонов, то относительно вопроса (б), в частности, можно сделать следующее утверждение: в процессах «многофотонной комптонизации» можно обойтись без предположений как о большой оптической плотности среды, так и высокой энергии электронов (т. е. их релятивизма). Сказанное показывает, что для интерпретации наблюдательных данных указанных классов астрофизических объектов созрела необходимость построения теории задач «А», «Б», «В», с учетом многофотонного индуцированного комптоновского рассеяния. Целью данной работы, состоящей из нескольких статей, является исследование указанных задач. При этом в данной статье строится общая теория задачи «А», на основе которой в последующих статьях аналитически исследуются предельные случаи $\xi \ll 1$ и $\xi \gg 1$, соответственно, и приводятся численные оценки основных физических характеристик многофотонной комптонизации, относящиеся к конкретным астрофизическим объектам. Будем считать, что поле излучения стационарное и изотропное. Первоначально (в момент времени $t = -\infty$) нерелятивистский электрон, при взаимодействии (в момент времени $-\infty < t < +\infty$) с интенсивным излучением, приобретает большой эффективный четырехимпульс. Тем не менее, как будет показано ниже, в этом случае удается применить диффузионное приближение Фоккера—Планка и разложить интеграл рассеяния в ряд теории возмущения до членов второго порядка по параметру $\delta_s = \hbar\Delta_s/k_B T$, где $\Delta_s = s^*\omega - \omega'$, ω и ω' — частоты начального и конечного фотонов, а $s^* = s + (\xi^2/_2)(1 - \vec{e}\cdot\vec{e}')$, $\vec{e}$ и $\vec{e}'$ — направляющие единичные векторы начальных мононаправленных фотонов и рассеянного фотона соответственно.

2. *Кинематика процесса.* Рассмотрим взаимодействие электронов с фотонным газом посредством многофотонного комптоновского рассеяния

$$e + s\gamma \to e + \gamma, \quad s = 1, 2, 3, \ldots \tag{1}$$

Если плотность падающих квантов большая, то начально нерелятивистский электрон при взаимодействии приобретает большой эффективный четырехимпульс q^μ [17]

$$q^\mu = P^\mu + \frac{m^2c^4\xi^2}{2(kP)}k^\mu; \quad \mu = 1, 2, 3, 4, \tag{2}$$

где $P^\mu(E, \vec{P})$ — начальный четырехимпульс электрона (в момент времени $t = -\infty$), $k^\mu\left(\omega, \frac{\omega}{c}\vec{e}\right)$ — четырехимпульс начального фотона и $\xi^2 = a/x$

$$x = \hbar\omega/k_B T_e, \qquad a = 4\pi\frac{e^2\hbar^2 N_V}{m^2c^3k_B T_e}. \tag{3}$$

В процессе (1) имеют место следующие законы сохранения

$$s\hbar k^\mu + q^\mu = \hbar k'^\mu + q'^\mu, \tag{4}$$

где четырехимпульсы k'^μ и q'^μ — относятся, соответственно, к рассеянному фотону и конечному электрону. В дальнейшем будем предполагать, что имеет место

$$\hbar\omega \sim k_B T_\gamma \sim \langle E \rangle \ll mc^2. \tag{5}$$

С учетом условия (5), уравнения (4) запишутся в виде

$$2\frac{\hbar\Delta_s}{mc^2} = \beta'^2 - \beta^2, \quad \vec{\beta}' = \vec{\beta} + s^*\frac{\hbar\omega}{mc^2}(\vec{e} - \vec{e}') + \frac{\hbar\Delta_s}{mc^2}\vec{e}', \tag{6}$$

где $\vec{\beta} = \vec{v}/c$, $\vec{v}$ — скорость электрона в момент $t = -\infty$. После несложных преобразований получим выражение

$$2\delta_s = x_s^*(\vec{\beta}' + \vec{\beta})\left[\vec{e} - \vec{e}'\left(1 - \frac{\hbar\Delta_s}{s^*\hbar\omega}\right)\right], \tag{7}$$

где обозначено $x_s^* = s^* \cdot x$. При условии (5) можно получить следующие оценки для порядка каждой величины, входящей в выражение (7),

$$\zeta_s \sim \frac{O\left(\frac{k_B T}{mc^2}\right)^{1/2} + s^* O\left(\frac{k_B T}{mc^2}\right) + \frac{\hbar^2 \cdot \Delta_s^2}{2mc^2 k_B T}}{1 - O\left(\frac{k_B T}{mc^2}\right)^{1/2} + s^* O\left(\frac{k_B T}{mc^2}\right)} s^*. \qquad (8)$$

3. *Основное кинетическое уравнение.* При рассмотрении s-фотонного рассеяния следует иметь в виду, что электрон, находящийся в диффузном поле множества волн, может поглотить эти s-фотоны как из одной волны («диагональное взаимодействие», при этом частоты и направления поглощенных фотонов совпадают), так и из различных волн («недиагональное взаимодействие», т. е. поглощенный набор s-фотонов включает всевозможные комбинации всех частот и направлений). В общем случае указанная нелинейная задача очень сложная и следует искать пути ее упрощения. Сложность ситуации напоминает в известной мере задачу о переносе излучения в среде, состоящей из атомов, обладающих «k»-дискретными уровнями и континуумом [15]. Хорошо известно, что в подобных случаях каждая задача требует отдельного подхода, зависящего от характерных особенностей именно данной ситуации. Так, например, для упрощения указанной задачи было введено понятие алгебраической суммы чисел квантов в каждой серии и сформулирован закон сохранения для этой суммы. При этом делалось предположение об отсутствии обмена квантами непрерывного спектра между сериями, т. е. предположение о неперекрывании непрерывных спектров различных серий. Это, как отмечалось Амбарцумяном [15], является приемлемым приближением для первых трех серий, но может привести к заметным ошибкам при применении к более высоким сериям. В нашей же задаче вместо атомов имеем электроны, вместо «k»-дискретных уровней — s-фотонное поглощение, роль обмена квантами непрерывного спектра играет поглощение квантов электроном из различных волн, т. е. основная трудность заключается в учете «недиагонального взаимодействия».

Анализируя условия протекания процесса, заключаем: для того, чтобы электрон мог поглотить s-кванты из различных волн, необходимо его попадание в соответствующий физический конус формирования процессов перекачки квантов между различными волнами. Например, в случае двух встречных плоских электромагнитных волн физический конус формирования процесса перекачки имеет вид

$$1 - \frac{v \cos\theta}{c} \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 - \omega_2} = 0,$$

где $\vec{v}$ — скорость электрона, θ — угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{e}_1 = -\vec{e}_2$, ω_1, $\vec{e}_1$ и ω_2, $\vec{e}_2$ — частоты и единичные направляющие векторы этих волн соответственно. Отсюда видно, что даже в этом наиболее простом случае указанный конус является дельтообразным, и несравненно более жесткими будут требования для попадания в конус формирования $s > 2$ — фотонного «недиагонального взаимодействия», поэтому лишь ничтожная доля электронов может попасть в них. Более того, вследствие этого взаимодействия будут рождаться как низкочастотные фотоны, которые лишь усиливают первоначальное низкочастотное поле и могут быть опять вовлечены в s-фотонные процессы перекачки низкочастотных фотонов в высокочастотные (например, уже путем «диагонального взаимодействия»), так и фотоны высоких частот, которые будут усиливать результирующее высокочастотное поле. Это означает, что в результате пренебрежения «недиагональными взаимодействиями» наши оценки будут иметь, по крайней мере, значение нижнего предела. Реальный эффект перекачки будет сильнее. Впредь будем ограничиваться рассмотрением лишь «диагонального взаимодействия». Выведем кинетическое уравнение для функции распределения фотонов в неограниченной среде, при учете только процессов (1). Будем считать, что функция распределения фотонов нормирована условием

$$\frac{V}{2\pi^2 c^3}\int_0^\infty d\omega n(\omega, t)\,\omega^2 = N_{ph}(t), \tag{9}$$

где N_{ph} — число фотонов в объеме V. Сначала рассмотрим уравнение, описывающее изменение во времени функции распределения “эффективных“ фотонов $n_s^* = n^*(\omega_s^*) = n^*(s^*\omega)$ (для энергии эффективного фотона из выражения (6) имеем $\hbar\omega_s^* = \hbar\omega' + E' - E$), которое запишется в виде

$$\left(\frac{dn_s^*}{dt}\right)_c = \Delta(n_s^*, x, s, \theta) = \int d\tau \frac{dW_s}{d\cos\theta}\,[n_s^*(1+n')N(E) - n'(1+n_s^*)N(E+\hbar\omega_s^* - \hbar\omega')], \tag{10}$$

где $N(E)$ — максвелловская функция распределения свободных электронов $d\tau$ — элемент фазового объема электронов, dW_s — дифференциальная вероятность перехода из данного состояния в другое. Будем считать, что при рассеянии «эффективного» фотона энергетическое состояние электрона претерпевает лишь малое изменение

$$\Delta_s = s^*\omega - \omega' \ll s\omega \leqslant s^*\omega. \tag{11}$$

Тогда можно прибегнуть к диффузионному приближению Фоккера—Планка и разложить подынтегральное выражение в (10) в ряд по степеням δs, до второго порядка включительно

$$\left(\frac{\partial n_s^*}{\partial t}\right)_c = \int d\tau \left\{\delta_s \left[\frac{\partial n_s^*}{\partial x_s} + n_s^*(1+n_s^*)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\delta_s^2 \left[\frac{\partial^2 n_s^*}{\partial x_s^2} + 2(1+n_s^*)\frac{\partial n_s^*}{\partial x_s} + n_s^*(1+n_s^*)\right]\right\}\frac{dW_s}{d\cos\theta} \qquad (12)$$

При этом учтено, что $\frac{\partial}{\partial x_s^*} = \frac{\partial}{\partial x_s}$, где $x_s = sx$. Из общеизвестных рассуждений [1] следует, что правая часть уравнения (12) должна быть приравнена дивергенции от некой величины

$$\left(\frac{\partial n_s^*}{\partial t}\right)_c = -\int d\tau \frac{dW_s}{d\cos\theta} N(E)\frac{1}{x_s^{*2}}\frac{\partial (x_s^{*2} j_s)}{\partial x_s}, \qquad (13)$$

где j_s—«поток» квантов в пространстве частот, который можно представить в виде

$$j_s = f_s \cdot \left(\frac{\partial n_s^*}{\partial x_s} + n_s^* + n_s^{*2}\right). \qquad (14)$$

Величину f_s — можно определить из уравнения (12), при использовании условия (11)

$$f_s = -\frac{1}{2}\delta_s, \qquad (15)$$

$$\delta_s \simeq x_s^*(\vec{e} - \vec{e}\,')\left[\vec{\beta} + x_s^* \frac{k_s T_s}{2mc^2}(\vec{e} - \vec{e}\,')\right]. \qquad (16)$$

Из уравнения (13), при учете соотношений (14), (15) и (16), с помощью обычной процедуры нетрудно получить кинетическое уравнение

$$\left(\frac{dn_s^*}{dy}\right)_c = \frac{1-\cos\theta}{N\nu c\sigma_T x_s^{*2}} \times$$

$$\times \frac{\partial}{\partial x_s}\left[x_s^{*4}\left(1 + \frac{k_s T_s}{2mc^2}x_s^{*2}(1-\cos\theta)\right)\frac{dW_s}{d\cos\theta}\left(\frac{\partial n_s^*}{\partial x_s} + n_s^* + n_s^{*2}\right)\right], \qquad (13')$$

где введено безразмерное время $y = N\nu c\sigma_T \frac{mc^2}{k_s T_s} t$. С помощью выведенного кинетического уравнения „эффективных“ фотонов (13′), можно получить уравнение для функции распределения квантов изотропного поля излучения. Действительно, нетрудно заметить, что $n(\omega, t)$ должен удовлетворить такому же уравнению (13′), как и $[n^*(\omega_s^*, s, \theta)]_{(s,\theta)\,\text{fix}}$ (при фиксированных значениях величин s и θ), с добавлением в правой части члена, учитывающего факт одновременного превращения s^*-начальных фотонов в один конечный фотон при элементарном акте рассеяния

$$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_c = \Delta(n, x, s, \theta) - \int d\tau \frac{dW_s}{d\cos\theta} N(E)\, n\,(s^* - 1). \tag{13''}$$

Отсюда можно получить выражение для полного изменения числа фотонов

$$\left(\frac{\partial n}{\partial y}\right)_c = \sum_{s=1}^{\infty}\left\{g_s n + \frac{1}{N_{V}c\sigma_T}\int_{-1}^{1} d\cos\theta\,(1-\cos\theta)\frac{1}{x_s^{*2}} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{\partial}{\partial x_s}\left[x_s^{*4}\left(1 - \frac{k_B T_e}{2mc^2} x_s^{*2}(1-\cos\theta)\right)\frac{dW_s}{d\cos\theta}\left(\frac{\partial n}{\partial x_s} + n + n^2\right)\right]\right\}, \tag{17}$$

где

$$g_s = \frac{-mc^2}{2mT_e}\cdot\frac{1}{N_{V}c\sigma_T}\int_{-1}^{1} d\cos\theta\,\frac{dW_s}{d\cos\theta}\,(s^* - 1).$$

Уравнение (17) описывает процесс энергообмена между неравновесным изотропным полем излучения и невырожденным равновесным нерелятивистским электронным газом. Учитывая, что при малой интенсивности поля излучения ($\xi \to 0$) выполняется условие

$$\frac{k_B T_e}{2mc^2} x_s^*(1-\cos\theta) \ll 1 \tag{18}$$

и используя томсоновское выражение для дифференциальной вероятности [16]

$$\frac{dW_s}{d\cos\theta} = c\pi r_e^2(1+\cos^2\theta), \quad s=1, \tag{19}$$

где $r_e = e^2/mc^2$ — классический радиус электрона, из уравнения (17), после выполнения соответствующего интегрирования, можно придти к известному кинетическому уравнению Компанейца [1]

$$\left(\frac{\partial n}{\partial y}\right)_c = \frac{1}{x^2}\frac{\partial}{\partial x}\left[x^4\left(\frac{\partial n}{\partial x} + n + n^2\right)\right]. \tag{20}$$

В уравнении (17) член, пропорциональный величине n^2, описывает нагрев электронов и уменьшение частоты квантов при индуцированном многофотонном комптоновском взаимодействии, а член, пропорциональный величине n, — уменьшение энергии и числа квантов и нагрев электронов при спонтанном многофотонном комптоновском рассеянии. Наконец, член, пропорциональный величине $\partial n/\partial x_s$, характеризует диффузию фотонов преимущественно вверх по энергетической оси и охлаждение электронов.

При выводе кинетического уравнения (17) не учитывались тормозные процессы, однако они влияют на поведение функции распределения фотонов. Полное кинетическое уравнение, учитывающее как тормозные, так и комптоновские рассеяния, имеет следующий вид [1]:

$$\frac{\partial n}{\partial y}=\left(\frac{\partial n}{\partial y}\right)_c+\left(\frac{\partial n}{\partial y}\right)_B=\left(\frac{\partial n}{\partial y}\right)_c+\frac{Ke^{-x}}{\tau_c\cdot x^3}[1-n(e^x-1)], \tag{21}$$

где

$$\tau_0=\frac{k_B T_e}{mc^2}c\sigma_T N_e,\quad K=K_0 g(x)=1.25\cdot 10^{-12}N_e T_e^{-3.5}g(x), \tag{22}$$

а величина $\left(\frac{\partial n}{\partial y}\right)_c$, для нашего случая, дается уравнением (17). Фактор Гаунта, фигурирующий в выражении (22), равен

$$g(x)=\begin{cases}1, & \text{если } x>1\\ \frac{\sqrt{3}}{\pi}\ln\frac{2.35}{x}, & \text{если } x<1.\end{cases} \tag{23}$$

Комптоновское рассеяние не будет искажать тормозной спектр излучения в области частот $x<x_0<1$, где спектр является рэлей-джинсовским, а частота x_0, выше которой сказывается влияние комптоновских рассеяний, оценивается из условия равенства характерных времен тормозного поглощения и комптоновского рассеяния [1]

$$x_0/\sqrt{g(x_0)}\simeq 3\cdot 10^5 N_e^{1/2}T_e^{-9/4}. \tag{24}$$

Влияние комптоновских рассеяний становится заметным лишь вблизи частоты x_0. Число квантов, рождающихся из-за тормозного излучения на частотах $x_0<x<1$ за время $y\sim 1$, мало. Тогда, пренебрегая тормозными процессами, а также членами, пропорциональными величинам n и n^2 в уравнении (17), получим, что

$$\frac{\partial n}{\partial y}=\sum_{s=1}^{\infty}\frac{1}{N_\nu c\sigma_T}\int_{-1}^{1}d\cos\theta\,(1-\cos\theta)\frac{1}{x_s^{*2}}\frac{\partial}{\partial x_s}\left[x_s^{*4}\frac{dW_s}{d\cos\theta}\frac{\partial n}{\partial x_s}\right]. \tag{25}$$

Из уравнения (25) можно найти стационарный спектр излучения $\left(\frac{\partial n}{\partial y}=\right.$ $\left.=0\right)$

$$n(x)=n(x_0)+n'(x_0)\int\limits_{x_0}^{x}dx'\exp\left[-\int\limits_{x_0}^{x'}\frac{R(x'')}{Q(x'')}\,dx''\right]. \qquad (26)$$

где введены следующие обозначения:

$$R(x)=\frac{1}{N\nu c\sigma_T}\int\limits_{-1}^{1}d\cos\theta\,(1-\cos\theta)\sum_{s=1}^{\infty}\frac{1}{sx_s^{*2}}\frac{\partial}{\partial x}\left[x_s^{*4}\frac{dW_s}{d\cos\theta}\right], \qquad (27)$$

$$Q(x)=\frac{1}{N\nu c\sigma_T}\int\limits_{-1}^{1}d\cos\theta\,(1-\cos\theta)\sum_{s=1}^{\infty}\frac{x_s^{*2}}{s}\frac{dW_s}{d\cos\theta}\,. \qquad (28)$$

В области низких частот можно брать решение

$$n(x)\sim n'(x_0)\int\limits_{x_0}^{x}dx'\exp\left[-\int\limits_{x_0}^{x'}\frac{R(x'')}{Q(x'')}\,dx''\right], \qquad (29)$$

которое описывает стационарный поток квантов по энергетической оси вверх. Тормозные кванты, рожденные на частотах $x_0<x$, усиливают этот поток, поэтому в области низких частот тормозное излучение приводит лишь к слабой зависимости спектральной плотности u_ω от частоты. При более высоких частотах решение имеет вид $n=n(x_0)$ или $u_\omega\sim\omega^3$, что является больцмановским (виновским) законом.

4. *Полная энергия обмена.* Для нахождения полной энергии обмена между электронами и фотонами умножим уравнение (17) на энергию фотона $\hbar\omega$ и проинтегрируем по всему фазовому пространству. Для случая распределения фотонов, близкого к планковскому, при температуре излучения, отличающейся от электронной $T_\gamma(t)\neq T_e$, выражение для полной энергии, приобретаемой фотонами, запишется в виде

$$\frac{\partial U_\gamma}{\partial t}=N\nu c\sigma_T N_e\frac{k_B T_e-k_B T_\gamma}{mc^2}\,\Gamma(a,\,H). \qquad (30)$$

Здесь N_e — плотность электронов, U_γ — плотность энергии излучения. Функция $\Gamma(a,\,H)$ (где $H=k_B T_e/k_B T_\gamma$) определяется из уравнения (17) и имеет вид

$$\Gamma(a,\ H)=\frac{15}{\pi^4}\frac{H}{H-1}\sum_{s=1}^{\infty}\int_0^{\infty}dx\left\{g_s\left(\frac{x}{H}\right)\frac{x^3}{e^x-1}-\right.$$

$$-\frac{H-s}{s^2c\sigma_T N_\nu H}\int_{-1}^{1}d\cos\theta\,(1-\cos\theta)\frac{x}{(s^{*2})_s}\frac{\partial}{\partial x}\left[x^4\left(s^{*4}\frac{dW_s}{d\cos\theta}\right)_s\times\right.$$

$$\left.\left.\times\frac{e^x}{(e^x-1)^2}\left(1+\frac{k_s T_e}{2mc^2}(x_s^{*2})_s(1-\cos\theta)\right)\right]\right\}. \tag{31}$$

В приведенной выше формуле сделано следующее обозначение:

$$(\varphi)_s=\varphi(x_s)=\varphi\left(\frac{x}{H}\right). \tag{32}$$

В предельном случае, с помощью выражений (18), (19) и из соотношения (31), найдем

$$\Gamma(O,\ H)=4. \tag{33}$$

Тогда уравнение (30) превращается в известное уравнение Уймана [3]

$$\frac{\partial U_\gamma}{\partial t}=4c\sigma_T U_\gamma N_e\frac{k_s T_e-k_s T_\gamma}{mc^2}, \tag{34}$$

откуда видно, что при $T_\gamma>T_e$ электроны нагреваются, а в противоположном случае $T_\gamma<T_e$ — охлаждаются.

5. *Сравнение отводов энергии чисто тормозным и комптоновским механизмами.* Применим рассуждения работы [1] к нашему случаю. Все кванты, с частотами $x_s^*>x_0$, отбирают энергию у электронов комптоновским механизмом, при этом, в среднем

$$\langle\hbar\omega_s^*\rangle=k_s T_e\langle x_s^*\rangle, \tag{35}$$

где

$$\langle x_s^*\rangle=\sum_{s=1}^{\infty}\int_{-1}^{1}d\cos\theta\int_0^{\infty}dx\,nx^3s^*\frac{dW_s}{d\cos\theta}\Bigg/\sum_{s=1}^{\infty}\int_0^{\infty}dx\,nx^2\cdot W_s. \tag{36}$$

Для отношения передаваемых энергий чисто комптоновским и тормозным механизмами получим

$$\left(\frac{dE}{\partial t}\right)_c\Bigg/\left(\frac{dE}{dt}\right)_в=\frac{\langle x_s^*\rangle}{4}\ln^2\frac{4}{\gamma x_0}, \tag{37}$$

где

$$\ln\gamma\simeq 0.577.$$

6. *Выполнение H-теоремы Больцмана.* Рассмотрим релаксацию фотонного газа, распределение которого удовлетворяет уравнению (17) для случая, когда электроны остаются в состоянии термодинамического равновесия с максвелловской функцией распределения при температуре T_e. При этом, из-за электрон-электронных рассеяний электронная температура зависит от времени. Будем полагать, что электронный газ является идеальным, энергия и энтропия которого даются следующими выражениями:

$$E_e = \frac{3}{2} N_e k_в T_e, \tag{38}$$

$$S_e = \left(\frac{5}{2} + \ln 2\right) N_e k_в - N_e k_в \ln\left[n_e \left(\frac{2\pi\hbar}{mk_в T_e}\right)^{3/2}\right]. \tag{39}$$

Из выражений (38) и (39) сразу следует:

$$\frac{dS_e}{dt} = \frac{1}{T_e} \cdot \frac{dE_e}{dt}. \tag{40}$$

Полная энергия системы, состоящей из электронного и фотонного газов, сохраняется:

$$\frac{dE_e}{dt} = -\frac{dE_\gamma^*}{dt}. \tag{41}$$

Изменение энергии фотонного газа во времени запишется в виде

$$\frac{dE_\gamma^*}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{\lambda, \vec{k}, s} \hbar\omega_s^* n_s^* = \sum_{\lambda, \vec{k}, s} \hbar\omega_s^* \frac{\partial n_s^*}{\partial t}, \tag{42}$$

где λ-вектор поляризации фотона. Подставляя выражение (13′) в уравнение (42) и переходя в последнем от суммирования к интегрированию, получим

$$t_{\gamma c}^{-1} \frac{dE_\gamma^*}{dt} = Ak_в T_e \sum_{s=1}^{\infty} \int_{-1}^{1} d\cos\theta \int_0^\infty dx_s^* \frac{x_s^*}{N\nu c\sigma_T} \frac{\partial}{\partial x_s^*}\left[x_s^{*4} \frac{dW_s}{d\cos\theta} \times \right.$$

$$\left. \times (1-\cos\theta)\left(1 + \frac{k_в T_e}{2mc^2} x_s^{*2}(1-\cos\theta)\right)\left(\frac{\partial n_s^*}{\partial x_s^*} + n_s^* + n_s^{*2}\right)\right] =$$

$$= Ak_в T_e \sum_{s=1}^{\infty} \int_{-1}^{1} d\cos\theta \int_0^\infty dx_s^* \left\{-\frac{x_s^*}{N\nu c\sigma_T} \frac{dW_s}{d\cos\theta}(1-\cos\theta) \times\right.$$

$$\times\left[1+x_s^{*2}\frac{k_{\text{в}}T_e}{2mc^2}(1-\cos\theta)\right]\left(\frac{\partial n_s^*}{\partial x_s^*}+n_s^*+n_s^{*2}\right)\Bigg\}, \tag{43}$$

где

$$A=(V/\pi^2)\left(\frac{k_{\text{в}}T_e}{\hbar c}\right)^3 N_e c\sigma_T N_v\frac{k_{\text{в}}T_e}{mc^2},\qquad t_{\gamma e}^{-1}=N_V c\sigma_T\frac{k_{\text{в}}T}{mc^2}. \tag{44}$$

Используя рассуждения работы [10] для изменения энтропии фотонного газа во времени, можно получить выражение

$$t_{\gamma e}^{-1}\frac{ds_\gamma}{dt}=k_{\text{в}}\sum_{\lambda,\vec{k},s}\left[\ln(1+n_s^*)-\ln(n_s^*)\right]\frac{\partial n_s^*}{\partial t}. \tag{45}$$

После выполнения интегрирования (вместо суммирования) по частям, найдем

$$t_{\gamma e}^{-1}\frac{\partial S_\gamma}{\partial t}=Ak_{\text{в}}\sum_{s=1}^{\infty}\int_{-1}^{1}d\cos\theta\int_0^\infty dx_s^*\frac{x_s^{*4}}{N_v c\sigma_T}\frac{dW_s}{d\cos\theta}(1-\cos\theta)\times$$

$$\times\left[1+x_s^{*4}\frac{k_{\text{в}}T_e}{2mc^2}(1-\cos\theta)\right]\left(\frac{\partial n_s^*}{\partial x_s^*}+n_s^*+n_s^{*2}\right)\frac{1}{n_s^*(1+n_s^*)}\frac{\partial n_s^*}{\partial x_s^*}. \tag{46}$$

Далее, используя соотношения (46), (43), (41), нетрудно придти к выражению для изменения во времени полной энтропии, доказывающему H-теорему Больцмана

$$\frac{\partial S_{\text{tot}}}{\partial t}=\frac{\partial S_e}{\partial t}+\frac{\partial S_\gamma}{\partial t}=t_{\gamma e}Ak_{\text{в}}\sum_{s=1}^{\infty}\int_{-1}^{1}d\cos\theta\int_0^\infty dx_s^*\times$$

$$\times\frac{x_s^{*4}}{N_V c\sigma_T}\frac{1-\cos\theta}{n_s^*(1+n_s^*)}\frac{dW_s}{d\cos\theta}\left[1+x_s^{*2}\frac{k_{\text{в}}T_e}{2mc^2}(1-\cos\theta)\right]\times$$

$$\times\left(\frac{\partial n_s^*}{\partial x_s^*}+n_s^*+n_s^{*2}\right)^2>0. \tag{47}$$

7. *Нагрев и охлаждение электронного газа.* Умножая уравнение (17) на энергию фотона $\hbar\omega$ и интегрируя по всему фазовому пространству, найдем изменение плотности энергии излучения во времени

$$\frac{dU_\gamma}{dt}=\frac{N_V\sigma_T\hbar N_e}{\pi^2 mc^4}\sum_{s=1}^{\infty}\left\{4k_{\text{в}}T_e\int_0^\infty d\omega\, n\omega^3\left[\frac{1-s}{4}g_s+\right.\right.$$

$$+\left(1+\frac{\omega}{4}\frac{\partial}{\partial\omega}\right)\frac{1}{s^4 N_V c\sigma_T}\times$$

$$\times\int_{-1}^{1} d\cos\theta\,(1-\cos\theta)\,s^{*4}\,\frac{dW_s}{d\cos\theta}\left[1+\frac{\hbar^2\omega^2 s^{*2}}{2mc^2k_B T_e}(1-\cos\theta)\right]\Bigg]-$$

$$-\frac{\hbar}{s^3 N_V c\sigma_T}\int_0^\infty d\omega\,(n+n^2)\,\omega^2\int_{-1}^{1} d\cos\theta\,(1-\cos\theta)\,s^{*4}\,\frac{dW_s}{d\cos\theta}\times$$

$$\times\left[1+\frac{\hbar^2 s^{*2}\omega^2}{2mc^2k_B T_e}(1-\cos\theta)\right]\Bigg\}, \tag{48}$$

а U_γ дается выражением

$$U_\gamma=\pi^{-2}c^{-3}\int_0^\infty d\omega\hbar\omega^3 n=\int_0^\infty d\omega U_\omega=\frac{4\sigma}{c}T^4, \tag{49}$$

где σ — постоянная Больцмана.

При интегрировании правой части уравнения (48) было использовано граничное условие

$$\frac{1}{N_V c\sigma_T}\int_{-1}^{1} d\cos\theta\,(1-\cos\theta)\frac{dW_s}{d\cos\theta}\,n\omega^5\to 0, \tag{50}$$

при стремлении ω к 0 и ∞. Из уравнения (48) можно найти выражение для изменения средней энергии электронов $E_e=\frac{3}{2}k_B T_e$

$$\frac{dU_\gamma}{dt}=-N_e\frac{dE_e}{dt}=-\frac{3}{2}N_e\frac{dT_e}{dt}=-N_e\,(L_c^+-L_c^-). \tag{51}$$

Величины L_c^+ и L_c^-, описывающие нагрев и охлаждение электронного газа, имеют следующий вид:

нагрев —

$$L_c^+=\frac{1}{mc^2}\sum_{s=1}^{\infty}\frac{1}{s^3}\int_{-1}^{1} d\cos\theta(1-\cos\theta)\int_0^\infty d\omega\left(\hbar\omega U_\omega+\frac{\pi^2c^3U_\omega^2}{\omega^2}\right)\times$$

$$\times\, s^{*4}\,\frac{dW_s}{d\cos\theta}\left[1+\frac{\hbar^2\omega^2 s^{*2}}{2mc^2k_B T_e}(1-\cos\theta)\right], \tag{52}$$

охлаждение —

$$L_c^- = \frac{N_v\sigma_T}{mc}4k_B T_e \sum_{s=1}^{\infty}\int_0^\infty d\omega U_\omega \left\{\frac{1}{4}g_s + \frac{1}{N_v c\sigma_T S^4}\int_{-1}^{1} d\cos\theta \times\right.$$

$$\left.\times(1-\cos\theta)\left(1+\frac{\omega}{4}\frac{\partial}{\partial\omega}\right)\left[s^{*4}\frac{dW_s}{d\cos\theta}\left(1+\frac{\hbar^2\omega^2 s^{*2}}{2mc^2k_B T_e}(1-\cos\theta)\right)\right]\right\}. \tag{53}$$

В предельном случае $(\xi\to 0)$, с помощью выражений (18), (19), (52) и (53) придем к результату, полученному в работе [16],

$$L_c^+ = \frac{\sigma_T}{mc}\int_0^\infty d\omega\left(\hbar\omega U_\omega + \frac{\pi^2c^3U_\omega^2}{\omega^2}\right), \tag{54}$$

$$L_c^- = \frac{\sigma_T}{mc}4k_B T_e\int_0^\infty d\omega U_\omega = \frac{\sigma_T}{mc}4k_B T_e U_\gamma. \tag{55}$$

Аналитическое нахождение величины $dW_s/d\cos\theta$, ее использование для детального аналитического анализа предельных случаев $\xi\ll 1$ и $\xi\gg 1$, а также численные оценки характерных параметров некоторых астрофизических объектов будут приведены в следующих публикациях.

Автор выражает искреннюю признательность В. А. Амбарцумяну за руководство работой, а также О. В. Пикичяну за ценные обсуждения.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE PROCESSES OF ENERGY EXCHANGE BETWEEN ELECTRONS AND PHOTONS AT INTENSE RADIATION ENCOUNTERED IN SOME ASTRONOMICAL OBJECTS. I

G. T. TER-KAZARIAN

Three classes of basic problems "A", "B", "C" and its importance in the interpretation of dates of some astrophysical objects (Kernels of Seyfert galaxies, quasars, interstellar masers, pulsar NP 0532, radio-pulsars) are enduced on the basis of analysis of works dedicated to the single photon Compton interaction between electrons and photons, The existing physical conditions in the mentioned astrophysical objects show that it is necessary to take into account also the processes of multiphoton comptonization, because in their efficiency the latter may essentially exceed single photons (for example, for pulsar NP 0532 and radiopulsars—one, two order). The particular problem of the relaxation of the nonequilibrium isotopic radiation interacting with nondegenerate nonrelativistic electrons via the multiphoton Compton scattering is considered in the present paper. Introduction and application of a new notion of "effective photon" enables us to obtain the kinetic equation which describes the time evolution of photon distribution function. By explicit calculations of the entropy generation it is shown that the kinetic equation satisfies Boltzmann's H-theorem for the coupled electron-photon system as a whole. The equations describing the time evolution of energy exchange, the heating and cooling of electron gas are also obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. С. Компанеец*, ЖЭТФ, 31, 876, 1956.
2. *H. Dreicer*, Phys. Fluids, 7, 735, 1964.
3. *R. Weymann*, Phys. Fluids, 8, 2112, 1965.
4. *J. Peyraud*, J. Phys. (Paris) a) 29, 88, 306, 872, 1968.
5. *P. Woodword*, Phys. Rev. D1 2731, 1970.
6. *Я. Б. Зельдович, Е. В. Левич*, Письма ЖЭТФ, 11, 57, 1970.
7. *А. Ф. Илларионов, Р. А. Сюняев*, Астрон. ж., 49, 58, 1972.
8. *D. B. Wilson, M. J. Rees*, M. N. RAS, 185, 297, 1978.
9. *D. B. Wilson*, M. N. RAS, 200, 881, 1982.
10. *N. Iwamoto*, Department of Phys. Univ. of Ilinois at Urbana Champaign (Pacs: 52, 25, Dj 52, 25, Ps), 1980.
11. *G. R. Burbidge, T. W. Jones, S. L. O'Dell*, Ap. J., 193, 43, 1974.
12. *C. Montes*, Ap. J., 216, 329, 1977.
13. *Л. И. Матвеенко, Д. М. Моран, Р. Газел*, Письма АЖ, 8, 12, 1982.
14. *В. Л. Гинзбург*, УФН, 99, 514, 1969.
15. *В. А. Амбарцумян*, Научные труды, т. 1, Ереван, 1960, стр. 95.
16. *Е. В. Левич, Р. А. Сюняев*, Астрон. ж., 48, 3, 1971.
17. *В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский*, Релятивистская квантовая теория, 1, Наука, М., 1980.