

УДК: 524.354.6—337—327

МАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД  
ИЗ РЕАЛЬНОГО ГАЗА БАРИОНОВ

Д. М. СЕДРАКЯН, К. М. ШАХАБАСЯН, А. Г. МОВСИСЯН

Поступила 20 марта 1984

Принята к печати 30 июня 1984

В лондоновском приближении рассмотрена термодинамика вращающегося сверхтекучего раствора в «пре»-фазе сферической нейтронной звезды, состоящей из реального барионного газа. Эффект увлечения сверхтекучих протонов вращающимися сверхтекучими нейтронами приводит к возникновению системы прямолинейных нейтронных вихрей, параллельных оси вращения. Неоднородное магнитное поле  $\vec{H}(r)$ , созданное этой системой, приводит при  $H > H_{c1}$  к появлению неоднородной вихревой решетки несувлеченных протонов с потоками  $\Phi_0$ . Показано, что магнитное поле этой решетки имеет дипольный характер. Получены значения интегральных характеристик нейтронной звезды — массы, радиуса, полного магнитного момента в зависимости от центральной плотности  $\rho_0$ . Магнитный момент звезды изменяется от  $2 \cdot 10^{27}$  Гс см<sup>3</sup> до  $10^{30}$  Гс см<sup>3</sup>. Рассмотрены условия возникновения нейтронных и протонных вихревых нитей с учетом сферической геометрии звезды.

1. В работах [1—5], посвященных теоретическому исследованию механизма генерации магнитного поля в нейтронных звездах, было показано, что увлечение сверхтекучих протонов вращающимися сверхтекучими нейтронами приводит к появлению «токов увлечения», которые и генерируют наблюдаемые мощные магнитные поля пульсаров. Вращение звезды создает довольно густую сеть нейтронных вихрей с плотностью порядка  $10^3$ — $10^5$  см<sup>-2</sup> [6]. Эти вихри, благодаря эффекту увлечения, генерируют неоднородную напряженность магнитного поля внутри звезды [4]. Это поле максимально в центрах нейтронных вихрей и логарифмически спадает до нуля на межвихревых расстояниях. Конденсат несувлеченных протонов, который в условиях «пре»-фазы нейтронной звезды является сверхпроводником второго рода, фактически находится в сильно неоднородном магнитном поле. Так как вблизи центров нейтронных вихрей до некоторых расстояний  $r_1$  напряженность этого магнитного поля больше нижнего критического поля, характерного для несувлеченных сверхпроводящих протонов, энергетически выгоден переход некоторой части этих протонов в нор-

9—882

мальное состояние с образованием сети протонных вихрей в указанных областях. Плотность этих вихрей  $N_1(\zeta)$  вблизи центра нейтронных вихрей огромна ( $\sim 10^{18} - 10^{19} \text{ см}^{-2}$ ) и спадает до нуля на расстояниях порядка  $r_1$  [5]. Следовательно магнитная индукция  $\vec{B}$  отлична от нуля не на расстояниях порядка лондоновской глубины проникновения  $\lambda$ , а на расстоянии  $r_1$ , которое намного порядков больше  $\lambda$  [5]. Поэтому средняя магнитная индукция  $\vec{B}$  внутри нейтронной звезды может достигать значений порядка  $10^{11} - 10^{12}$  Гс, а соответствующие этим величинам значения коэффициента увлечения  $k = 0.5 \div 1$  [5]. Используя эти результаты для оценки магнитного момента типичной нейтронной звезды с радиусом 10 км и плотностью в «пре»-фазе порядка  $10^{14} \text{ г см}^{-3}$ , мы не учли как реальную геометрию звезды, так и радиальное изменение плотности нейтронов и протонов внутри нейтронной звезды [5]. Фактически, все интересующие нас физические параметры получены в рамках модели бесконечного цилиндра с постоянной плотностью вещества. Полученные результаты применены для оценок этих параметров для ограниченного тела того же радиуса.

В настоящей работе мы снимем эти ограничения и рассмотрим задачу генерации магнитного поля для сферических моделей нейтронных звезд из реального газа барионов [7], так как при характерных для пульсаров угловых скоростях  $\Omega$  вращение слабо деформирует нейтронную звезду [8]. Мы получим также зависимость магнитного момента нейтронной звезды от центральной плотности для двух случаев: когда коэффициент увлечения постоянен внутри «пре»-фазы звезды и когда он зависит от плотности протонов и нейтронов в «пре»-фазе нейтронной звезды [9].

2. Для нахождения критической угловой скорости  $\Omega_{c1}$  появления первой нейтронной вихревой нити на оси вращения сферической звезды нужно найти ее свободную энергию  $F_{1B}$

$$F_{1B} = E - L\Omega, \quad (1)$$

где  $E$  — энергия, а  $L$  — момент количества движения вихря. Уравнение сферы радиуса  $R$  в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\rho^2(z) + z^2 = R^2, \quad (2)$$

где  $R$  — радиус «пре»-фазы нейтронной звезды, а  $\rho$  — расстояние от оси вращения.

Используя выражения для энергии и момента импульса единицы длины нейтронного вихря, полученные в работе [5], получаем для  $F_{1B}$  следующее выражение:

$$E_{1B} = \int_{-z_{\max}}^{z_{\max}} \left( \rho'_{22} \frac{\lambda^2}{4\pi} \ln \frac{\rho(z)}{\xi_2} + \left( \frac{\Phi_1}{4\pi\lambda} \right)^2 \ln \frac{\lambda}{\xi_1} - \frac{1}{2} \rho'_{22} \lambda^2 \rho^2(z) \right) dz, \quad (3)$$

где  $\Phi_1 = \Phi_0 m_1 \rho_{12} / m_2 \rho_{11}$  — магнитный поток нейтронной вихревой нити,  $\Phi_0 = \pi \hbar c / e$  — квант магнитного потока,  $\lambda^2 = m_1^2 c^2 / 4\pi e^2 \rho_{11}$  — глубина проникновения слабого магнитного поля,  $m_1$  и  $m_2$  — соответственно массы протонов и нейтронов,  $\xi_1$  и  $\xi_2$  — соответственно длины когерентности протонов и нейтронов,  $\lambda_2 = \pi \hbar / m_2$  — квант циркуляции для нейтронов,  $z_{\max} = \sqrt{R^2 - \xi_2^2}$ . Вычисляем интеграл (3), отбрасывая в полученном выражении слагаемые порядка  $\xi_2^2 / R^2 \ll 1$ , и приравниваем полученное таким образом значение  $F_{1B}$  нулю. Тогда для критической угловой скорости  $\Omega_{c1}$  имеем:

$$\Omega_{c1} = \frac{3\hbar}{4m_2 R^2} \left( \ln \frac{2R}{\xi_2} - 1 + \frac{\rho_{12}^2}{\rho_{11} \rho_{22}} \ln \frac{\lambda}{\xi_1} \right). \quad (4)$$

Здесь  $\rho_{11}$  и  $\rho_{12}$  — соответственно плотности массы неувлеченной и увлеченной частей протонной сверхтекучей жидкости,  $\rho'_{22} = \rho_{22} - \rho_{12}^2 / \rho_{11}$ ,  $\rho_{22}$  — плотность массы неувлеченной части нейтронной сверхтекучей жидкости.

Таким образом, эффект увлечения меняет критическую угловую скорость  $\Omega_{c1}$ , так как подставляя  $\rho_{12} = 0$ , получаем известное выражение критической угловой скорости для незаряженной однокомпонентной сверхтекучей жидкости, находящейся в сферическом объеме [10]. Однако третье слагаемое выражения (4) в «пре»-фазе всегда мало по сравнению с первым, и поэтому увлечение мало меняет значение  $\Omega_{c1}$ . Отметим также, что величина  $\Omega_{c1}$  для сферы приблизительно в полтора раза больше, чем для цилиндра того же радиуса [5]. Так как  $\Omega_{c1} \approx 10^{-14} \text{ с}^{-1}$ , а угловая скорость вращения нейтронных звезд намного порядков больше этой величины, то внутри «пре»-фазы должна существовать довольно плотная решетка нейтронных вихревых нитей.

3. Для нахождения формы нейтронных вихревых нитей с учетом эффекта увлечения воспользуемся методом, предложенным в работе [11]. Из-за симметрии задачи вблизи экваториальной плоскости вихревые нити будут прямыми линиями, перпендикулярными этой плоскости. Написав свободную энергию для бесконечно тонкого слоя вблизи экваториальной плоскости и найдя ее минимум, мы можем определить распределение скоростей в экваториальной плоскости [5]. Сверхтекучие нейтроны вращаются вокруг центров вихревых нитей со скоростью

$$v_2 = \frac{x_2}{2\pi} \frac{1}{\zeta} \quad (5)$$

где  $\zeta$  — расстояние от центра вихревой нити. Вихревые нити же вращаются как целое со скоростью  $\vec{v} = [\vec{\Omega}\rho]$  вокруг оси вращения звезды ( $\rho$  — расстояние нити от оси вращения). Поэтому внутренняя энергия вихревой нити, приходящаяся на бесконечно малый элемент длины  $d$  равна

$$dE_{\text{вн}} = \left\{ \rho'_{22} \frac{x_2^2}{8\pi} \ln \frac{b^2}{\xi_2^2} + \left( \frac{\Phi_1}{4\pi\lambda} \right)^2 \ln \frac{\lambda}{\xi_1} \right\} ds, \quad (6)$$

где  $b$  — внешний радиус нейтронного вихря, который выражается через плотность вихрей на экваториальной плоскости  $N_2$  следующим образом [5]:

$$\pi b^2 = \frac{1}{N_2} = \frac{x_2}{2\Omega}. \quad (7)$$

Второе слагаемое в формуле (6) представляет собой «магнитную энергию» нейтронного вихря, обусловленную эффектом увлечения сверхтекучих протонов сверхтекучими нейтронами. Отметим, что внутренняя энергия единицы длины вихревой нити логарифмически зависит от отношений  $b/\xi_2$  и  $\lambda/\xi_1$ , следовательно, она не зависит от широты звезды и ее можно считать постоянной. Далее из требования о том, что вихревые нити, выходящие из экваториальной плоскости, оставались в той же плоскости  $\{\rho z\}$  [11] (что вытекает из аксиальной симметрии задачи), получаем, что макроскопическая скорость вихрей во всех точках  $\vec{v} = [\vec{\Omega}\rho]$ .

Полная энергия нейтронной сверхтекучей жидкости, приходящаяся на одну вихревую нить, будет:

$$E(\rho) = \int_{-z_0}^{z_0} \frac{\rho'_{22} x_2}{4\Omega} \rho^2(z) \Omega^2 dz + \int_{-z_0}^{z_0} \left\{ \frac{\rho'_{22} x_2^2}{8\pi} \ln \left[ \frac{x_2}{2\pi\Omega\xi_2^2} \right] + \left( \frac{\Phi_1}{4\pi\lambda} \right)^2 \ln \frac{\lambda}{\xi_1} \right\} V \sqrt{1+\rho'^2} dz, \quad (8)$$

где  $z_0$  есть  $z$ -координата точки пересечения вихревой нити с поверхностью шара, функция  $\rho(z)$  — искомая форма вихревой нити,  $\rho' = d\rho/dz$ . Первое слагаемое в (8) представляет собой энергию вращения жидкости как целого вокруг оси вращения, определенную следующим образом [11]:

$$E_{\text{вр}} = \frac{1}{2} \int_{-z_0}^{z_0} \rho_{\text{вр}}^2 \omega^2 \pi b^2 dz. \quad (9)$$

Форму вихревой нити  $\rho(z)$  находим из условия минимальности энергии  $E(\rho)$ . При этом нужно учесть также следующее условие непрерывности вихревых нитей [11]:

$$\int_{-z_0}^{z_0} \ln \rho(z) dz = \text{const}. \quad (10)$$

Условный минимум выражения (8) приводит к следующему уравнению:

$$\rho^2(z) + \frac{\varepsilon(\Omega)}{\sqrt{1 + \rho'^2}} = \text{const} + \frac{\Gamma}{\pi \Omega} \ln \rho(z), \quad (11)$$

где

$$\varepsilon = \frac{x_2}{2\pi\Omega} \left\{ \ln \frac{x_2}{2\pi\Omega z_0^2} + \frac{2\rho_{12}^2}{\rho_{11}\rho_{22}} \ln \frac{\lambda}{\xi_1} \right\}, \quad \Gamma = 2\pi\Omega\rho_{\text{мин}}^2,$$

$\rho_{\text{мин}}$  — координата пересечения вихревой нити с экваториальной плоскостью. Второе слагаемое в выражении для  $\varepsilon(\Omega)$ , обусловленное «магнитной энергией» нейтронного вихря, всегда мало по сравнению с первым. Определяя постоянную интегрирования в (11) из граничного условия перпендикулярности вихревой нити к поверхности сферы [12], находя  $\rho_{\text{мин}}$  из условия  $\rho'(z) = 0$ , получаем для смещения нити  $\Delta\rho = \rho_0 - \rho_{\text{мин}}$  от прямой линии следующее выражение:

$$\Delta\rho = \left[ \left( 1 - \frac{|z_0|}{R} \right) \frac{\varepsilon(\Omega)}{2} \right]^{1/2}, \quad (12)$$

где  $z_0$  и  $\rho_0$  — координаты вихревой нити на поверхности шара. Так как  $\varepsilon(\Omega)$  — достаточно малая величина, то нейтронные вихри в «пре-»-фазе вращающейся звезды всюду параллельны оси вращения, кроме небольшого слоя в непосредственной близости от поверхности, где они искривляются и выходят наружу в перпендикулярном направлении. Смещение  $\Delta\rho$  равно нулю для вихревой нити, проходящей через ось вращения, и максимально для нити, находящейся на расстояниях  $\sim R$  от оси вращения ( $\Delta\rho \sim 10^{-3}$  см).

Определим ширину ирротационной области. Из-за слабого искривления нейтронных вихревых нитей основным отличием сферического объема

от цилиндрического, которое необходимо учитывать при нахождении распределения вихрей, является разница между длинами вихрей, пересекающих экваториальную плоскость при различных  $\rho_{\min}$ . Длина каждого вихря  $h$  равна  $h = 2\sqrt{R^2 - \rho_{\min}^2}$ . Усредненное распределение скоростей нейтронной сверхтекучей жидкости имеет следующий вид [5]:

$$v_z = \begin{cases} \Omega\rho, & \rho \leq \rho_f \\ \frac{\Omega\rho_f^2}{\rho}, & \rho > \rho_f \end{cases} \quad (13)$$

Далее определяем энергию  $E$  и момент количества движения  $L$  сверхтекучей жидкости, обусловленные вихрями, находящимися в области  $0 < \rho < \rho_f$  и минимизируем  $E - L\Omega$  по  $\rho_f$ . Для ширины ирротационной области имеем:

$$R - \rho_f = \sqrt{\frac{15}{32} \frac{x_2}{\pi\Omega} \left( \ln \frac{b}{\xi_2} + \frac{f_{12}^2}{\rho_{11}\rho_{22}} \ln \frac{b}{\xi_1} \right)}. \quad (14)$$

Для значений угловой скорости  $\Omega = 1 \text{ с}^{-1}$  и  $\Omega = 200 \text{ с}^{-1}$  получаем соответственно следующие значения ширины ирротационной области:  $8 \cdot 10^{-2} \text{ см}$  и  $5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$ . Таким образом, только ничтожно малая часть «пре»-фазы оказывается свободной от нейтронных вихрей. Значение ширины ирротационной области для сферы примерно в 1.4 раза больше, чем для цилиндра при той же угловой скорости вращения [10, 13].

4. Эффект увлечения сверхтекучих протонов вращающимися сверхтекучими нейтронами приводит также к возникновению неоднородной напряженности магнитного поля  $\vec{H}(\zeta)$  вокруг нейтронных вихрей [4]:

$$\vec{H}(\zeta) = \vec{i}_z \frac{\Phi_1}{2\pi\lambda^2} \ln \frac{b}{\zeta}. \quad (15)$$

Здесь  $\zeta$  — расстояние от оси нейтронного вихря.

Это поле  $\vec{H}(\zeta)$  является внешним полем для системы сверхтекучих неувлеченных протонов [5]. Поэтому оно приводит при  $H > H_{c1}$  к появлению неоднородной вихревой решетки неувлеченных протонов с потоками  $\Phi_0$ . Протонные вихревые нити группируются с убывающей плотностью в цилиндрической области радиуса  $r_1$  вокруг каждой нейтронной вихревой нити. Этот радиус  $r_1$  определяется из условия [5]:

$$H(r_1) = H_{c1}, \quad (16)$$

где  $H_{c1}$  — нижнее критическое поле, которое будет определено ниже. Про-

тонные вихревые нити, возникшие из-за эффекта увлечения, создают магнитную индукцию  $\vec{B}(\zeta)$ , которая также спадает по логарифмическому закону

$$\vec{B}(\zeta) = \vec{i}_1 \frac{\Phi_1}{2\pi\lambda^2} \ln \frac{r_1}{\zeta}. \quad (17)$$

Поскольку нейтронные вихревые нити в основном массиве «пре»-фазы параллельны оси вращения и только в непосредственной близости от поверхности искривляются и выходят наружу в перпендикулярном направлении, т.е. очевидно, такую же форму должны иметь силовые линии напряженности и индукции магнитного поля, генерируемые увлеченными протонами. Следовательно, силовые линии пересекают поверхность «пре»-фазы в радиальном направлении. С другой стороны, напряженность и индукция магнитного поля имеют максимальное значение вблизи ствола нейтронного вихря, а затем, согласно (15), (17), спадают по логарифмическим законам. Размеры области, где магнитная индукция отлична от нуля, для рассмотренных нами моделей порядка  $10^{-4}$ — $10^{-5}$  см, что гораздо меньше расстояний между вихрями и тем более характерных размеров звезды. Поэтому при вычислении внешнего магнитного поля вдали от поверхности «пре»-фазы можно с хорошей точностью считать поле на ее поверхности сосредоточенным в точках соприкосновения осей нейтронных вихрей с поверхностью. Обозначим сферические координаты этих точек  $\varphi_j, \theta_j$ ;  $\varphi_j, \pi - \theta_j$ . Тогда в пределе  $r_1 \ll b \ll R$  радиальный компонент  $B_r$  индукции, созданной вихрями на поверхности шара, можно представить в виде:

$$B_r|_z = \frac{\Phi}{R^2} \sum_{\theta_j, \varphi_j} \{ \delta(\varphi - \varphi_j) \delta(\cos \theta - \cos \theta_j) - \delta(\varphi - \varphi_j) \delta(\cos \theta - \cos(\theta_j - \pi)) \}. \quad (18)$$

Здесь суммирование по  $\varphi_j$  и  $\theta_j$  ведется в пределах:  $0 \leq \varphi_j \leq 2\pi$ ,  $0 \leq \theta_j \leq \frac{\pi}{2}$ .

Используя условие полноты для сферических функций, представим выражение для  $B_r|_z$  в виде

$$B_r|_z = \frac{\Phi}{R^2} \sum_{\theta_j, \varphi_j} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l Y_{lm}(\theta, \varphi) \{ Y_{lm}^*(\theta_j, \varphi_j) - Y_{lm}^*(\theta_j - \pi, \varphi_j) \}. \quad (19)$$

Индукция вне звезды удовлетворяет уравнениям Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{B}_* = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B}_* = 0 \quad (20)$$

и может быть представлена в виде:

$$\vec{B}_* = -\operatorname{grad} \psi. \quad (21)$$

Соответствующее условию (19) выражение для  $\psi(r, \theta, \varphi)$  имеет вид:

$$\begin{aligned} \psi(r, \theta, \varphi) = \frac{\Phi}{R^2} \sum_{\theta_j, \varphi_j} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{1}{(l+1)} \frac{R^{l+2}}{r^{l+1}} Y_{lm}(\theta, \varphi) \{ Y_{lm}^*(\theta_j, \varphi_j) - \\ - Y_{lm}^*(\theta_j - \pi, \varphi_j) \}. \end{aligned} \quad (22)$$

Определенный отсюда компонент  $B_r(r, \theta, \varphi)$  при  $r = R$  переходит в (19). Перейдем в (22) от суммирования к интегрированию, используя следующее правило:

$$\sum_{\theta_j, \varphi_j} \rightarrow \int \frac{R^2}{b^2} \cos \theta d\Omega. \quad (23)$$

При выводе соотношения (23) учитывалось, что число  $dN$  нейтронных вихрей, выходящих нормально на поверхность в телесном угле  $d\Omega$ , равно:

$$dN = \frac{R^2}{b^2} \cos \theta d\Omega, \quad (24)$$

где  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi/2$ . Формула (24) получена из условия постоянства плотности нейтронных вихрей на экваториальной плоскости звезды. Это условие удовлетворяется согласно (5) и (7). Произведя интегрирование в (22), с учетом (23) получим для скалярного потенциала  $\psi$  магнитного поля следующее выражение:

$$\psi(r, \theta) = \mu V \frac{\cos \theta}{r^2}. \quad (25)$$

Здесь  $V = 4\pi R^3/3$  — объем звезды,  $\mu = 3\Phi/8\pi b^3 = 3\bar{B}/8\pi$  — удельный магнитный момент звезды,  $\bar{B}$  — средняя индукция внутри звезды. Таким образом, магнитное поле звезды имеет дипольный характер. Принципиальными для получения такого простого результата явились предположения о нормальном выходе нитей на поверхность и о постоянной плотности распределения нитей внутри звезды.

5. Определим свободную энергию Гиббса системы протонных вихревых нитей. Принимая во внимание, что в области радиуса  $r$ , плотность

образовавшихся протонных вихрей достаточно велика,  $r_1 \gg \lambda$ , и максимальное значение напряженности поля в центре нейтронного вихря  $H_{c1} < H(\frac{r_1}{2}) < H_{c2}$ , можно ввести непрерывную плотность распределения протонных вихрей  $N_1(\zeta)$  для отдельного нейтронного вихря. Тогда свободная энергия Гиббса системы протонных вихревых нитей, сгруппированных вокруг нейтронного вихря, запишется в следующем виде:

$$G_B = h \left\{ \int N_1(\zeta) \varepsilon dS + \left( \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda} \right)^2 \iint N_1(\zeta) N_1(\zeta') K_0 \left( \frac{|\zeta - \zeta'|}{\lambda} \right) dS dS' - \frac{1}{4\pi} \int \vec{B}(\zeta) \vec{H}(\zeta) dS \right\}, \quad (26)$$

где

$$\varepsilon = \left( \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda} \right)^2 \ln \frac{\lambda}{\xi_1}, \quad \vec{B} = \frac{\Phi_0}{2\pi i^2} \vec{i}_1 \int N_1(\zeta') K_0 \left( \frac{|\zeta - \zeta'|}{\lambda} \right) dS'. \quad (27)$$

Здесь  $h = 2V \sqrt{R^2 - \rho^2}$  — длина нейтронного вихря,  $\rho$  — расстояние от оси вращения звезды до оси вихря,  $K_0$  — функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента. Интегрирование в (26) и (27) проводится по поперечному сечению нейтронного вихря. В выражении (26) первое слагаемое представляет собой сумму собственных энергий протонных вихрей, второе — энергию их взаимодействия между собой. Мы не учли в (26) взаимодействия протонных вихрей с центральным нейтронным вихрем, так как оно пренебрежимо мало по сравнению со взаимодействием протонных вихревых нитей друг с другом. За начало отсчета потенциала Гиббса (26) принято его значение в отсутствие протонных вихрей  $N_1(\zeta) = 0$ .

Полный потенциал Гиббса для звезды определяется следующим образом:

$$G = \int_0^R N_2(\rho) G_B 2\pi\rho d\rho + \frac{1}{8\pi} \int_{\rho > R} \vec{B}_e^2 dV - \frac{1}{4\pi} \int_{\rho > R} \vec{B}_e \vec{H} dV. \quad (28)$$

Здесь  $N_2$  — постоянная плотность распределения нейтронных вихрей, определяемая формулой (7),  $\vec{B}_e$  — индукция вне звезды. Как уже отмечалось, внешнее дипольное магнитное поле звезды определяется формулами (21), (25).

Варьируя (28) по  $\delta N_1$  и учитывая (21), (25), (26) и (27), находим равновесную плотность:

$$N_1(\zeta) = \frac{H(\zeta) - H_{c1}}{\Phi_0}, \quad (29)$$

где  $H_{c1}$  — нижнее критическое поле для сферического объема, равное:

$$H_{c1} = \frac{\Phi_0}{6\pi\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{\xi_1}. \quad (30)$$

Для цилиндрического объема  $H_{c1} = (\Phi_0/4\pi\lambda^2) \ln \lambda/\xi_1$  [5]. Сравнивая это значение с (30), замечаем, что для сферического объема нижнее критическое поле уменьшается в полтора раза. Используя условие (16), получаем радиус  $r_1$  области существования протонных вихрей:

$$r_1 = b \left( \frac{\lambda}{\xi_1} \right)^{-\frac{1}{3k}}. \quad (31)$$

Таким образом, значение  $r_1$  возрастает, поскольку для цилиндрического объема  $r_1 = b (\lambda/\xi_1)^{-1/2k}$ .

Зная  $N_1(\zeta)$ , можем найти среднюю индукцию  $\bar{B}$ , усредненную уже по всей «пре»-фазе нейтронной звезды:

$$\bar{B} = \vec{i}_1 \frac{\int_0^{r_1} \Phi_0 N_1(\zeta) 2\pi\zeta d\zeta}{\pi b^2} = \vec{i}_1 \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} k \left( \frac{\xi_1}{\lambda} \right)^{\frac{2}{3k}}. \quad (32)$$

Итак, сферическая геометрия приводит к изменению значений напряженности поля  $H_{c1}$ , радиуса  $r_1$  и средней индукции  $\bar{B}$ .

6. Для вычисления интегральных характеристик звезды — массы, радиуса «пре»-фазы, радиуса звезды, полного магнитного момента необходимо иметь радиальное распределение нуклонов в звезде, которое изменяется в зависимости от центральной плотности. Это распределение можно получить из следующей системы уравнений [7]:

$$\begin{aligned} \frac{du(r)}{dr} &= 4\pi r^2 \rho(r), \\ \frac{dP(r)}{dr} &= - \frac{P + \rho}{r(r - 2u)} (u + 4\pi r^3 P), \\ \rho &= \rho(P), \end{aligned} \quad (33)$$

$$\frac{dr_0}{dr} = \left( 1 - \frac{2u}{r} \right)^{-\frac{1}{2}},$$

с граничными условиями

$$u(0) = 0, \quad P(0) = P_0, \quad P(R_0) = 0, \quad (34)$$

где  $u$  — накопленная масса,  $r$  — текущее значение координатного радиуса,  $P$  — давление,  $\rho$  — плотность энергии,  $R_0$  — координатный радиус звезды,  $r_0$  — истинный радиус. Уравнение состояния реального газа барионов взято из работы [14]. Все единицы выражены в единицах Оппенгеймера — Волкова.

Концентрации нуклонов связаны следующим соотношением [7]:

$$n_1 = \left( \frac{\alpha}{2m_2^* c^2} \right)^3 n_2^3. \quad (35)$$

Здесь  $n_1$ ,  $n_2$  — соответственно концентрации протонов и нейтронов,  $m_2^* = 0.6 m_2$ ,  $\alpha = (3\pi^2)^{1/3} \hbar c$ . Концентрации нейтронов и протонов выражаются через плотность энергии следующим образом:

$$\rho = (m_1 n_1 + m_2 n_2) c^2 + \frac{n_1 P_{1F}^2}{2m_1^*} + \frac{n_2 P_{2F}^2}{2m_2^*} - n_1 V_1(0) - n_2 V_2(0) + n_1 E_{el}. \quad (36)$$

Используя соотношение (25), определим магнитный момент системы протонных вихревых нитей — полный магнитный момент звезды  $M$  следующим выражением:

$$M = \frac{3}{8\pi} \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\bar{B}(r) r^2}{\left(1 - \frac{2u}{r}\right)^{1/2}} \sin \theta dr d\theta d\varphi. \quad (37)$$

Здесь коэффициент в знаменателе учитывает поправку общей теории относительности к объему. Средняя индукция  $\bar{B}$  определяется формулой (32), которая получена в предположении, что нейтронные вихревые нити распределены с постоянной плотностью в экваториальной плоскости и что они в любой точке «пре»-фазы параллельны оси вращения. Плотность протонов в «пре»-фазе  $n_1$  зависит от расстояния от центра звезды. Соответственно функциями координат являются  $\lambda$ ,  $k$  и  $\xi_1 = \hbar v_{1F} / \pi \Delta_1$ , где  $\Delta_1$  и  $v_{1F}$  — энергетическая щель и ферми-скорость протонов. Протонная щель в «пре»-фазе рассматривалась в работе [9]. Мы аппроксимировали приведенную в ней кривую для щели многочленом третьей степени

$$\Delta_1 = a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + a_3 n^3. \quad (38)$$

Здесь  $\Delta_1$  измеряется в МэВ,  $n$  — концентрация нуклонов в  $\text{Фм}^{-3}$ ,  $a_0 = -0.0974$ ,  $a_1 = 10.88$ ,  $a_2 = -41.87$ ,  $a_3 = 47.91$ .

В качестве граничных значений плотностей для «пре»-фазы взяты следующие значения:  $n' = 1.25 \cdot 10^{37} \text{ см}^{-3}$  и  $n'' = 2.08 \cdot 10^{38} \text{ см}^{-3}$  [7].

Для звезд с гиперонным ядром мы предполагаем беспрепятственное проникновение магнитного поля в это ядро. По поверхности ядра течет отличный от нуля полный сверхпроводящий ток, создающий такой магнитный момент, какой был бы, если бы индукция  $\bar{B}$  всюду в ядре имела значение  $\bar{B}(R_1)$ , где  $R_1$  — внутренний радиус «пре»-фазы.

Система уравнений (33)—(37) решалась численно методом Рунге—Кутты на ЭВМ ЕС-1022.

Таблица 1

$\rho_0$ $10^{11} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	$R$ (км)	$r_0$ (км)	$\frac{M_{\text{зв}}}{M_{\odot}}$	$M \cdot 10^{29} \text{ Гс см}^3$			
				$k = \frac{m_1^* - m_1}{m_1}$	$k=0.5$	$k=0.75$	$k=1$
6.01	11.5	13.60	0.688	9.27	4.63	18.0	37.6
5.55	11.4	13.71	0.631	8.32	4.12	16.2	33.8
5.04	11.3	13.91	0.565	7.14	3.48	13.8	29.1
4.31	11.0	14.24	0.481	5.61	2.62	10.7	22.7
4.24	11.0	14.34	0.463	4.02	2.42	9.93	21.3
4.12	10.9	14.48	0.442	3.62	2.21	9.13	19.7
4.03	10.9	14.63	0.422	3.21	1.99	8.30	18.0
3.91	10.8	14.83	0.401	2.79	1.76	7.46	16.2
3.78	10.7	15.06	0.379	2.37	1.53	6.58	14.5
3.64	10.7	15.35	0.357	1.94	1.29	5.69	12.6
3.49	10.6	15.72	0.334	1.54	1.06	4.79	10.8
3.29	10.5	16.22	0.309	1.10	0.842	3.93	9.00
3.09	10.4	16.93	0.283	0.777	0.647	3.13	7.29
2.86	10.3	18.00	0.255	0.469	0.474	2.39	5.66
2.66	10.2	19.74	0.226	0.269	0.323	1.71	4.14
2.38	10.1	22.87	0.196	0.127	0.200	1.12	2.80
2.18	10.0	25.64	0.180	0.077	0.149	0.862	2.19
1.97	10.0	30.68	0.163	0.041	0.102	0.615	1.60
1.84	10.0	40.00	0.149	0.020	0.062	0.396	1.06

В табл. 1 представлены полученные в результате численного интегрирования значения центральной плотности  $\rho_0$ , внешнего радиуса «пре»-фазы  $R$ , истинного радиуса звезды  $r_0$ , отношения массы звезды к массе Солнца  $M_{\text{зв}}/M_{\odot}$  и магнитного момента  $M$ . Полученные значения внешнего радиуса «пре»-фазы, истинного радиуса и массы звезды, как и следовало ожидать, совпадают с результатами, приведенными в монографии [7].

В последних трех столбцах представлены значения магнитного момента звезды для трех различных, не зависящих от плотности значений коэф-

коэффициента увлечения —  $k = 0.5$ ,  $k = 0.75$  и  $k = 1$ . В пятом столбце приведены значения магнитного момента звезды для зависящего от плотности коэффициента увлечения. На рис. 1 представлена зависимость десятичного логарифма магнитного момента от центральной плотности  $\rho_0$  для всех вышеперечисленных случаев. Как видно из рис. 1, диапазон изменения значений магнитного момента звезды для зависящего от плотности коэффициента увлечения значительно больше, чем при постоянном коэффициенте увлечения. Это связано с уменьшением  $k$  при уменьшении плотности.

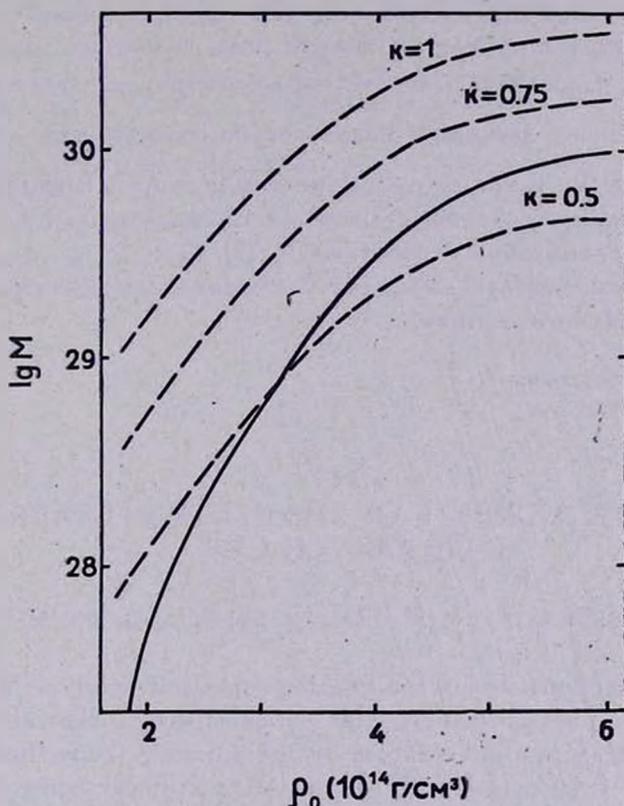


Рис. 1. Зависимость десятичного логарифма магнитного момента от центральной плотности для сферических нейтронных звезд из реального газа барнионов. Сплошная линия соответствует зависящему от плотности коэффициенту увлечения, пунктирные — постоянным значениям коэффициента увлечения.

При получении формулы (37) мы предполагали, что протонная сверхтекучая жидкость является сверхпроводником второго рода [15] —  $\lambda/\xi_1 > 1/\sqrt{2}$  и что для нее выполняется условие существования системы протонных вихревых нитей с потоком  $\Phi_0 - H_{c1} < H(\xi_2) < H_{c2}$ .

Значения  $\lambda/\xi_1$ , полученные нами, порядка 10, а значения  $H(\xi_2)/H_{c1}$  и  $H(\xi_2)/H_{c2}$  находятся в следующих пределах:  $6 < H(\xi_2)/H_{c1} < 10$  и  $0.002 < H(\xi_2)/H_{c2} < 0.1$ . Таким образом, оба вышеприведенных условия выполняются хорошо.

Как видно из табл. 1, значения магнитного момента звезды, соответствующие диапазону изменения центральной плотности от  $1.84 \cdot 10^{14}$  г см<sup>-3</sup> до  $6.01 \cdot 10^{14}$  г см<sup>-3</sup>, изменяются в интервале от  $2 \cdot 10^{27}$  Гс см<sup>3</sup> до  $9.27 \cdot 10^{29}$  Гс см<sup>3</sup>. Отметим, что поскольку эффективная масса протона  $m_1^*$  меньше его инертной массы  $m_1$  [9], то коэффициент увлечения  $k = \rho_{12}/\rho_{11} = (m_1^* - m_1)/m_1$  отрицателен, ток увлечения протонов противоположен направлению потока массы нейтронов в вихревых нитях, магнитный момент звезды  $\vec{M}$  направлен противоположно угловой скорости звезды  $\vec{\Omega}$ . Такое соотношение между направлениями магнитного момента и угловой скорости предполагается в модели магнитосферы пульсара, предложенной в работах [16, 17].

В заключение авторы выражают благодарность профессору Г. С. Саакяну за полезные обсуждения.

Ереванский государственный  
университет

## MAGNETIC MOMENTS OF THE NEUTRON STARS FROM REAL BARYON GAS

D. M. SEDRAKIAN, K. M. SHAHABASSIAN, A. G. MOVSISSIAN

The thermodynamics of the rotating superfluid solution in the "нре"-phase of the spherical neutron star is considered. The effect of the entrainment of superfluid protons by the rotating superfluid neutrons leads to the occurrence of the array of rectilinear neutron vortices, parallel to the axis of rotation. The nonhomogeneous magnetic field  $\vec{H}(r)$ , which has been created by this array, leads to the occurrence of the nonhomogeneous vortex array of superfluid protons if  $H > H_{c1}$ . Each of the proton vortices carries the magnetic flux  $\Phi_0$ . It is shown that this array creates dipole magnetic field. The values of integral characteristics of neutron star-mass, radius, magnetic moment as functions of central density  $\rho_0$  are obtained. Magnetic moment of the star varies from  $2 \cdot 10^{27}$  Гс см<sup>3</sup> to  $10^{30}$  Гс см<sup>3</sup>. The conditions of the appearance of the neutron and proton vortex lines in the spherical star are also considered.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Д. М. Седракян, К. М. Шахабасян, *Астрофизика*, 8, 557, 1972.
2. Д. М. Седракян, К. М. Шахабасян, *ДАН Арм.ССР*, 70, 28, 1980.
3. Д. М. Седракян, К. М. Шахабасян, *Астрофизика*, 16, 727, 1980.
4. Д. М. Седракян, *Астрофизика*, 18, 417, 1982.
5. Д. М. Седракян, К. М. Шахабасян, А. Г. Мовсисян, *Астрофизика*, 19, 303, 1983.
6. В. Л. Гинзбург, Д. А. Киржниц, *ЖЭТФ*, 47, 2006, 1964.
7. Г. С. Саакян, *Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс*, Наука, М., 1972.
8. Г. Г. Арутюнян, Д. М. Седракян, Э. В. Чубарян, *Астрон. ж.*, 48, 496, 1971.
9. N. C. Chao, J. W. Clark, C. H. Yang, *Nucl. Phys.*, A 179, 320, 1972.
10. Л. В. Кикнадзе, Ю. Г. Мамаладзе, *Физика низких температур*, 6, 413, 1980.
11. Д. М. Седракян, Г. К. Саввиди, *Астрофизика*, 15, 359, 1979.
12. И. М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Наука, М., 1971.
13. D. Stauffer, A. L. Fetter, *Phys. Rev.*, 168, 156, 1968.
14. G. S. Sahakian, Yu. L. Vartanian, *Nuovo Cimento*, 30, 82, 1963.
15. П. Де Жен, *Сверхпроводимость металлов и сплавов*, Мир, М., 1968.
16. P. Goldreich, W. H. Julten, *Ap. J.*, 157, 869, 1969.
17. M. A. Ruderman, P. G. Sutherland, *Ap. J.*, 196, 51, 1975.