ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Հատոր Том Volume 120 2020 № 2

МЕХАНИКА

УДК 531.5,523.1

Академик Л. А. Агаловян

О свойствах гравитационного поля, обусловленного обобщенно-ньютоновой силой всемирного тяготения

(Представлено 13/V 2020)

Ключевые слова: *тяготение, центральное взаимодействие, потенциальное поле, скорость убегания, Черная дыра.*

Введение. Для построения приемлемой теории движения планет солнечной системы человечество прошло долгий многовековой путь. В III в. до н.э. представитель пифагорейской школы Греции Аристарх Самосский (Aristarchus of Samos, 310-230 гг. до н.э.) выдвинул гипотезу о гелиоцентрической системе движения планет, однако она была отвергнута древними астрономами как лишенная, на их взгляд, основания. В дальнейшем наибольшей известностью пользовалась геоцентрическая система Птолемея (Claudius Ptolemy, 90-168 гг. н.э.), жившего в Александрии во II в. н.э. Из наблюдений звездного неба древние заключили, что оно обращается вокруг нашей Земли, которая считалась неподвижной и находящейся в центре Вселенной. В системе Птолемея все объясняется с помощью окружностей и круговых движений. Однако эта система, которая просуществовала более тысячи лет, оказалась весьма сложной и регулярно входила в противоречие с данными астрономических наблюдений, ставших интенсивными после изобретения Галилео Галилеем (Galileo Galilei, 1564-1642) телескопа.

В XVI в. Коперник (Nicolaus Copernicus, 1473-1543) возродил гелиоцентрическую модель и в отличие от Аристарха, который лишь высказал общую идею, разработал детали гелиоцентрической модели и основы вычисления положений планет. Однако Коперник продолжал опираться на метод круговых орбит Птолемея, используя 48 окружностей вместо 40 у Птолемея. Теория Коперника позволила толковать астрономические наблюдения более точно в одних случаях, менее – в других. Гелиоцентрическая модель Коперника была столь же громоздкой и сложной, как и конкурирующая с ней геоцентрическая модель, и не отличалась большой точностью. Коренной перелом в победу гелиоцентрической системы внес Иоганн Кеплер (Johann Kepler, 1571-1630) в начале XVII столетия. Основываясь на составленном Тихо Браге (Tycho Brahe, 1546-1601) великолепном каталоге данных исключительно точных наблюдений по движению планет, в особенности по Марсу, Кеплер сформулировал сначала первые два из трех своих знаменитых законов, а через несколько лет и третий Согласно первому закону Кеплера любая планета солнечной системы движется вокруг Солнца по эллиптической орбите с Солнцем в одном из фокусов эллипса. Тем самым была опровергнута птолемеевская геоцентрическая модель движения. Согласно второму закону любая планета движется по орбите с постоянной секториальной скоростью, т.е. отрезок прямой, соединяющий планету с Солнцем, очерчивает равные площади за равные промежутки времени. Третий закон устанавливает связь между большой полуосью (a) эллипса и периодом (T), за который планета совершает полный оборот: $\frac{T^2}{a^3}=\frac{4\pi^2}{G(M+m)}, G$ – гравитационная постоянная. Законы Кеплера воспринимаются как эмпирические. Спустя несколько десятилетий Ньютон (Isaac Newton, 1642-1717) математически вывел законы Кеплера и сформулировал знаменитый закон всемирного тяготения. Согласно этому закону сила всемирного тяготения центральная и каждая масса m притягивается другой массой M во Вселенной с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния между массами, и направлена по линии, соединяющей центры масс. Важнейшим достижением Ньютона является и доказательство того, что орбитой тел, движущихся вокруг Солнца, может являться любая из кривых семейства конических сечений (окружность, эллипс, парабола, гипербола). В последующие десятилетия и столетия закон всемирного тяготения Ньютона получил множество убедительных и ярких подтверждений. Отметим некоторые из них. Эдмонд Галлей (Edmond Halley, 1656-1742) на основе закона всемирного тяготения Ньютона предсказал очередное появление в небе Земли (декабрь, 1758) наблюдаемой с древнейших времен (240 г. до н.э.) кометы Галлея (названа в его честь в 1759 г.; появляется в небе Земли с периодом 75-76 лет). Галлей поддерживал дружеские контакты с Ньютоном и на свои средства в 1687 г. опубликовал его знаменитый труд “Математические начала натуральной философии”, где впервые изложена теория всемирного тяготения Ньютона. Любопытно, что Галлей не дожил до даты своего предсказания. Однако его предсказание стало первым успешным подтверждением Небесной механики Ньютона и ясной демонстрацией ее предсказательной силы. Опираясь на закон Ньютона, Уильям Гершель (William Herschel, 1738-1822) открыл планету Уран (1781) и два спутника Сатурна (1789), измерил период вращения Сатурна и его колец (1790). Английский математик и астроном Адамс (John Adams, 1819-1892) и французский астроном и математик Леверье (Jean Le Verrier, 1811-1877), изучив неправильности в движении планеты Уран, пришли к выводу, что это есть результат влияния неизвестной еще планеты. Они независимо друг от друга вычислили ее положение и в 1846 г. открыли планету Нептун. Немецкий астроном Галле (Johann Galle, 1812-1910) обнаружил планету на небе в месте, указанном Леверье. В XVIII в. было открыто множество малых планет – астероидов и спутников известных планет.

Несмотря на огромное множество успехов, некоторые явления по закону Ньютона были трудно объяснимы. В 1859 г. Леверье обнаружил некоторое расхождение орбиты ближайшей к Солнцу планеты Меркурий в перигее с результатами наблюдений. Известный американский астроном Саймон Ньюкомб (Simon Newcomb, 1835-1909), не найдя убедительных объяснений этого факта, в 1895 г. высказал мнение, что, возможно, закон обратных квадратов Ньютона не выполняется точно на малых расстояниях. После построения Эйнштейном (Albert Einstein, 1879-1955) общей теории относительности (ОТО) в 1917 г. было дано некое объяснение проблемы с Меркурием, и казалось проблема решена. Однако в 1965 г. Р. Дикке и М. Голденберг доказали, что Солнце не является шарообразным и его полярный диаметр на 35 км меньше экваториального. Это позволило объяснить часть остаточного смещения перигелия Меркурия, ставившего под сомнение согласие ОТО с результатами наблюдений.

Есть и вторая особенность создавшегося положения, которая связана с вопросом существования Черной дыры (“Темного тела”). Английский астроном-любитель, один из основателей сейсмологии Джон Митчелл (John Mitchell, 1724-1793) в 1783 г. и известный французский математик и механик Лаплас (Pierre Laplass, 1749-1827) в 1795 г. на основе теории тяготения Ньютона независимо друг от друга высказали мнение, что в природе должны существовать тела, необходимая скорость для преодоления притяжения которых должна превышать скорость света (c). Поэтому такие тела должны быть “темными”, т.е. невидимыми. Их можно обнаружить косвенным путем – гравитационным воздействием на другие тела. Митчелл и Лаплас вывели радиус “темного тела” $r_g = 2GM/c^2$ (гравитационный радиус) при заданной его массе, используя понятие второй космической скорости (скорости убегания). Сторонники ОТО подвергли критике рассуждения Митчелла и Лапласа в том плане, что при скоростях, близких к скорости света, формулы классической механики не применимы, хотя по обеим теориям получается одно и то же значение гравитационного радиуса r_g. Оппоненты же ОТО утверждают, что эта теория не применима, поскольку решение ее уравнений содержит сингулярность, недопустимую при описаниях естественных явлений. К сожалению, до последнего времени не было внесено приемлемой ясности в эти проблемы [1-4].

В [5, 6] установлен новый тип центрального взаимодействия, обобщающий Ньютоново взаимодействие всемирного тяготения. Это взаимодействие на коротких расстояниях более сильное, чем ньютоново, и практически совпадает с ним на больших расстояниях. Тем самым подтверждено предположение Ньюкомба. В данной работе изложены некоторые важные свойства потенциального поля, создаваемого обобщенно-ньютоновой силой всемирного тяготения [6], по-новому трактуется проблема Черных дыр (“Темного тела”).

1. Обобщенно-ньютоновое взаимодействие всемирного тяготения. Пусть имеем тела с массами M, m. Поместим начало полярных координат (r,θ) в центре тела с массой M. Центральную силу взаимодействия между этими телами зададим в виде [5, 6]

$$\vec{F} = -GmM\frac{e^{k/r}}{r^2}\frac{\vec{r}}{\left|\vec{r}\right|}, \tag{1}$$

или

$$\vec{F} = -GmM\frac{e^{k/r}}{r^2}, \tag{2}$$

где G – гравитационная постоянная в законе Всемирного тяготения Ньютона $(G = 6,67\cdot 10^{-11}\ \text{м}^3/(\text{кг, с}^2))$. Показатель k характеризует мощность (интенсивность) центра притяжения и имеет размерность длины. При $k=0$ взаимодействие (1), (2) совпадает с ньютоновым $\left(F = -(GmM)/r^2\right)$. Учитывая это, в (1) введен коэффициент GmM. При $k>0$ взаимодействие (1) для коротких расстояний является более мощным, чем ньютоново. На больших расстояниях оба взаимодействия практически совпадают. Поскольку сила $\vec{F}$ – центральная, траектория материальной точки массы "m"– плоская кривая и имеет место закон площадей. Создаваемое силой $\vec{F}$ поле является потенциальным с потенциалом

$$U = -\frac{GmM}{k}e^{k/r} + const, \tag{3}$$

который существенно сильнее потенциала ньютонова поля $(U = -GmM/r)$.

Используя теорему о кинетической энергии $\left(\frac{dmv^2}{2} = Fdv\right)$, согласно (2) имеем

$$v^2 = \frac{2GM}{k}e^{k/r} + h, \tag{4}$$

где постоянная интегрирования h определяется из начального условия: при $r = r_0$, $v = v_0$

$$h = v_0^2 - \frac{2GM}{k}e^{k/r_0}. \tag{5}$$

Траектория движения тела массы m является коническим сечением [6]

$$r = \frac{1/k_1}{1-\frac{k_2}{k_1}\cos\sqrt{\delta_1}\left(\theta-\theta_0\right)}, \tag{6}$$

где

$$k_1 = \frac{GM}{C^2\delta_1},\ \delta_1 = 1 - \frac{GMk}{C^2} > 0, \tag{7}$$

$$k_2^2 = \frac{1}{kC^2\delta_1^2}\left[GM + \left(GM + kh\right)\delta_1\right],$$

постоянная C равна величине момента начальной скорости относительно центра притяжения. Параметры конического сечения определяются по формулам:

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{k_1} = \frac{C^2}{GM} - k, \\ \varepsilon &= \frac{k_2}{k_1} = \sqrt{1 + \left(\frac{C^2}{MGk} - 1\right)\left(2 + \frac{hk}{MG}\right)}, \end{aligned} \tag{8}$$

траектория движения будет эллипсом, если

$$-\frac{MG}{k}\left(1 + \frac{C^2}{C^2 - MGk}\right) < h < -\frac{2GM}{k}, \tag{9}$$

полуоси эллипса определяются по формулам

$$a = \frac{p}{1-\varepsilon^2},\ b = \frac{p}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}. \tag{10}$$

Траектория – парабола при $h = -\frac{2GM}{k}$ и гипербола при $h > -\frac{2GM}{k}$.

Используя формулу (5), условие $h < -\frac{2GM}{k}$ для эллиптической траектории запишем в виде

$$v_0^2 < v_*^2,\ v_*^2 = \frac{2GM}{r_0}\left(\frac{e^{k/r_0} - 1}{k/r_0}\right), \tag{11}$$

$\lim\limits_{k\to 0} v_*^2 = \frac{2GM}{r_0} = V_N^2,\ \ V_N = \sqrt{\frac{2GM}{r_0}}$ – вторая космическая скорость (скорость убегания) по теории Ньютона, т.е. начальная скорость, при которой тело массы m преодолевает притяжение тела с массой M. Если $k > 0$, из (11) следует $v_* > V_N$, т.е. при взаимодействии (1) скорость убегания больше классической.

Определим гравитационный радиус $\left(R_g\right)$, который соответствует взаимодействию (1). Тело с массой M будет "Черной дырой" ("темным", невидимым), если любое тело с массой m и начальной скоростью, даже равной скорости света "c", не может преодолевать поле притяжения массы

M. Начальными условиями задачи будут при $r_0 = R_g$, $v_* = c$. Подставив эти условия в (11), обозначив $\lim_{k \to 0} R_g = r_g$, будем иметь

$$R_g = r_g \frac{e^{\gamma} - 1}{\gamma} \text{ или } \frac{R_g}{r_g} = \frac{e^{\gamma} - 1}{\gamma}, \tag{12}$$

где

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}, \quad \gamma = \frac{k}{R_g}, \tag{13}$$

т.е. r_g – известный гравитационный радиус при классическом центральном взаимодействии Ньютона. Является очевидным, что при $\gamma \neq 0$, $R_g > r_g$ и согласно (12) в зависимости от γ R_g может по сравнению с r_g быть сколь угодно большим [6] (см. график функции R_g / r_g, табл. 1, 2). Для Черной дыры взаимодействие (1) согласно (13) принимает вид

$$\vec{F} = -GmM \frac{e^{\gamma \frac{R_g}{r}}}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}. \tag{14}$$

“Черные дыры” (более подходит, на наш взгляд, термин “Темные тела”) будут отличаться друг от друга гравитационным радиусом и интенсивностью притяжения γ. Согласно графику [6] функции R_g / r_g может существовать сколь угодно много “Черных дыр”. Астрономы и астрофизики доказали это [7-12], ибо в любой галактике имеется центр (предположительно “Черная дыра”), вокруг которого тоже вращаются звезды [13-15]. Масса такого тела по сравнению с массой Солнца$(\mathrm{M}_{\odot})$, $\odot \approx 2 \cdot 10^{30}$ *кг*, весьма велика. Например, для Черной дыры $S50014+81$ $M = 4 \cdot 10^{10} \odot$ [16], для $NGC\,6166$ $M = 3 \cdot 10^{10} \odot$ [17], для NGC 1277 $M = 1{,}2 \cdot 10^{9} \odot$ [18], для Лебедя А $M = 1 \cdot 10^{9} \odot$ [19]. Существование таких центров (образований) создает гармонию во Вселенной, по аналогии с гармонией в солнечной системе, но в крупных масштабах. Они, в частности, препятствуют “убеганию” звезд и их систем, тем самым препятствуя и расширению Вселенной. Обобщенно-ньютоновая теория всемирного тяготения оказалась способной внести ясность в эту сложную проблему, тем самым подчеркивая еще раз величие Ньютона.

2. О горизонте событий. Горизонтом событий называется граница (поверхность) области пространства, гравитационное притяжение которой настолько велико, что покинуть ее не могут объекты, даже движущиеся со скоростью света (c). Обычно эта область считается сферой, радиус которой совпадает с гравитационным радиусом. Радиус, определенный из отношения площади поверхности S этой сферы к (4π), называется гравитационным радиусом Шварцшильда (Karl Schwarzschild, 1873-1916), который ввел в 1916 г. понятие “горизонт событий”. По Хокингу (Stephen Hawking, 1942-2018) горизонт событий создается светом, который не в силах покинуть Черную дыру и поэтому “парит” на этом горизонте [20]. По теории Ньютона и по ОТО гравитационный радиус $r_g = 2GM/c^2$. Земля может стать Черной дырой, если каким-то способом всю ее массу удастся поместить в шаре радиусом 9 мм, для Солнца – 3 км, что трудно представить. При наличии же взаимодействия (1) гравитационный радиус R_g определяется по формуле (12), и его значение зависит как от массы, так и от показателя γ интенсивности поля. Выше мы показали, что R_g по сравнению с ньютоновым r_g может быть сколь угодно большим. Т.е. при взаимодействии (14) Черная дыра будет иметь правдоподобные размеры, что в принципе наблюдается в реальности для массивных Черных дыр [7-19]. Приняв же за основу вычислений гравитационный радиус Шварцшильда $(R_g{}^2 = S/4\pi)$ и прогнозируемую наблюдениями массу M предполагаемой Черной дыры (некоторые данные приведены выше), сначала определим $r_g = 2GM/c^2$, затем R_g / r_g. После из соотношения (12) определяется значение показателя γ интенсивности силового поля (14), создаваемого Черной дырой. Таким образом, взаимодействие (14) позволяет сгруппировать (распределять) все известные (предполагаемые) Черные дыры (см. Соответствующий каталог) как по величине их масс, так и по радиусу горизонта событий R_g и показателя интенсивности притяжения γ.

По Ньютоновой теории всемирного тяготения средняя плотность Черной дыры ρ_N вычисляется по формуле $\rho_N = M/V$, $V = \frac{4}{3}\pi r_g{}^3$, где V – объем шара, соответствующему горизонту событий, т.е.

$$\rho_N = \frac{3c^6}{32\pi G^3 M^2} \tag{15}$$

В случае обобщенно-ньютонового взаимодействия (14) средняя плотность ρ Черной дыры вычисляется по формуле

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R_g{}^3} = \frac{\rho_N}{\lambda_\gamma^3}, \ \lambda_\gamma = \frac{e^\gamma - 1}{\gamma}, \tag{16}$$

при $\gamma > 0, \lambda_\gamma > 1$ плотность Черной дыры в λ_γ^3 раз будет меньше плотности ρ_N. При $\gamma \gg 1$, $\rho \ll \rho_N$ объем Черной дыры

$$V_{ч.д.} = \frac{4}{3}\pi R_g{}^3 = \frac{4}{3}\pi r_g{}^3 \lambda_\gamma^3, \tag{17}$$

намного больше объема Черной дыры по теории Ньютона.

3. Об ускорениях тел в силовом поле тяготения (1). Силовое поле, создаваемое Ньютоновой силой всемирного тяготения $\left(F = -GmM/r^2\right)$, обладает тем примечательным свойством, что все тела, находящиеся на одинаковом расстоянии от центра притяжения, вне зависимости от их размеров и масс, приобретают полем одинаковые ускорения [2]. Докажем, что этим свойством обладает также поле, создаваемое силовым взаимодействием (1).

Пусть тело с массой M является центром притяжения по (1), и имеем тела с массами m_1, m_2, находящиеся на расстоянии r_0 от центра притяжения. Тогда согласно (2) при $r = r_0$ имеем

$$F_1 = -\frac{Gm_1 M e^{k/r_0}}{r_0^2}, \; F_2 = -\frac{Gm_2 M e^{k/r_0}}{r_0^2}. \tag{18}$$

Следовательно

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2}. \tag{19}$$

Согласно второму закону механики Ньютона

$$m_1 w_1 = F_1, \; m_2 w_2 = F_2, \tag{20}$$

где w_1, w_2 – ускорения тел с массами m_1, m_2. Отсюда следует

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2}\frac{w_1}{w_2}. \tag{21}$$

Сопоставив (21) с (19), будем иметь, $w_1/w_2 = 1$, т.е. два тела, имеющие произвольные массы m_1, m_2 и размеры, находящиеся на одинаковом расстоянии от центра притяжения, приобретают под воздействием поля одинаковые ускорения.

Институт механики НАН РА
e.mail: lagal@sci.am

Академик Л. А. Агаловян

О свойствах гравитационного поля, обусловленного обобщенно-ньютоновой силой всемирного тяготения

Исследуется обобщенно-ньютоновое взаимодействие всемирного тяготения. Показано, что оно создает более мощное, чем ньютоновое, потенциальное поле.

Выведены условия, когда траектория тела есть коническое сечение, определена скорость убегания. Установлена связь предложенного подхода с проблемой Черных дыр (“Темного тела”), с “горизонтом событий”. Показано, что гравитационный радиус Черной дыры может быть в сколь угодно раз больше ньютонового гравитационного радиуса. Черная дыра подчиняется обобщенно-ньютоновому взаимодействию. Дана оценка плотности Черной дыры, ее объему.

Ակադեմիկոս Լ. Ա. Աղալովյան

Համաշխարհային ձգողականության ընդհանրացված-նյուտոնյան ուժով պայմանավորված գրավիտացիոն դաշտի հատկությունների մասին

Ուսումնասիրվում է ընդհանրացված-նյուտոնյան ուժով պայմանավորված փոխազդեցությունը: Ցույց է տրված, որ համապատասխան պոտենցիալ դաշտն ավելի հզոր է, քան նյուտոնյանը: Արտածված են պայմաններ, երբ մարմնի հետագիծը կոնական հատույթ է, որոշված է փախչելու (II կոսմիկական) արագությունը, կապ է հաստատված Սև խոռոչների գոյության հետ, արտածված է բանաձև գրավիտացիոն շառավղի որոշման համար: Այն կարող է լինել ցանկացած անգամ մեծ նյուտոնյան գրավիտացիոն շառավղից:

Academician L. A. Aghalovyan

On the Properties of the Gravitational Field Due to the Generalized Newtonian Force of Universal Gravitation

The generalized Newtonian interaction of universal gravitation is investigated.It is shown that it creates a more powerful than Newtonian potential field. The conditions are derived when the trajectory of the body is a conical section, the escape speed is determined. The connection of the proposed approach with the problem of Black Holes (“Dark Body”), with the “horizon of events” is established. It is shown that the gravitational radius of the Black Hole can be arbitrarily times greater than the Newtonian gravitational radius. The Black Hole obeys the generalized Newtonian interaction. The density of the Black Hole and its volume are estimated.

Литература

1. *Layzer D.* Constructing the Universe. New York. Scientific American Books. Inc. 1984 (*Лейзер Д.* Создавая картину Вселенной. М. Мир. 1988. 324 с.)
2. *Бергман П.* Загадка гравитации. М. Наука. Физматлит. 1969. 216 с.
3. *Киттель Ч., Найт У., Рудерман М.* Механика. М. Наука. 1975. 480 с.
4. *Wichmann E.* Quantum Physics. Berkeley Physics Course. Vol. IV. 1967. Mc GRAW-HILL Book Comp. (*Вихман Э.* Квантовая физика. М. Наука. 1977. 416 с.)
5. *Агаловян Л. А.* – ДНАН РА. 2006. Т. 106. № 3. С. 238-244.
6. *Aghalovyan L.* – International Journal of Astronomy and Astrophysics. 2018. № 8. P.191-199.
7. *McConnell N., Ma C. et al.* – Nature. 2011. V. 480. P. 215-218.

8. *Ellis A.* – Black Holes – Part 1 – History. The Astronomical Society of Edinburgh Journal. 1999. V. 39.
9. *Helh F. W., Kiefer C. et al.* (Eds.). Black Holes: Theory and Observation. Germany. Springer. 1998.
10. *Serabyn E., Lacy J.* – The Astronomical Journal. 1985. V. 293. P. 445-458**.**
11. *Ferrarese L., Merritt D.* – Physics World. 2002. V. 15. 1. P. 4-6.
12. *Mitra A.* – International Journal of Astronomy and Astrophysics. 2012. № 2. P. 236-248.
13. *Eckart A., Genzel R.* – Nature. 1996. V. 383. P. 415-417.
14. *Gillessen S., Eisenhauer F. et al.* – The Astrophysical Journal. 2009. V. 692. P. 1075-1109.
15. *Genzel R., Schödel R. et al.* – The Astrophysical Journal. 2003. V. 594. P.812-832.
16. *Ghisellini G., Ceca R. et al.* – Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Journal Oxford University Press. 2010. V. 105. № 1. P. 397.
17. *Magorrian J., Tremaine S. et al.* – The Astronomical Journal. 1998. V. 115. № 6. P. 2285-2305.
18. *Graham A. W., Durre M. et al.* – The Astrophysical Journal, 2016. V. 819. № 1. P. 43.
19. Black Holes: Gravity`s Relentless Pull interactive: Encyclopedia-Hubble Site. 2015.
20. *Хокинг Стивен*. Черные дыры и молодые вселенные. М. АСТ. 2018.176 с.