

УДК: 52—6—7

ЗАМЕЧАНИЕ ОБ УЧЕТЕ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ФОТОНАМИ В АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Г. Т. ТЕР-КАЗАРЯН

Поступила 27 июля 1984

Принята к печати 25 августа 1984

В работе выявлена существенная неточность, содержащаяся в широко используемых при интерпретации различных астрофизических явлений работах [6—8]. Посредством правильного определения телесного угла направления рассеянного фотона $d\Omega$, исправляются формулы, учитывающие движение электрона в задачах комптоновского рассеяния. Получены точные выражения для ядра рассеяния и энергетических потерь. Приведенные результаты существенным образом отягчаются от общепринятых [5—12], особенно при описании режима обратного комптоновского рассеяния.

В последнее время, по мере сильного возрастания интереса к нестационарным нетепловым явлениям, протекающим в недавно открытых весьма интересных астрофизических объектах, все чаще и интенсивнее ведутся исследования с использованием механизмов электрон-фотонного взаимодействия.

Встречаются процессы комптоновского взаимодействия как в слабых, умеренных, так и в интенсивных полях излучения с участием тепловых и релятивистских электронов.

Физические условия протекающих явлений в одних случаях (А) допускали непосредственное применение готовых результатов из физики, а в других случаях (Б) они требовали предварительно развить саму теорию процессов комптоновского взаимодействия между электронным и фотонным газами и лишь после этого, на ее основе, попытаться интерпретировать астрофизические наблюдения.

К случаю (А) можно отнести исследования Г. А. Гурзаяна [1, 2] о вспышках звезд типа UV Кита. В них использована осредненная по направлениям формула для частоты рассеянного кванта. Однако при большом релятивизме электронов следует использовать формулы, учитываю-

щие угловую зависимость; последняя в некоторых моделях приводит к значительной поправке осредненных результатов. Это было указано авторами работ [3—5]. Однако эти последние также требуют ряда уточнений. В частности, а) утверждается, что дифференциальное сечение процесса не является релятивистски инвариантной величиной, а его умножение на поток падающих частиц производится для получения релятивистски инвариантной величины. Между тем, дифференциальное сечение — релятивистски инвариантная величина [14, 15], а его умножением на поток падающих частиц получается вероятность процесса в единицу времени; б) нуждается в исправлении нормировка (1) (см. работу [5]), если в ней функции $r(v_r, v_p, \theta)$ дается посредством формулы (2) той же работы, т. к. вклад остальных промежуточных состояний в условии унитарности S -матрицы рассеяния не равен нулю; в) телесный угол рассеянного фотона выбирается равным $d\Omega_f = -d\cos\psi_f d\varphi_f$, где ψ_f — угол, заключенный между направлениями начального движения электрона и рассеянного фотона, затем над ψ_f совершается преобразование от системы отсчета покоя электрона (с. п.) в лабораторную (л. с.). Однако, угол ψ_f теряет смысл в первой, поскольку $\vec{P} = 0$ (о правильном выборе телесного угла $d\Omega_f$ смотреть ниже).

Вышеуказанные неточности иногда влияют на окончательные результаты.

К случаю (Б) относятся часто цитируемые исследования [6—8], выполнение которых было вызвано необходимостью выяснения роли указанного механизма в изучении некоторых вопросов гамма- и рентгеновской астрономии.

Но в них имеется существенная неточность (относительно телесного угла $d\Omega_f$), исправление которой весьма актуально в двух отношениях: во-первых, ошибка, исходящая из этих работ, систематически повторялась во всех последующих исследованиях в течение почти двадцати лет (см., например, [9—12]); во-вторых, ее наличие исказило полученные результаты не только в количественном отношении, но и привело к качественно неверному описанию поведения величин, характеризующих данный физический процесс.

Например, в указанных работах Гинзбурга и Сыроватского [7]; Джонса [8], Блументаля и Гулда [9] и т. п., получено, что энергетические потери с ростом энергии электронов расходятся по логарифмическому закону. В монографии же Гинзбурга ([10], стр. 464) делается попытка объяснения этого неправильного результата с помощью простых физических соображений. При этом автором (как и в [11]) упущена необходимость осреднения по направлениям движения электронов с учетом законов сохранения.

т. е. осреднения по $d\Omega_p$, используя для этого выражение $\delta\left(\nu_f - \nu_i \frac{D_i}{D_f}\right)$; здесь $k_i^{(4)}\left(\vec{k}_i, \frac{i h \nu_i}{c}\right)$ и $k_f^{(4)}\left(\vec{k}_f, \frac{i h \nu_f}{c}\right)$ 4-импульсы падающего и рассеянного фотонов, $D_{i,f} = 1 - \frac{c^2 \vec{P} k_{i,f}}{E h \nu_{i,f}}$, $D_f = D_f + \delta(1 - \cos \theta)$, $\delta = \frac{h \nu_i}{E}$, $P^{(4)}\left(\vec{P}, \frac{i E}{c}\right)$ 4-импульс электрона, $d\Omega_p$ — телесный угол отвечающего направлению \vec{P} .

Нетрудно убедиться, что при учете дельта-функции $\delta\left(\nu_f - \frac{\nu_i D_i}{D_f}\right)$ имеет место (см., например, [12])

$$d\Omega_p = \frac{E D_i \nu_i}{c P Q \nu_f} d\varphi d\nu_f \quad (1)$$

где $Q = (\nu_f^2 + \nu_i^2 - 2\nu_i \nu_f \cos \theta)^{1/2}$, θ — угол рассеяния, φ — угол между плоскостями, содержащими пары векторов (\vec{k}_i, \vec{k}_f) и (\vec{k}_i, \vec{P}) . Учет (1) при $\nu_f \gg \nu_i$ и $h \nu_f \sim E \gg mc^2$ приводит к выражению

$$-\left(\frac{dE}{dt}\right)_c \simeq c h \int D_i \nu_f \frac{d\Omega_p}{4\pi} \simeq \frac{3h}{32\pi} c \sigma_T \int D_i \frac{m^2 c^4 \nu_f}{D_i h \nu_i E} \left[\ln \left(\frac{2h \nu_i E D_i}{m^2 c^4} \right) + \frac{1}{2} \right] \frac{\nu_i D_i d\varphi d\nu_f}{\nu_f^2} \simeq \frac{3}{16} \sigma_T W_\varphi \left(\frac{m^2 c^4}{h \nu_i E} \right) \ln \left(\frac{2h \nu_i E \bar{D}_i}{m^2 c^4} \right), \quad (2)$$

где σ_T — томсоновское сечение, $W_\varphi = c \bar{D}_i h \nu_f$, из которого видно, что энергетические потери электронов должны уменьшаться с ростом энергии.

Поскольку наличие указанных выше неточностей в теории может в конечном счете привести к неправильному истолкованию самих астрофизических явлений (наблюдений), то, исходя из интересов работ типов (А), (Б) для дальнейшего целесообразно точно учесть движение электрона в задачах комптоновского рассеяния посредством правильного определения телесного угла $d\Omega_f$. Важно также получение точных выражений для ядра рассеяния [13] (описывающего элементарный акт рассеяния) и энергетических потерь моноэнергетических электронов.

Для ядра рассеяния имеется выражение [14]

$$\mu(\nu_f, E) = \frac{c^4 e^4}{2h^3} \int \frac{\delta(E + h\nu_i - E' - h\nu_f)}{E E' \nu_i \nu_f} (T_2 - 2T_3 + T_1) d^3 k_f \frac{d\Omega_p}{4\pi}, \quad (3)$$

где

$$T_1 = \frac{v_i D_i}{v_f D_f} + \frac{v_f D_f}{v_i D_i}, \quad T_2 = \frac{m^2 c^4}{E h} \left(\frac{1}{v_i D_i} - \frac{1}{v_f D_f} \right)$$

являются релятивистски инвариантами, $d^3 k_f = \frac{h^3 v_f^2 d v_f}{c^3} d\Omega_f$. При нахождении телесного угла $d\Omega_f$ следует воспользоваться инвариантом

$$h^2 v_f d v_f d\Omega_f = \frac{c^3 d^3 k_f}{h v_f} = 2c^3 [(k_f^{(4)})^2] d^4 k_f \quad (4)$$

и формулой преобразования

$$v_{f_0} = \gamma D_f v_f \quad (5)$$

при этом $\gamma = \frac{E}{m c^2}$, а индексом „e“ отмечены величины, определенные в с. п. (где $d\Omega_{f_0} = -d \cos \theta_e d\varphi_{f_0}$). С помощью (4) и (5) получаем соотношение, определяющее величину $d\Omega_f$ в общем случае

$$d\Omega_f = \gamma^2 D_f^2 d\Omega_{f_0} \quad (6)$$

Подробно рассмотрим вытекающие из (6) следствия для различных процессов.

а) В частном случае процессов излучения или поглощения фотона электроном (в присутствии третьего тела) имеются \vec{k} (вектор импульса излученного или поглощенного фотона) и \vec{P} . При этом, если выбрать полярную ось в направлении относительного движения двух систем—л. с. и с. п., то из формулы (6) получаем:

$$d\Omega_f = -\gamma^2 D^2 d \cos \theta_e d\varphi_e = -d \cos \theta d\varphi, \quad \varphi = \varphi_e, \quad (7)$$

где $D = 1 - \beta \cos \theta$, $\beta = \frac{v}{c}$.

При рассеянии фотона электроном, в отличие от предыдущего случая уже имеется инвариант

$$t = -2k_i^{(4)} k_f^{(4)} = -2k_{i_0}^{(4)} k_{f_0}^{(4)}, \quad (8)$$

откуда, с помощью формул преобразования

$$v_{i_0} = \gamma D_i v_i, \quad v_{f_0} = \gamma D_f v_f \quad (9)$$

получим

$$1 - \cos \theta_e = \frac{1 - \cos \theta}{\gamma^2 D_i D_f} \quad (10)$$

Процессы рассеяния при $\vec{P} \parallel \vec{k}_i$ и $\vec{P} \parallel -\vec{k}_i$ фактически сводятся к случаю (а), поскольку тогда оба вектора коллинеарны.

б) В общем случае, в процессе рассеяния фотона электроном (проводится осреднение по направлениям \vec{P}), когда векторы \vec{P} , \vec{k}_i и \vec{k}_f неколлинеарны, необходимо учесть, что азимут φ_f меняется не в плоскости, перпендикулярной \vec{P} , а в плоскости, перпендикулярной \vec{k}_i , следовательно также подвергается преобразованию. Поэтому следует правильно определить область изменения азимута φ_f .

С помощью формул (9), (10), из (6) имеем:

$$d\Omega_f = -d \cos \theta d\varphi_f, \tag{11}$$

где

$$d\varphi_f = \frac{D_f}{D_i} \left(1 + \frac{1 - \cos \theta}{D_f} \frac{dD_f}{d \cos \theta} \right) d\varphi_s. \tag{12}$$

Далее, из инвариантности сечения процесса [14] следует:

$$\begin{aligned} \sigma_s &= \int f(s_s, t_s) v_{f_s}^2 d\Omega_{f_s} = -2\pi \int f(s_s, t_s) v_{f_s}^2 d \cos \theta_s = \\ &= \sigma = \int f(s, t) v_f^2 d\Omega_j, \end{aligned} \tag{13}$$

откуда определим:

$$d\Omega_f = -\frac{D_f}{D_i} \left(1 + \frac{1 - \cos \theta}{D_f} \frac{dD_f}{d \cos \theta} \right) 2\pi d \cos \theta, \tag{14}$$

где инварианты s и t равны $s = [k_i^{(4)} + P^{(4)}]^2$, $t = [k_i^{(4)} - k_f^{(4)}]^2$.

С целью дальнейшего упрощения выражения (3) приведем следующее тождество:

$$\oint d\Omega_{p\delta} \left(v_f - \frac{v_i D_i'}{D_f} \right) F(D_i, D_f) = \int_{\tau_-}^{\tau_+} d\tau \frac{2D_i \wedge (v_f, v_-, v_+)}{\beta v_j \sqrt{C + 2B\tau - Q_0^2 \tau^2}} F(D_i, D_f), \tag{15}$$

где $\tau = \cos \psi_p$, $F(D_i, D_f)$ — произвольная функция от D_i и D_f и

$$\begin{aligned} C &= \beta^2 \sin^2 \theta - [1 - \xi - \xi \delta (1 - \cos \theta)]^2, \\ B &= \beta (\cos \theta - \xi) [1 - \xi - \xi \delta (1 - \cos \theta)], \end{aligned} \quad (16)$$

$$Q_0 = \frac{|h(\vec{k}_i - \vec{k}_f)|}{h\nu_i} = \sqrt{1 + \xi^2 - 2\xi \cos \theta} = \frac{Q}{\nu_i}, \quad \xi = \frac{\nu_f}{\nu_i}.$$

При выводе тождества (15) было использовано следующее соотношение:

$$\cos \psi_i = \cos \psi_f \cos \theta + \sin \psi_f \sin \theta \cos \tau_p, \quad (17)$$

где ψ_i — угол, образованный векторами \vec{P} и \vec{k}_i .

Пределы интегрирования τ_{\pm} — определяются из условия

$$Q_0 \tau_{\pm} = \frac{B}{Q_0} \pm \sqrt{C + \frac{B^2}{Q_0^2}}, \quad (18)$$

и, наконец, $\Lambda(\nu_f, \nu_-, \nu_+)$ — функция единичного скачка:

$$\Lambda(\nu_f, \nu_-, \nu_+) = \begin{cases} 1 & \nu_f \in [\nu_-, \nu_+], \\ 0 & \nu_f \notin [\nu_-, \nu_+]. \end{cases} \quad (19)$$

где

$$\nu_{\pm} = \nu_i \frac{M}{1 + 4 \frac{h\nu_i}{mc^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \left(\gamma + \frac{h\nu_i}{mc^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)} \quad (20)$$

$$M = 1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \left\{ \gamma^2 - 1 + \gamma \frac{h\nu_i}{mc^2} \pm \sqrt{\gamma^2 - 1} \left[\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} + \left(\gamma + \frac{h\nu_i}{mc^2} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}.$$

Переходя в (15) к новой переменной

$$x = \tau Q_0 - \frac{B}{Q_0}, \quad (21)$$

получаем:

$$\begin{aligned} & \oint d\Omega_p \delta \left(\nu_f - \frac{\nu_i D_i}{D_f} \right) F(D_i, D_f) = \\ & = \int_{-x_0}^{x_0} dx \frac{2D_i \Lambda(\nu_f, \nu_-, \nu_+)}{\beta Q_0 \nu_f \sqrt{x_0^2 - x^2}} F(D_i, D_f), \end{aligned} \quad (22)$$

где $x_0^2 = C + \frac{B^2}{Q_0^2}$. Наконец, в (22), снова совершая переход $x \rightarrow \cos \varphi =$

$= \frac{x}{x_0}$, придем к соотношению

$$\oint d\Omega_p \delta\left(\nu_f - \frac{\nu_i D_i}{D_f}\right) F(D_i, D_f) =$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{D_i \Lambda(\nu_f, \nu_-, \nu_+)}{\beta Q_0 \nu_f} F(D_i, D_f) d\varphi. \quad (23)$$

При помощи новых переменных, D_i и D_f уже имеют следующий вид:

$$D_i = \xi(t_i + u \cos \varphi),$$

$$D_f = t_f + u \cos \varphi, \quad (24)$$

где

$$t_f = (1 - \cos \theta) \frac{1 + \xi + \xi \delta \cos \theta - \delta \xi^2}{Q_0^2},$$

$$t_i = t_f + \delta(1 - \cos \theta) = \frac{(1 - \cos \theta)(1 + \xi - \xi \delta \cos \theta + \delta)}{Q_0^2}, \quad (25)$$

$$u = \frac{1}{Q_0^2} \left[\sin^2 \theta [\beta^2 Q_0^2 - (1 - \xi - \xi \delta(1 - \cos \theta))] \right]^{1/2}.$$

Выполняя в (3) интегрирования с использованием (14) и (23), окончательно получаем:

$$H(\nu_i, \nu_f, E) = \frac{r_e^2 c \Lambda(\nu_f, \nu_-, \nu_+)}{4 Q \gamma (\gamma^2 - 1)^{1/2}} \frac{\nu_f}{\nu_i} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\min}^{\max} d \cos \theta \times$$

$$\times \frac{D_f}{D_i} \left(1 + \frac{1 - \cos \theta}{D_f} \frac{dD_f}{d \cos \theta} \right) (T_2^2 - 2T_2 + T_1), \quad (26)$$

где $r_e = \frac{e^2}{mc^2}$ — классический радиус электрона.

Выражение (26) можно получить также с помощью формулы (86,6) из [15] путем прямого вычисления $\left(dt = -\frac{2h^2 \nu_f^2}{c^3} \frac{D_f}{D_i} \left(1 + \frac{1 - \cos \theta}{D_f} \times \right. \right.$
 $\left. \left. \times \frac{dD_f}{d \cos \theta} \right) d \cos \theta \right)$. Квадратура (26) в общем случае приводит к довольно громоздкому аналитическому выражению, которое здесь не приводим. Ограничимся лишь рассмотрением приближенного выражения

$$\mu(\nu_i, \nu_f, E) = \frac{r_e^2 c \Lambda(\nu_f, \nu_i, \nu_i)}{4Q\gamma(\gamma^2 - 1)^{1/2}} \frac{\nu_f}{\nu_i} \left\{ \int_{\min}^{\max} d\cos\theta \times \right. \\ \left. \times \frac{D_f}{D_i} \left(1 + \frac{1 - \cos\theta}{D_f} \frac{dD_f}{d\cos\theta} \right) (T_2^2 - 2T_2 + T_1) \right\}_{\cos\theta=0}, \quad (27)$$

которое является хорошим приближением [12] как в нерелятивистской области, так и в режиме обратного комптоновского рассеяния ($\nu_f \gg \nu_i$, $E \gg mc^2$). Для последнего имеем:

$$\mu(z, x) \simeq \frac{\pi r_e^2}{mc^2} \frac{1}{1-x} \left[2 + x\varepsilon + 4 \ln y - y(4 - xy) + \frac{2}{y} \right], \quad (28)$$

$$-\frac{dE}{dt} \simeq \frac{\pi r_e^2 mc^3}{\gamma^3} \left\{ \left(\frac{\varepsilon}{2} + \frac{9}{2} + \frac{4}{\varepsilon} \right) \ln(1 + \varepsilon) - \right. \\ \left. - \frac{\varepsilon^3 + 19\varepsilon^2 + 34\varepsilon + 16}{4(1 + \varepsilon)^2} - \ln^2(1 + \varepsilon) - 2L_i \left(\frac{1}{1 + \varepsilon} \right) \right\}, \quad (29)$$

где $\varepsilon = \frac{4Eh\nu_i}{m^2c^4}$, $x = \frac{h\nu_f}{E}$, $y = \frac{x}{\varepsilon(1-x)}$ и

$$L_i(z) = \int_1^z \frac{\ln \zeta d\zeta}{1-\zeta}. \quad (30)$$

При $\varepsilon \gg 1$ из (29) следует

$$-\frac{dE}{dt} \simeq \frac{2\pi r_e^2}{\gamma^2} ch\nu_i \left(\ln \varepsilon - \frac{1}{2} \right). \quad (31)$$

Как видим, полученное соотношение (31) приводит к следующему поведению энергетических потерь: $\simeq \frac{2\pi r_e^2}{\gamma^2} ch\nu_i \ln \varepsilon$, которое существенным образом отличается от поведения $\simeq \pi r_e^2 m^2 c^5 \frac{\ln \varepsilon}{h\nu_i}$, соответствующего результатам работ [5—12], до сих пор повсеместно используемых для анализа астрофизических явлений.

Составляя отношение указанных энергетических потерь (R_i), нетрудно оценить степень различия между ними. Например, для быстрых ($\gamma \sim 10$), релятивистских ($\gamma \sim 10^2$) и ультрарелятивистских ($\gamma \sim 10^3$) электронов, при $\varepsilon \sim 10^2, 10^3$, получим соответственно: $R_{10^2} \simeq 0.125$; $1.25 \cdot 10^{-3}$; $1.25 \cdot 10^{-7}$; $R_{10^3} \simeq 12.5$; $1.25 \cdot 10^{-3}$; $1.20 \cdot 10^{-7}$. Отсюда сле-

дует, что даже наличие высокоэнергетических электронов далеко не обеспечивает столь эффективную перекачку низкочастотных фотонов в высокочастотную область посредством механизма обратного комптон эффекта. А это означает, что вопрос об отыскании новых, более эффективных конкретных механизмов для объяснения высокочастотного нетеплового излучения в указанных выше астрофизических задачах продолжает оставаться весьма актуальным.

Поскольку сделанные выше замечания и приведенные результаты могут быть, в частности, использованы также в прикладных задачах физики плазмы и т. п., следует подчеркнуть, что на примере комптоновского рассеяния (*S*-канал фотон-электронного взаимодействия (ф. э. в.)) было показано, что вообще при использовании дифференциальных сечений следует обратить особое внимание на правильное определение телесного угла рассеянной частицы в л. с. Например, для процессов аннигиляции и образования электронно-позитронных пар (прямой и обратный процессы *t*-канала ф. э. в.) для телесных углов вылетающих частиц (соответственно $d\Omega_2$ и $d\Omega_+$) будем иметь:

$$d\Omega_2 = \left(\frac{v_{2c}}{v_2}\right)^2 d\Omega_{2c} = -2\pi \left(\frac{v_{2c}}{v_2}\right)^2 d \cos \theta_{+c}, \quad (32)$$

$$d\Omega_+ = \frac{|\vec{P}_{+c}| E_{+c}}{|\vec{P}_+| E_+} d\Omega_{+c} = -2\pi \frac{|\vec{P}_{+c}| E_{+c}}{|\vec{P}_+| E_+} d \cos \theta_{+c}, \quad (33)$$

где индекс „с“ относится к величинам в системе отсчета центра инерции ($\vec{P}_{+c} = -\vec{P}_{-c} = \vec{P}_c$, $\vec{k}_{1c} = -\vec{k}_{2c}$, $E_{+c} = E_{-c} = h\nu_{1c} = h\nu_{2c}$), θ_{+c} — угол между \vec{P}_{+c} и \vec{k}_{2c} .

В заключение отметим, что основной результат данной статьи (указанное поведение энергетических потерь) приведен в краткой заметке [16]). В интересующем нас отношении поведение исследуемых величин определяется

главным членом $\frac{D_f}{D_i} \approx \frac{v_i}{v_f}$. В формуле (6) работы [16] после дифференцирования только он и сохранен. В указанном приближении частный пример рассеяния фотона электроном при $\psi_i = 0$ (когда $v_f < v_i$, [16]) остается далеко за пределами обратного комптоновского режима, и его приведение нами является неоправданным и ошибочным.

В настоящей статье вычисления проводились с помощью точного выражения (12). Однако, в режиме обратного комптоновского рассеяния, численные оценки полученных результатов того же порядка, что и в [16].

Автор искренне признателен академику В. А. Амбарцумяну за внимание, проявленное к работе, О. В. Пикичяну за критические замечания и академику АН БССР Ф. И. Федорову за ценное обсуждение.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

A REMARK ON THE CONSIDERATION OF THE MOTIONS OF ELECTRONS IN THEIR INTERACTION WITH PHOTONS IN ASTROPHYSICAL PROBLEMS

G. T. TER-KAZARIAN

The essential incorrectness contained in a source reference [6—8] on the interpretation of different astrophysical phenomena is revealed. The formulas which take into account the electron's motion in problems of Compton scattering are improved by means of correct definition of solid angle in scattered photon's direction. The correct expressions of scattering function and energy losses are obtained. The results essentially differ from generally accepted [5—12] particularly in description of inverse Compton scattering.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. А. Гурзadyн, Вспыхивающие звезды, Наука, М., 1973.
2. Г. А. Гурзadyн, Астрофизика, 1, 319, 1965.
3. Г. А. Арутюнян, А. Г. Никогосян, Р. А. Крикорян, В сб. «Вспыхивающие звезды, Фуоры и объекты Хербига—Аро», Изд. АН Арм.ССР, Ереван, 1980, стр. 136.
4. Г. А. Арутюнян, Р. А. Крикорян, А. Г. Никогосян, Астрофизика, 15, 431, 1979.
5. Г. А. Арутюнян, А. Г. Никогосян, ДАН, 255, 86, 1980.
6. J. E. Felten, P. Morrison, Phys. Rev. Lett., 10, 453, 1963.
7. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, ЖЭТФ, 11865, 1964.
8. F. C. Jones, Phys. Rev., 137B, 1306, 1965.
9. G. R. Blumenthal, R. J. Gould, Rev. Mod. Phys., 42, 237, 1970.
10. В. Л. Гинзбург, Теоретическая физика и астрофизика, Наука, М., 1981.
11. M. Morini, Astrophys. Space Sci., 79, 203, 1981; M. N. RAS, 202, 495, 1983.
12. F. A. Aharonian, A. M. Atoyan, Astrophys. Space Sci., 79, 321, 1981.
13. G. A. Potraning, J. Quant. Spectroscop. Radiat. Transfer, 12, 1047, 1972.
14. А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий, Квантовая электродинамика, Наука, М., 1981.
15. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Квантовая электродинамика, Наука, М., 1980.
16. Г. Т. Тер-Казарян, ДАН, 276, 106, 1984.